

Voorraadbeheersing in de praktijk: over foute formules, niet-toegelaten oplossingen en wiskunde op drijfzand



TON DE KOK

Met een titel als bovenstaande hoop ik natuurlijk de aandacht te trekken. Die aandacht zou moeten leiden tot belangstelling voor een vakgebied, voorraadbeheersing, waar nog veel te halen is als het gaat om het uitvinden van de wiskunde die het mogelijk maakt om heuristieken met een gelimiteerde bruikbaarheid te vervangen door exacte analyses, die diepere inzichten mogelijk maken. Die inzichten kunnen dan weer leiden tot numerieke methodes die door hun implementatie kunnen leiden tot betere operationele beslissingen, die uiteindelijk een hogere winstgevendheid van bedrijven impliceren, maar ook minder verspilling door het verminderen van het aantal spoedorders, het verminderen van verschromping van materialen, en betere benutting van schaarse middelen. Het goede nieuws is dat de empirische validiteit van wiskundige modellen voor voorraadbeheersingsvraagstukken is aangetoond, min of meer zoals we dit doen in de natuurkunde. Maar de wiskundige analyse van deze modellen is verre van af. Ook goed nieuws, dus.

Dit verhaal is als volgt gestructureerd. We introduceren het begrip materiaalcoördinatie en formuleren hier-

voor een basismodel. Dat basismodel maakt het mogelijk om de doelstelling van materiaalcoördinatie te formuleren, en de te nemen wiskundige hordes aan te duiden. De essentie van deze hordes zijn de stochastische processen waarmee we te maken hebben. Zelfs voor simpele voorraadbeheersingssituaties zijn exacte methodes al numeriek complex en daarmee tijdsintensief. Dat maakt grootschalige toepassing nog altijd lastig, ook al worden computers steeds sneller. We bespreken de typische *short-cuts* die op dit moment gebruikt worden binnen de zogenaamde Enterprise Resource Planning (ERP) systemen, die bij vrijwel ieder bedrijf gebruikt worden. Hier duiken dan de foute formules en niet-toegelaten oplossingen op. Deze hebben implicaties voor het dagelijks werk van planners, schedulers en managers. We betogen dat er in wezen oplossingen voorhanden zijn, die de proof-of-concept fase al geruime tijd voorbij zijn, maar nog altijd niet gemeengoed zijn. Vervolgens bespreken we een aantal wetmatigheden die nuttig zijn bij het zoeken naar nieuwe resultaten. En tot slot de wiskundige uitdagingen die de moeite waard zijn om verder te exploreren.

Materiaalcoördinatie

Voorraadbeheersing betreft het monitoren van de hoeveelheid op voorraad van een item op een locatie, zodat aan de vraag van klanten kan worden voldaan en tijdig orders kunnen worden geplaatst bij de leverancier van het item om de voorraad aan te vullen. Dit laatste noemen we de ordervrijgave. Materiaalcoördinatie is het coördineren van de ordervrijgavebeslissingen van items die worden gebruikt bij de productie en distributie van producten. Denk hierbij aan grondstoffen, componenten, ingrediënten, halffabricaten en eindproducten op verschillende locaties om de marktvaart tijdig te kunnen voldoen. Coördineren suggereert afstemming. Deze afstemming dient eruit te bestaan dat ordervrijgavebeslissingen uitvoerbaar zijn en dat de beslissingen die vandaag genomen worden, voorbereiden op wat morgen en daarna besloten wordt. Je zou kunnen zeggen: de beslissing vandaag moet kunnen, maar die van morgen ook. De huidige materiaalcoördinatieconcepten maken dit zichtbaar door voor ieder beheerst

materiaal het verloop van haar voorraad in de tijd aan de planner te laten zien, evenals de ordervrijgavebeslissingen in de tijd die leiden tot dit voorraadverloop. Hierbij is het meestal zo dat een ordervrijgavebeslissing twee gezichten heeft. Het genereert een toekomstige aanvulling in het ontvangende voorraadpunt en een onmiddellijke afname bij de leverende voorraadpunten. Dit laatste is belangrijk om te onthouden: één ordervrijgavebeslissing betekent dat van meerdere materialen de gewenste hoeveelheid beschikbaar moet zijn. Juist daaruit hoort een belangrijk deel van de coördinatiefunctionaliteit van een concept te bestaan, want meestal zijn door allerlei oorzaken de werkelijk beschikbare hoeveelheden materiaal niet precies op elkaar afgestemd. En dan is het handmatig bepalen van de juiste hoeveelheden praktisch onuitvoerbaar. Vooral ook omdat het oplossen van een probleem op de ene plaats lijkt te leiden tot een nieuw probleem op een andere plaats. Bij materiaalcoördinatie lijkt alles met alles samen te hangen. En dat lijkt niet alleen zo, het is ook echt zo. Om dat te verduidelijken, formuleren we een basis-

N	Aantal items
E	Verzameling items met exogene vraag
a_{ij}	Aantal items i nodig om één item j te maken, $i=1,\dots,N, j=1,\dots,N$
T	Beslissingenhorizon
$D_i(t)$	Exogene vraag naar item i in periode t , $t=1,\dots,T, i=1,\dots,N$
$F_{t,i}(t+s)$	Voorspelling gemaakt aan begin van periode t van de exogene vraag naar item i in periode $t+s$, $t=1,\dots,T, s=0,\dots,T-t, i=1,\dots,N$
L_i	Levertijd van item i , $i=1,\dots,N$
$X_i(t)$	Netto voorraad van item i aan het eind van periode t , $t=0,\dots,T, i=1,\dots,N$
$r_i(t)$	Hoeveelheid vrijgegeven van item i aan het begin van periode t , $t=1,\dots,T, i=1,\dots,N$
h_i	Voorraadkosten per item i in voorraad aan het eind van een periode, $i=1,\dots,N$
P_k	Boetekosten per item k tekort aan het eind van een periode, $K \in E$
v_i	Veiligheidsvoorraad van item i , $i=1,\dots,N$

Tabel 1

model voor materiaalcoördinatie. Hierbij veronderstellen we dat capaciteit altijd in voldoende mate aanwezig is om na ordervrijgave van een hoeveelheid voor een item, deze hoeveelheid binnen een vastgestelde tijd, de levertijd, af te leveren in het voorraadpunt van het item.

Basismodel

In ons basismodel gaan we uit van discrete tijd. Het basismodel wordt gedefinieerd door de items en hun onderlinge relaties, de norm voor de tijd nodig om een item uit haar onderdelen te produceren, het exogene vraagproces van de eindproducten en eventuele reserveonderdelen, en de kostenstructuur. De beslissingsvariabelen betreffen de order-vrijgaven. De netto voorraad is gedefinieerd als de fysieke voorraad minus naleveringen (zie tabel 1).

Dan komen we tot een basismodel (model 1). We willen de som van voorraadkosten en boetekosten over een eindi-

ge horizon T minimaliseren, waarbij we over deze horizon de juiste beslissingen $\{r_i(t) | 1 \leq i \leq N, 1 \leq t \leq T\}$ willen nemen, rekening houdend met de beschikbaarheid van zogenaamde *child items*, de items die nodig zijn om een item te maken. En rekening houdend met de aanname dat wat nu wordt vrijgegeven na de levertijd beschikbaar is. Hierbij is het belangrijk dat de levertijd de *normtijd* is tussen het moment van ordervrijgave, *nadat alle benodigde child items aan de order zijn gealloceerd*, en het moment van ontvangst van de order in het voorraadpunt van het item.

Dit basismodel blijkt in de praktijk al bruikbaar te zijn, omdat eventuele capaciteitsbeperkingen kunnen worden opgelost met korte-termijn-maatregelen, zoals aanpassingen van routeringen en prioriteiten van reeds vrijgegeven orders, inzet van extra personeel en productiemiddelen, uitbesteding, en overwerk. De bruikbaarheid is gebaseerd op twee aanpassingen:

1. Het vervangen van $D_i(t+s)$ door de voorspelling van de vraag $F_{t,i}(t+s)$ op tijdstip t . Immers, bovenstaand model

$$\min_{\{r_i(t) | 1 \leq i \leq N, 1 \leq t \leq T\}} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N h_i X_i^+(t) + \sum_{t=1}^T \sum_{k \in E} p_k X_k^-(t)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} r_j(t) \leq X_i(t-1), i=1,\dots,N, t=1,\dots,T \quad \text{materiaalbeschikbaarheid}$$

$$X_i(t) = X_i(t-1) + r_i(t-L_i) - \sum_{j=1}^N a_{ij} r_j(t) - D_i(t), i=1,\dots,N, t=1,\dots,T \quad \text{voorraadbalansvergelijking}$$

$$r_i(t) \geq 0$$

Model 1

is niet oplosbaar zonder wiskundige veronderstellingen over de **toekomstige vraag** $D_i(t+s)$. Met deze aanpassing veronderstellen we dat we de toekomstige vraag exact kennen!

2. Het introduceren van een veiligheidsvoorraad v_i die onzekerheid in de vraag moet opvangen.

Dit leidt tot het LP-model (model 2). Hoewel planningsproblemen vaak als (MI)LP worden geformuleerd, waarna er oplossing wordt berekend met een optimalisatiemethode of heuristiek, is dit niet de manier waarop het materiaalcoördinatieprobleem doorgaans in de praktijk wordt opgelost. Hiervoor wordt een veel eenvoudiger algoritme gebruikt, dat bekend staat als het Material Requirements Planning (MRP) algoritme. Hierbij wordt wederom voor ieder item een veiligheidsvoorraad verondersteld, die als doelvoorraad wordt gekozen aan het eind van de periode, waarin de bestelling binnenkomt, dat wil zeggen:

$$X_i(t+L_i+s) = v_i, i=1,\dots,N, s=0,\dots,T-t-L_i. \quad (1)$$

Dan wordt voor tijdstip t een rollend plan berekend door recursief de ordervrijgave te berekenen, beginnend met de items, die geen opvolgers hebben, en vervolgens de directe voorgangers. Ook nu wordt weer gebruikgemaakt van de voorspelling van de vraag, ofwel de hoeveelheden die men van de items met exogene vraag wil maken om de exogene vraag te voldoen. Dit laatste wordt het Hoofdproductieplan (HPP) genoemd, in het Engels Master Production Schedule (MPS). Het rollend plan wordt dus bepaald als volgt.

$$r_i(t) = \sum_{s=0}^{L_i} F_{t,i}(t+s) + \sum_{s=0}^{L_i} \sum_{j=1}^N a_{ij} r_j(t+s) + v_i - \sum_{s=0}^{L_i-1} r_i(t+s-L_i), i=1,\dots,N \quad (2)$$

Het is niet moeilijk om in te zien dat dit algoritme tot *niet-toegelaten oplossingen* leidt, omdat geen rekening

$$\min_{\{r_i(t) | 1 \leq i \leq N, 1 \leq t \leq T\}} \sum_{s=0}^{T-1} \sum_{i=1}^N h_i (X_i(t+s) - v_i)^+ + \sum_{s=1}^{T-1} \sum_{k \in E} p_k (X_k(t+s) - v_k)^-$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} r_j(t+s) \leq X_i(t+s-1), i=1,\dots,N, s=0,\dots,T-1$$

$$X_i(t+s) = X_i(t+s-1) + r_i(t+s-L_i) - \sum_{j=1}^N a_{ij} r_j(t+s) - F_{t,i}(t+s), i=1,\dots,N, s=0,\dots,T-1$$

$$r_i(t+s) \geq 0, i=1,\dots,N, s=0,\dots,T-1$$

Model 2

wordt gehouden met de materiaalbeschikbaarheidsrandvoorwaarden. Er zijn twee redenen dat dit algoritme toch het meest gebruikte planningsalgoritme in de industrie is:

1. De rekencomplexiteit is lineair in het aantal items, waardoor het toegepast kan worden bij elk bedrijf.
2. Rond dit algoritme en de systemen die zorgen voor de invoer en uitvoer is een professioneel opleidingsprogramma opgezet door de American Production and Inventory Control Society (APICS), waarmee sinds 1970 vrijwel iedere logistieke professional is opgeleid, direct of indirect (de auteur dezes inclus).

Toen het MRP-systeem in de jaren 1970 werd ingevoerd bij grote bedrijven als Philips, was het een grote sprong vooruit, doordat de computer een groot deel van de administratie overnam, die bij materiaalbeheer nodig is. Met het toenemen van de rekenkracht van computers werd de frequentie van het runnen van het MRP-algoritme opgevoerd van wekelijks naar dagelijks naar real-time. Eigenlijk heeft het MRP-algoritme zich hiermee tegen de gebruiker gekeerd. Immers, iedere keer als een klantenorder binnenkomt, wordt de 'evenwichtssituatie' verstoord: de vergelijking (1) geldt niet meer. En dan zal het MRP-systeem onmiddellijk weer aangepaste ordervrijgaven genereren voor heel veel items. Maar omdat vergelijking (2) geen rekening houdt met de materiaalbeschikbaarheid van *child items*, is het voorgestelde ordervrijgaveplan vaak niet toegelaten en moet er handmatig worden ingegrepen. En heeft men het eindelijk op orde, dan komt de volgende klantenorder binnen, of wijzigen de verkoopplannen. Dit voortdurend herberekenen van het plan, leidend tot afwijkingen ten opzichte van het oorspronkelijke plan, noemt men planningsnervositeit. Tot op de dag van vandaag lijkt het niet toegestaan het

probleem bij de wortel aan te pakken: het vervangen van een te simplistisch algoritme door een algoritme dat wel 'werkt'. Al het handmatig ingrijpen wordt beschouwd als normaal werk van een planner.

Het moet gezegd, (MI)LP is nog geen goed alternatief, omdat dit voor de grootte van de problemen niet snel genoeg rekent: voor planning moet herberekenen binnen 10 seconden mogelijk zijn, want men wil nagaan of handmatige aanpassingen, waar we niet onderuit komen (we gebruiken immers een model van de werkelijkheid), effectief zijn. Typische aanpassingen betreffen het versnellen of vertragen van al uitstaande productie- en klantenorders, verhogen of verlagen van verkoopplannen. Maar er blijkt wel degelijk een alternatief te zijn, dat ongeveer evenveel rekentijd vraagt als het MRP I algoritme, en zich al bewezen heeft als een effectief planningsalgoritme in de praktijk, zie De Kok et al. (2005). Dit algoritme is een bijproduct van onderzoek gericht op het bepalen van optimale strategieën voor ordervrijgave in multi-echelon voorraadsystemen, zoals hierboven beschreven, onder stochastisch stationaire vraag. In De Kok (2018) wordt inzicht gegeven in de zogenaamde Synchronized Base Stock (SBS) strategieën, die het mogelijk maken om algemene waardenetwerken te besturen, waarbij in een *split second* een toegelaten plan voor een realistisch waardenetwerk wordt gegenereerd, en waarvan via numerieke studies is aangetoond dat deze plannen tot aanzienlijk lagere (ca. 10%) kosten leiden dan de (MI)LP-gebaseerde plannen. Schouten (2018) heeft aangetoond dat de SBS-strategieën ook kunnen worden aangepast voor laag-volume productie, zoals in high-tech, waar we niet om geheel-taligheid van ordervrijgaven heen kunnen. In een *real-life* experiment toont ze aan dat de SBS-strategieën zonder enig menselijk ingrijpen tot minstens dezelfde prestatie leiden als in de praktijk met veel menselijk ingrijpen.

Praktische inzichten in de besturing van waardenetwerken

Vraag op item niveau is niet van stationair te onderscheiden

De basis voor de toepassing van stochastische modellen is, dat de vraag naar items vrijwel nooit te onderscheiden is van stationaire vraag door de relatief hoge waarde van

de standaarddeviatie ten opzichte van het gemiddelde. Hierdoor wordt een mogelijk onderliggend patroon overstemd door ruis. Toepassing van stochastische modellen vraagt wel zorgvuldige modellering en modelanalyse, waar het helaas in de praktijk van voorraadbeheersingssoftware aan schort: *foute formules*.

Stochastische multi-echelon voorraadmodellen zijn empirisch valide

Voor de analyse en 'optimalisatie' van waardenetwerken is de ChainScope software ontwikkeld, ondersteund door een STW Valorisation Grant. Hoewel het bedrijf ChainScope niet van de grond is gekomen, is de software sinds 2009 veelvuldig ingezet bij MSc projecten (cf. De Kok (2018)). De basis van de software bestaat uit de berekening van 'optimale' SBS-strategieën, maar om de software te kunnen inzetten bij ieder bedrijf zijn *heuristieken* toegevoegd om rekening te kunnen houden met seriegroottebeperkingen, maximale voorraadbeperkingen (bijvoorbeeld in geval van tanks en silo's, of instabiliteit van een tussenproduct), en productafkeur (bijvoorbeeld in de semiconductorindustrie). Hoewel bij de wiskundige analyse uitgebreid gebruik is gemaakt van *discrete event simulation*, bleek dat het bouwen van een simulatiemodel voor algemene waardenetwerken met al de genoemde kenmerken, uitermate complex is en voor zover bekend nog niet beschikbaar. Deze problematiek werd ondervangen door empirische validatie.

Klantenservice wordt bepaald door gemiddelde voorraad en bestelfrequentie

Nu hebben we boven al aangegeven dat er door mensen veelvuldig wordt ingegrepen in de ordervrijgave voorstellen van systemen. Toch vinden we empirische validiteit van de gebruikte modellen. De enige verklaring voor deze bevinding is, dat de klantenserviceprestatie van een waardenetwerk wordt bepaald door de gemiddelde voorraad en de gemiddelde ordervrijgavehoeveelheid (of gemiddelde ordervrijgavefrequentie). In De Kok (2018) wordt deze bevinding ondersteund door de prestatie van verschillende één-product-één-locatie voorraadstrategieën te vergelijken, die allen dezelfde gemiddelde voorraad en gemiddelde bestelhoeveelheid hebben. Onder de aannames van stationaire vraag blijken deze strategieën vergelijkbare klantenservice op te leveren, tenzij de gemiddelde bestelgrootte groot is ten opzichte van de gemiddelde vraag per tijdseenheid.

Optimale besturing creëert een goederenstroom

Bij het berekenen van de *optimale voorraadkapitaalverdeling* in waardenetwerken blijken er drie belangrijke inzichten naar voren te komen in alle praktische gevalsituaties:

1. Het grootste deel van het voorraadkapitaal ligt op het zogenaamde klantenorderontkoppelpunt, de meest stroomafwaarts gelegen, op vraagvoorspellingen bestuurde, voorraadpunten.
2. Van items met lage waarde, maar lange levertijden, wordt ook een aanzienlijke voorraad *in tijd* aangehouden.
3. Van het grootste deel van de items wordt niet of nauwelijks voorraad aangehouden, waarmee een groot deel van de items in het waardenetwerk nooit stilliggen, tenzij als *work in progress*.

Het is inzicht 3. dat de grootste uitdaging stelt bij de implementatie van de verkregen inzichten in concrete besturingsparameters voor bestaande materiaalcoördinatie methoden als MRP-I. We weten dat het MRP-I algoritme niet-toegelaten oplossingen genereert, die handmatig moeten worden aangepast. Het MRP-I algoritme synchroniseert de orders van child items niet, noch heeft het een allocatiemechanisme. En juist dat laatste mechanisme speelt een cruciale rol wanneer we optimale strategieën willen implementeren. Dus zolang we vasthouden aan het MRP-I algoritme, zijn we gedwongen om te hoge voorraden in de keten aan te houden op plaatsen, waar ze niet direct bijdragen aan de echte klantenservice.

Open problemen

Ik heb hierboven aangegeven dat er op dit moment slechts heuristieken bestaan in de vorm van *proprietary knowledge* in de ChainScope software voor waardenetwerken met onder meer seriegroottebeperkingen en productafkeur. Het ontwikkelen van strategieën die op een effectieve manier kunnen worden ingezet in praktische situaties, waar onzekerheid in vraag en aanbod de norm is, vormt een grote uitdaging. Hoewel de huidige modellering en analyse 'werkt', mag gerust worden gezegd dat relaxaties van randvoorwaarden en onterechte aannames van stochastische onafhankelijkheid, leiden tot wiskundig drijfzand.

Een belangrijk ontbrekend aspect is capaciteitsbeper-

king. Deze kan de vorm aannemen van een maximale output op een productiemiddel per tijdseenheid, of van een maximale hoeveelheid onderhanden werk. Dit laatste type beperking komt veel voor in de high-tech industrie, bijvoorbeeld in het geval van clean rooms en andere typen zogenaamde opstelplaatsen waar een kapitaalgoed wordt geassembleerd en getest.

Natuurlijk is het mogelijk om MILP-formuleringen te gebruiken om rekening te houden met alle mogelijke generieke en specifieke randvoorwaarden. Maar we weten dus dat SBS strategieën tot betere prestaties leiden dan LP-formuleringen binnen een rollend plan aanpak. Het endogeniseren van de onzekerheid in het model van de werkelijkheid is blijkbaar cruciaal. Daarnaast kan ook de rekencomplexiteit van de ontwikkelde strategieën, net als bij SBS-strategieën ten opzichte van LP, veel lager zijn dan bij MILP, terwijl wellicht besturingsparameters kunnen worden geoptimaliseerd. Het zal ongetwijfeld veel inspanning en geduld vragen om de uitdagingen om te zetten in bruikbare planningssoftware, maar de bijdrage aan effectiever en efficiënter gebruik van schaarse middelen en materialen voor de eeuwigheid lijkt mij geen slechte beloning.

NOOT

Van dit artikel is een uitgebreide versie, waarin meer uitleg wordt gegeven over de analyse van stochastische modellen, beschikbaar op <http://home.kpn.nl/tondekok/>

LITERATUUR

- De Kok, T. (2018). Inventory management: Modeling real-life supply chains and empirical validity. *Foundations and Trends® in Technology, Information and Operations Management*, 4(11), 343–437. <http://dx.doi.org/10.1561/02000000057>
- De Kok, T., Janssen, F., Van Doremalen, J., Van Wachem, E., Clerckx, M., & Peeters, W. (2005). *Philips electronics synchronizes its supply chain to end the bullwhip effect*. *Interfaces*, 35(1), 37–48. <https://doi.org/10.1287/inte.1040.0116>
- Schouten, T., 2018. *Material availability planning in a low volume environment; A case study at ASML*. (Master thesis, Operations Management & Logistics). Eindhoven University of Technology. <https://pure.tue.nl/ws/portalfiles/portal/113711086/>

TON DE KOK is hoogleraar Operations Management aan de Technische Universiteit Eindhoven en bij de capaciteitsgroep Operations Planning, Accounting, and Control (OPAC) binnen de faculteit Industrial Engineering and Innovation Sciences. Hij is sinds oktober 2020 directeur van het CWI. E-mail: ton.de.kok@cw.nl