

Grafen-analyse en sociale wetenschappen.

B. Niemöller

Van de theorie der grafen is de oorsprong precies bekend. In de publikaties van de Academie van Wetenschappen in St. Petersburg uit 1736 treffen we een bijdrage aan van de zwitser Leonhard Euler. Daarin behandelt hij het zogenaamde 'probleem van de bruggen van Königsberg'. De stad Königsberg (nu Kaliningrad) in het voormalige Oost-Pruisen, ligt op de oevers en twee eilanden van de rivier de Pregel. De verschillende delen der stad (A, B, C en D) werden verbonden door zeven bruggen (fig. 1a-b)

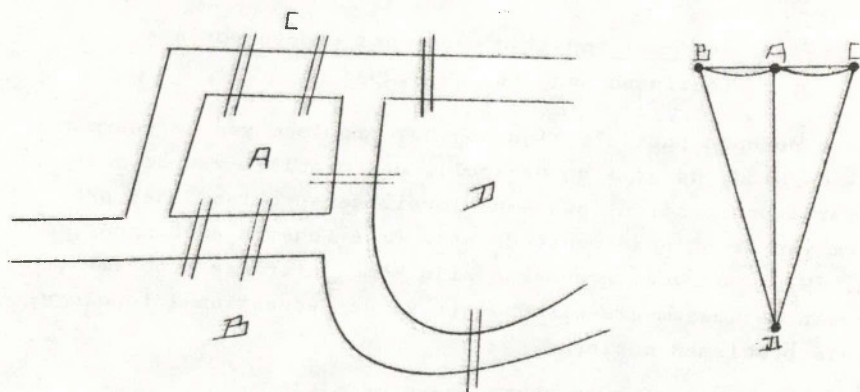


fig. 1: de zeven bruggen van Königsberg
(ontleend aan Ore, 1963, 24)

De vraag is nu of het mogelijk is, startend in een willekeurig uitgangspunt daar weer terug te keren, waarbij ieder der zeven bruggen precies één keer gebruikt wordt. Euler bewees nu, dat een dergelijke Euler-lijn niet bestaat.

In de twee eeuwen volgend op Euler's publikatie ontwikkelde de grafen-theorie zich voornamelijk middels soortgelijke speelse breinbrekers. We noemen hier b.v. Sir William Rowan Hamilton's puzzle (1859), waarin getracht moet worden op een reis langs de ribben van een dodecahedron, alle hoekpunten precies éénmaal aan te doen. Dat dit mogelijk is blijkt uit figuur 2.

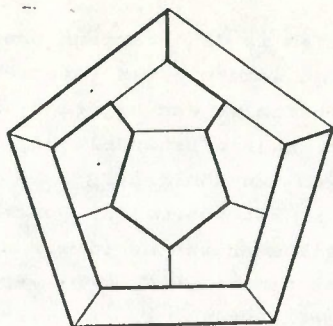


fig. 2: een Hamilton-lijn voor het dodecahedron
(ontleend aan Ore, 1963,29)

Andere bekende puzzle's zijn nog het probleem van de veerman (met de hond, de geit en de kool), het probleem van de drie jaloerse echtgenoten, het handelsreizigersprobleem, het probleem van de chinese postbode etc. (zie Lenstra en Rinnooy Kan, 1975). Al deze problemen zijn kombinatoriese problemen, waaraan de amusements-wiskunde (b.v. de recreational topology) zovele problemen ontleend.

Zoals Boland in zijn openbare les opmerkt is

'De laatste decennia (.....) het aantal van dit soort problemen sterk toegenomen, terwijl ook de diversiteit ervan belangrijk is vermeerderd. Er zijn vraagstukken uit de algebra, de topologie, de grondslagen van de wiskunde, de speltheorie, de theorie van het lineaire programmeren, maar ook uit de natuurkunde, de chemie, de economie, de linguïstiek, de biologie en de sociale wetenschappen. Aldus doorsnijdt de combinatoriek vele wetenschappelijke grenzen en dat bemoeilijkt natuurlijk de formele omschrijving van het vak. Daarbij komt dat de oplossingsmethoden vaak zo zeer afhangen van de speciale aard van het vraagstuk, dat de combinatoriek in wezen nog altijd een verzameling van vraagstukken is, waarbij geen grote theorieën bestaan, die een min of meer geunificeerde aanpak mogelijk maken. Dit neemt echter niet weg, dat vele combinatorische problemen met voordeel kunnen worden

aangepakt met behulp van de theorie der grafen.'

(Boland, 1970, 4)

Onder een graaf verstaat men als regel een verzameling plus een op die verzameling gedefiniëerde relatie. Bijzondere grafen ontstaan, wanneer de graaf of de punten en/of kanten van een graaf, bepaalde kenmerken bezitten. Zo onderscheiden we o.a. gerichte-, gewaardeerde-, multi-, bipartite-, gesig-neerde-, en planaire-grafen.

Een bijzondere graaf is een elektrisch netwerk dat 'kan worden gedefinieerd als een gerichte graaf, waarvan de kanten elektrische elementen zijn met twee uiteinden. In iedere kant kan zich een weerstand, capaciteit, zelf-inductie, spanningsbron of stroombron bevinden. Bij een gegeven netwerk zal men geïnteresseerd zijn in de spanningsverdeling over de hoekpunten en de stroomverdeling over de kanten.' (Boland, 1970, 13).

Naar analogie kunnen we ook andere netwerken onderscheiden, waarbij het niet gaat om een elektrische stroom, maar om een hoeveelheid goederen, olie, informatie, etc.

Het is niet verwonderlijk dat, waar de grafen-theorie belangrijk inzicht kan leveren t.a.v. grafen, de toepassingen van de grafen-theorie legio zijn. Immers, zodra er sprake is van een verzameling en een daarop gedefiniëerde relatie, kortom van een graaf, kan de analyse van die graaf ter hand worden genomen. In de sociale wetenschappen, waar men zo vele verzamelingen (personen, groepen, organisaties, instellingen) en daarop te definiëren relaties kent, wordt dit zeker onderkent. Toepassing van de grafen-theorie in de sociale wetenschappen is echter nog maar van betrekkelijk recente datum: de ontwikkeling is pas na de tweede wereldoorlog op gang gekomen en bleef daarbij lang beperkt tot enkele onderwerpen. Het gebruik van de grafen-theorie ontwikkelde zich voor een belangrijk deel vanuit de sociometrische bestudering van sociogrammen. De problemen die men ondervond bij de visuele inspectie van (vooral grote) sociogrammen, leidde ertoe dat men de informatie uit een sociogram ging representeren in een matrix. Met behulp van matrix algebra werd het analyseren van sociogrammen op een veel hoger peil gebracht. (Doreian, 1970, 114).

Doreian merkt hierover op

'See Forsyth and Katz (1946) and Luce and Perry (1949). It is interesting to note that Moreno, who initiated sociometry (see Moreno ed. 1960), was reluctant to accept matrix algebra as a source of techniques for analysing the sociogram, arguing that visual inspection was preferable.....' (Doreian, 1970,180).

Deze ontwikkeling vanuit de veertiger jaren, leidde tot een toenemende grafen-theoretiese oriëntering bij zulke onderwerpen als: balans-theoriën (zie het artikel van v.d. Linden in dit nummer), sociale status, sociale mobiliteit, (formele-) organisaties, communicatie- en informatie-netwerken, invloeds-structuren, etc. Daarbij werden nieuwe begrippen en eigenschappen van grafen ontwikkeld, waardoor de grafen-theorie vanuit de sociale wetenschappen mede werd verrijkt. We noemen hier bijvoorbeeld het begrip 'clique' (= klik) en de vele ontwikkelde clique-detektiemethoden. (zie ook het artikel van Mokken in dit nummer). Doreian schrijft echter terecht

'There are still many technical problems that require solution in this type of analysis of social structures. The analysis of valued graphs has to be pursued and similarly with graphs where the points have valuations. We also need to be able to compare structures and the various indices of structure are a beginning in this direction, although their ad hoc nature is a limitation. Perhaps one of the most important products of analysis of structure in this way is that the focus is kept on the social organisation involved. This is not to ignore other features of social analysis but to assert that this type of analysis is necessary. This has consequences for the collection of data, as the prevalent method of survey analysis is not adequate to this task(...). The social organisation has to be studied and not simply the individuals within it.' (Doreian, 1970,64).

Alvorens enkele konkrete voorbeelden van toepassing van de grafen-theorie in de sociale wetenschappen te noemen, sta ik eerst nog stil bij de mogelijkheden die ontstaan door de

ontwikkeling van de grafen-theorie vanuit de operations research (of management science). Een belangrijke faktor bij die ontwikkeling is de ontwikkeling van grote en snelle computers. Door het in toenemende mate beschikbaar komen van dergelijke machines, wordt het mogelijk ook grafen van grote omvang te analyseren. De daartoe benodigde algorithmen worden in vele diciplines ontwikkeld en de stroom publikaties zwelt gestaag. Als voorbeeld uit de operations research noemen we het boek van Christofides, 'Graph Theory, an algorithmic approach', bevattend '....as coherent a body of knowledge with regard to graph analysis algorithms as possible'. Alhoewel vele algorithmen betrekking hebben op problemen uit de OR, komen een aantal ook voor sociale wetenschappers interessante zaken aan de orde. We noemen:

- bereikbaarheid- en verbondenheid- van grafen, sterke componenten en bases en hun toepassing met betrekking tot de vorming van machtsgroepen en coalities in organisaties.

- het isoleren van extreme deelverzamelingen punten met bepaalde eigenschappen. Bijvoorbeeld het berekenen van maximaal onafhankelijke of minimaal dominerende verzamelingen. Het laatste probleem wordt veralgemeniseerd tot het zogenaamde 'set covering problem'.

- centra en medianen van een graaf worden gebruikt om het minimax- respektievelijk het minisum-lokatie probleem aan te pakken.

- gerichte- en ongerichte-bomen, in het bijzonder de 'shortest spanning tree' (SST) van een graaf. Evenals bij het eerder genoemde clique concept, vervaagt hier het onderscheid tussen cluster- en grafen-analyse (zie ook Bock, 1974, met name h-7 'Graphentheoretische Methoden' en h-8 'Nichtdisjunkte Gruppierung').

- kortste pad problemen, met als speciaal geval de toepassing in gerichte acycliese grafen, zoals die voorkomen in PERT-(Project Evaluation Research Task) en CPM-(Critical Path Method)diagrammen. Vooral voor de bestuurskunde liggen hier interessante mogelijkheden.

-circuits: de vele problemen die samenhangen met Euler- en Hamilton-lijnen. Hier liggen zeker mogelijkheden op b.v. het gebied van 'comparative judgment'.

-maximale matching in grafen, het 'generalized hungarian algorithm' en de verbijzondering daarvan voor bipartite grafen.

Dit alles vormt maar een klein deel van de netwerk-problemen uit de operations research. Waar de OR zich voor een belangrijk deel met optimaliseringsmodellen bezighoudt, zal het geen verbazing verwekken, dat een zeer uitgebreid arsenaal netwerk-analytische hulpmiddelen ontwikkeld is. Daartoe horen ook de problemen behorend bij dynamische optimaliserings- en stochastische-modellen, samen te voegen in een algemener model dat wel wordt aangeduid als een 'Markovian decision process.' (zie Wagner, 1972)

Dat ook binnen de sociale wetenschappen aan dergelijke benaderingen gewerkt wordt blijkt b.v. uit het artikel van White, 'Everyday life in stochastic networks' (White, 1973).

We citeren nu uit de introductie

'....White redefines "messages in human networks" to include wide varieties of exchanges among people(.....). Although the analogy between human networks and telecommunication systems is not straightforward (one problem being that human networks evolve, i.e., links between people are created, then disappear), Kleinrock's results on the analysis of nets of physical facilities explain many observable types of human behavior. And new developments in network theory are beginning to allow formal analysis of self-changing systems.' (White, 1973, 259-260).

Tot nu toe hebben we ons in nog al algemene termen uitgelaten over herkomst en sociaal-wetenschappelijk interessante ontwikkelingen van de grafen-theorie.

In konkrete wordt grafen-analyse echter op tal van plaatsen binnen de sociale wetenschappen onderwezen en toegepast. De in vele disciplines gebruikte inleiding van Harary e.a. (1965) heeft daar zeker toe bijgedragen, maar ook binnen de verschil-

lende disciplines heeft de grafentheorie een plaats veroverd. Zo wordt, behalve in talloze locale syllabi, ook in elementaire studieboeken de grafentheorie geïntroduceerd. (b.v. Coombs e.a., 1970, 78-94).

Toepassingen vinden we op gebieden als

- de analyse van communicatie-structuren. We noemen o.a. onderzoeken naar centraliteit en motivatie, geruchten-tracé's, leiderschap (Bavelas, 1960).
- de analyse van formele organisaties (b.v. Brams, 1968).
- onderzoek van clique's in internationale betrekkingen (b.v. Harary en Miller, 1970).
- analyse van groepsvorming in de V.N. (Stokman, 1977).
- analyse van invloedsstructuren (Helmers e.a., 1975; Sonquist en Koenig, 1975).

Mokken (1972) geeft voor deze voorbeelden een instruktief en uitgewerkt overzicht.

Programmatuur.

Eerder werd opgemerkt, dat door de komst van grote, snelle computers en de ontwikkeling van benodigde algoritmen, de grafen-theorie zich versneld ging ontwikkelen. Dit impliceert helaas niet, dat de sociaal-wetenschappelijke onderzoeker nu ook een ruim aanbod van grafen-analytische computer programma's kan verwachten. Het grootste deel bestaat uit slecht traceerbare losse algoritmen of ad-hoc programmatuur, die voor de met SPSS e.d. verwerende gebruiker vrijwel ontoegankelijk zijn. Als voorbeeld van enigmatische gedocumenteerde programma's uit het buitenland noemen we slechts Alba's (1972 a,b) SOCK en COMPLT. Alba schrijft hierover onder meer

'In short, SOCK enables the user to cluster sociometric matrices. COMPLT embodies a different strategy for analyzing such matrices. It is based on a formal definition of a clique, stated in the language of graph theory and an extension of the famous Luce and Perry definition.'

In eigen land valt de laatste jaren een verhoogde activiteit waar te nemen. Laten we de ongetwijfeld talloze ad-hoc programma's (technische hogescholen) buiten beschouwing,

dan wordt voornamelijk in Nijmegen, Utrecht en Amsterdam op de sociale wetenschappen gerichte programmatuur ontwikkeld. Voor Utrecht en Nijmegen moge ik naar elders in dit blad verwijzen (Felling, Koppelaar, v.d. Linden).

In Amsterdam is de afgelopen jaren veel programmatuur tot stand gekomen in het kader van het invloedsonderzoek van Mokken en Stokman. (Helmers, e.a., 1975). Omdat deze programmatuur aan toegankelijkheid nog iets te wensen overlaat, is kortgeleden een interuniversitaire projectgroep van start gegaan, die zich tot taak heeft gesteld het 'Graph Definition and Analysis Package' (GRADAP) te ontwikkelen. Daarbij wordt gedacht aan een nieuw pakket, bestaande uit een verzameling programma's met een standaard data-file, voor toepassing van de grafenanalyse in de sociale wetenschappen. Het geheel zou t.z.t. als appendix van S.P.S.S. gebruikt kunnen worden.

Tot slot volgt nu nog een korte beschrijving van beschikbare programmatuur (voor zover niet elders in dit nummer vermeld).

In 'Netherlands Computer Program Information' (niet erg up-to-date helaas) staan vermeld:

HAMILT

een fortran programma van Roskam, draait op IBM
'Determination of matrix of distances, strong components, cycli and Hamilton-cycli of a digraph. Systematic elimination of cycli.'

Kapaciteit: 40 punten.

EDITA

een fortran programma van v. Leeuwe (K.U.N.) voor IBM
'Experimental deterministic item tree analysis. Determination of the partial order within a set of dichotomous items. Representation as a directed graph without circuits (a tree structure).

Output: threshold constant, number of intransitivities, successor-matrix of the graph, partial order reproducibility, correlational agreement coefficient.'

Literatuur: J.F.J. van Leeuwe, Item analysis, Ned.

Tijdschrift v.d. Psychologie, 1974.

De in Amsterdam door het Mathematisch Centrum en de vakgroep Methoden en Technieken van het Instituut voor Wetenschap der Politiek (UvA) ontwikkelde programma's, zijn ondergebracht in de library GRAPHLIB. Het zijn allen Algol 60 programma's geïmplementeerd op de CDC-computer (Cyber 73-28) van de Stichting Academisch Rekencentrum Amsterdam. De volgende drie-
deling geeft een summiere beschrijving van de voornaamste programma's, zoals die in Anthonisse en Lageweg (1975) beschreven staan.

Representatie van grafen:

PRINTGRAPH1 produces representations satisfying the graph-defining language; the representation is readable for human beings and the computer.

PRINTGRAPH2 produces a fixed-format representation, not satisfying the graph-defining language, to be read by computers, but not by procedures of this library.

PRINTARCS1 produces a survey of the incidence and adjacency relations, not satisfying the graph-defining language, to be read by human beings.

Genereren van grafen:

New graphs can be generated by:

sorting of elements: LEXIC01 and LEXIC02,

redefining the direction of arcs: TRANSP0E1,

selecting elements: SELECT1, SELECT2, INTAR2, NEWINFO1 and NEWINFO2,

induction: INDUCE1,

aggregation of arcs: MULARC1.

Elementaire analyse:

The purpose of

SURVEYS1 is to produce frequency tables describing the multiplicity and the use or incidence of vinfos, ainfos, vertices and arcs,

WEAKCOMPS1 is to determine the weakly connected components of a non-directed graph (or a series of its partial graphs) and to perform a first analysis on these components. The analysis consists of the determination of the distances between the vertices of a component and the identification of its central and

peripheral vertices with respect to several measures of centrality ,

STRONGCOMPS1 is to determine the strongly connected components of a directed graph (or of a series of its partial graphs), and to perform a first analysis on these components,

RUSH1 is to compute the rush in a set of vertices which is the result of a flow from a set (F) of vertices to a set (T) of vertices,

DISRUPT1 is to reduce agraph to the null-graph, i.e. to the graph without elements. In each step of the reduction process a set of vertices (S) is selected and deleted from the graph. To determine this set a criterion is computed for each vertex, vertices with minimum (or maximum) value of the criterion constitute the set (M). The value of the criterion and a frequency table can be printed for all vertices and for each list of vertices. The set S either is M or is the intersection of M with the union of a number of specified lists of vertices. In each step the vertices are printed

INTAR1 is to analyse relations between sets (inter-analyses), and relations within sets (intra-analysis).

Uit de library van het Technisch Centrum van de Faculteit der Sociale Wetenschappen aan de Universiteit van Amsterdam vermelden we tot besluit nog

GRAPHSC, een Algol programma dat gebruikers in staat stelt grafen analyse programma's (i.h.b. die uit GRAPHLIB) met andere programma's (i.h.b. schaalanalyse volgens Mokken) te gebruiken. (dokumentatie: programma bulletin 71)

CLIQUN, een programma in Fortran Extended (4.1), waarmee zogenaamde 1-reachability cliques kunnen worden bepaald. Dit programma behoort tot een serie van 5 programma's voor de analyse van 'roll calls in (quasi) legislative bodies' (dokumentatie: programma bulletin 18).

- Alba, R.D. en Gutmann, M.P. (1972-a). SOCK: a sociometric analysis system. Behavioral Science, 17, 326.
- Alba, R.D. (1972-b). COMPLT: a program for analyzing sociometric data and clustering similarity matrices. Behavioral Science, 17, 566.
- Alba, R.D. (1973). A graph theoretic definition of a sociometric clique. The Journal of Mathematical Sociology, 3, 116-126.
- Alba, R.D. en Kadushin, C. (1976). A new measure of social proximity in networks. Sociological Methods and Research, 5, 77.
- Anthonisse, J.M. (1971). The rush in a directed graph. Mathematical Centre, BN 9/71.
- Anthonisse, J.M. (1973). A graph defining language. Mathematisch Centrum, BW 30/73.
- Anthonisse, J.M. en Lageweg, B.J. (1975). Graphlib: procedures to represent, generate and analyse graphs. Mathematisch Centrum, BW 51/75.
- Balaban, A.T. (ed.) (1976). Chemical applications of graph theory. Academic Press.
- Berge, C. (1970). Graphes et hypergraphes. Dunod.
- Bock, H.H. (1974). Automatische Klassifikation, Vandenhoeck & Ruprecht.
- Brams, S.J. (1968). Measuring the concentration of power in political systems. The American Political Science Review, 62, 461-475.
- Coombs, C.H., Dawes, R.M. en Tversky, A. (1970). Mathematical Psychology, an elementary introduction. Prentice-Hall.
- Christofides, N. (1975). Graph theory: an algorithmic approach, Academic Press.
- Deventer, J.v. (1969). Graph theory and "instant insanity". in: The many facets of graph theory, 283-286. Springer Verlag.
- Doreian, P. (1970). Mathematics and the study of social relations. Weidenfeld and Nicolson.

- Felling, A.J.A. (1974). Sociaal-netwerkanalyse. Samson.
- Felling, A.J.A. en Weegen, Th.M.C.M. (1977). Graphtheoretische analysemodellen. Methoden en Data Nieuwsbrief (VVS), 2.
- Forsyth, E. en Katz, L. (1946). A matrix approach to the analysis of sociometric data. Sociometry, 9, 340-347.
- Harary, F., Norman, R.Z. en Cartwright, D. (1965). Structural models: an introduction to the theory of directed graphs. Wiley.
- Harary, F. (1967). Graph theory and theoretical physics. Academic Press.
- Harary, F. en Miller, H. (1970). A graph-theoretic approach to the analysis of international relations. Journal of Conflict Resolution, 14, 57-63.
- Helmers, H.M. e.a. (1975). Graven naar macht. Van Gennep.
- Kadushin, C. (1972). Who are the elite intellectuals ? The Public Interest, 29, 109-125.
- Lageweg, B.J. (1975). Kortste-padproblemen. Mathematisch Centrum, BC 14/75.
- Laman, G. (1972). Wat zijn grafen? in: Grafentheorie en haar toepassingen. Mathematisch Centrum, VC 26/72.
- Lenstra, J.K. en Rinnooy Kan, A.H.G. (1975). Reizen op een graaf. Mathematisch Centrum, BC 13/75.
- Lockyer, K.G. (1969). Netwerkplanning in het kort. Samson.
- Luce, R.D. en Perry, A.D. (1949). A method of matrix analysis of group structure. Psychometrika, 14, 95-116.
- Luce, R.D. (1950). Connectivity and generalized cliques in sociometric group structure. Psychometrika, 15, 169-190.
- Mokken, R.J. (1972). Graphentheorie en sociale wetenschappen. in: Grafentheorie en haar toepassingen. Mathematisch Centrum, VC 26/72.
- Mokken, R.J. (1977). Cliques, clubs and clans. Methoden en Data Nieuwsbrief (VVS), 2.

Moreno, J.L. (ed.) (1960). The sociometry reader. Free Press.

Nehnevajsa, J. (1973). Soziometrie.

in: König, R. (ed.). Handbuch der empirischen Sozialforschung,
Band 2, 260-301. Ferdinand Enke Verlag.

Netherlands Computer Program Information. Steinmetz/SISWO.

Ore, O. (1963). Graphs and their uses. Singer.

Sonquist, J. en Koenig, T. (1975). Interlocking directorates
in the top U.S. corporations: a graph theory approach.

Insurgent Sociologist, 5, 196-229.

Stokman, F.N. (1977). Third world group formation in the united
nations (a methodological analysis). Universiteit van Amsterdam.

Stokman, F.N. (1977). Grafentheoretische uitwerking van cumu-
latieve schaaltechnieken. Methoden en Data Nieuwsbrief (VVS), 2.

Wagner, H.M. (1972). Principles of operations research,
Prentice Hall.

White, H. (1973). Every day life in stochastic networks.

in: Alker, H.R., Deutsch, K.W. en Stoetzel, A.H. Mathematical
approaches to politics, 287-300. Elsevier.

The University of Chicago is a private research university located in Chicago, Illinois. It was founded in 1837 and is one of the oldest and most prestigious universities in the United States. The university is known for its commitment to academic excellence and its diverse range of programs and research. It has a long history of producing world-class scholars and leaders in various fields. The university's campus is a beautiful blend of historic architecture and modern facilities, providing a conducive environment for learning and research. The University of Chicago is a member of the Association of American Universities and is ranked among the top universities in the world. Its commitment to innovation and discovery continues to shape the future of knowledge and education.