

## Wiskunde tussen model en werkelijkheid

G.M. Koole

30 november 2000

Mijnheer de Rector Magnificus,

Dames en Heren,

In de eerste helft van de twintigste eeuw werd de wiskunde voornamelijk toegepast binnen de natuurwetenschappen en de techniek, en in enkele andere gebieden zoals het verzekeringswezen. De laatste 50 jaar hebben een belangrijke verschuiving laten zien: een nieuw zwaartepunt heeft zich gevormd rond toepassingen in bedrijfssituaties. Wiskunde is tegenwoordig betrokken bij vrijwel alle onderdelen van de bedrijfsvoering. Dit betreft niet alleen vragen aangaande het product zelf, het "hoe?" en "wat?", maar ook vragen van een algemeen bedrijfskundig karakter, zoals "waar?", "wanneer?", en "hoeveel?". Wiskunde helpt de autofabrikant niet alleen met het maken van automobielen, maar ook om productie en distributie kosten efficiënt uit te voeren. Het vertelt de verzekeraar niet alleen hoe hoog de premie moet zijn, maar ook met hoeveel medewerkers er gewerkt moet worden om de polissen tijdig te kunnen verwerken.

Kwantitatieve problemen in deze nieuwe toepassingsgebieden konden deels worden opgelost met bestaande wiskunde, deels ontwikkelden zich nieuwe specialismen, vooral voor toepassingen binnen de logistiek. Het aantal toepassingsgebieden breidt zich nog steeds uit, met recentelijk nieuwe ontwikkelingen in onder andere de financiële dienstverlening, en aandacht voor human resource management en call centers. Het is voornamelijk over deze wiskunde van de bedrijfsvoering dat ik het met u wil hebben. Veel van wat ik zal zeggen heeft echter ook een bredere portee.

De genoemde verschuiving in toepassingsgebied, van natuurwetenschappen naar bedrijfssituaties, was mogelijk door het speciale karakter van de wiskunde. De wiskunde heeft namelijk geen eigen werkelijk bestaand studieobject. Centraal in de toegepaste wiskunde staat daarentegen het wiskundig *model*. Een model is een vereenvoudigde beschrijving van een deel van de werkelijkheid in mathematische termen. Is de werkelijkheid eenmaal wiskundig beschreven dan kunnen wiskundige technieken worden gebruikt om het model op te lossen<sup>1</sup>. De uitspraken over het model worden daarna terugvertaald naar de gemodelleerde werkelijkheid.

Zo kan een model van het Nederlandse wegennet inclusief reistijden behulpzaam zijn bij het plannen van uw reizen. In hoeverre u daarbij rekening wenst te houden met wisselende omstandigheden zoals files is een belangrijke modelleringskeuze. Het bepaalt in belangrijke mate de praktische bruikbaarheid van de uitkomsten, maar het bepaalt ook de noodzakelijke wiskundige technieken voor het oplossen van het model. Wiskunde is zowel behulpzaam bij het opstellen als bij het oplossen van het model.

Het begrip model zal ik gebruiken voor alle systemen die in logische en/of kwantitatieve termen zijn geformuleerd. Zo gezien is de wiskunde de wetenschap die dergelijke modellen als onderzoeksobject heeft.

Het centraal stellen van modellen maakt de wiskunde tot breed inzetbaar gereedschap: zodra een deel van de werkelijkheid te modelleren is, kunnen wiskundige oplossingstechnieken hierop losgelaten worden en kunnen er conclusies ten aanzien van de werkelijkheid aan worden verbonden. Er is geen principiële beperking aan de te modelleren systemen: de wiskunde leent zich evengoed voor het bestuderen van menselijke relaties als zij zich leent voor fysische relaties, en zoals we een model kunnen bouwen van de nationale economie kunnen we dat ook doen voor uw privéfinanciën.

In deze brede inzetbaarheid van de wiskunde schuilt ook een gevaar. De mogelijkheid bestaat namelijk dat in de wetenschapsuitoefening maar ook in de dagelijkse beroepspraktijk het model een eigen leven gaat leiden en de relatie met het oorspronkelijke probleem zoek raakt. Vanuit de praktijk gezien is het oplossen van modellen geen doel op zich; het model is een tussenstap in het oplossen van bedrijfsproblemen. De huidige gerichtheid op modeloplossen zonder toetsing aan de praktijk vervreemdt de wiskunde van haar toepassingen en plaatst haar aldus in een isolement. Ik constateer dat dit isolement in belangrijke mate een feit is. Laat ik met u de toestand van de hedendaagse wiskunde bespreken om u van de juistheid van dit standpunt te overtuigen.

### Het isolement van de wiskunde

We beschouwen allereerst de bedrijfstoepassingen. Zoals we kunnen verwachten zijn modelmatige oplossingen het meest succesvol bij problemen die eenvoudig te modelleren zijn en die complexe, door niet-wiskundigen moeilijk op te lossen modellen opleveren. Een voorbeeld daarvan is voertuigroutering zoals we dat in veel transportondernemingen tegenkomen: gegeven zijn een aantal vrachtwagenchauffeur combinaties, en een aantal te bezoeken adressen. Aan wie moeten welke adressen toegekend worden en in welke volgorde moeten ze bezocht worden zodat de laatst binnenkomende chauffeur zo vroeg mogelijk binnen is? Dit is een klasse modellen met een duidelijke doelstelling en randvoorwaarden. De wiskundige die een soortgelijk probleem geacht wordt op te lossen is hierbij daadwerkelijk gereduceerd tot modeloplosser. Hij (of, in uitzonderingsgevallen, zij) heeft geen inbreng in het modelbouwen zelf, wellicht met uitzondering van een statistische analyse die leidt tot een schatting van de modelparameters. De oplossing wordt vervolgens ingebouwd in een *beslissingsondersteunend systeem*, dat de planner in het bedrijf assisteert bij zijn dagelijkse werkzaamheden.

Het is interessant op te merken dat er vanuit de praktijk vraag is naar het oplossen van steeds complexere modellen. Bij bijvoorbeeld onderhoudsdiensten spelen dezelfde vragen als bij eerdergenoemd voertuigroutingsprobleem, met de additionele vraag op welke dag de bezoeken het beste gepland kunnen worden. Het in de loop van de tijd binnenkomen van aanvragen introduceert onzekerheid, die afneemt naarmate de te plannen dag dichterbij komt. Door deze afnemende onzekerheid is het noodzakelijk dat de tijd expliciet wordt gemodelleerd. Voor dit type complexe modellen bestaan nog geen wiskundig bevestigende oplossingstechnieken. De planningssoftware voor het zojuist geschetste probleem is echter operationeel en succesvol<sup>2</sup>. In dit soort gevallen volstaat het dat de software een aantoonbare verbetering ten opzichte van handmatig plannen geeft. Het is spijtig te constateren dat deze ontwikkelingen niet middenin de



wetenschappelijke belangstelling staan. Hierdoor loopt de wetenschappelijke modelbouw verder dan noodzakelijk achter bij maatschappelijke ontwikkelingen.

De potenties van een modelmatige aanpak gaan verder dan het oplossen van kant-en-klare, door de probleembezitter aangeleverde, operationele problemen. Wil de wiskundige echter meer bijdragen dan alleen een modeloplossing, dan zal hij daar ook de benodigde kennis en vaardigheden voor moeten hebben. Het zwaartepunt van het oplossingstraject verplaatst zich nu van het oplossen van het model naar het modelleren zelf, en van het genereren van een oplossing naar het interpreteren van oplossingen. Dus in plaats van het oplossen van vastomlijnde problemen draagt de wiskundige nu bij aan het hele oplossingstraject, vanuit zijn kwantitatieve specialisme.

Laat ik u dit toelichten aan de hand van problematiek die speelt bij call centers<sup>3</sup>. Het inroosteren van personeel in call centers draait om het afstemmen van de personele bezetting op het aanbod van inkomende gesprekken. Hiervoor bestaan eenvoudige wachttijdtheoretische modellen. De benodigde invoerparameters zijn schattingen van het verwachte aanbod en de gemiddelde gespreksduur. Een onderschatting van het aanbod leidt tot onacceptabele wachttijden; een overschatting leidt tot onderbezette werknemers en dus productiviteitsverlies. Een correcte schatting van de werklast is dus van cruciaal belang. Er zijn ettelijke roosterpakketten speciaal voor call centers op de markt die dit werk uit handen van de planner nemen, en die voor zeg elk kwartier een schatting van het aanbod maken. Managers ondervinden echter vaak dat dit de problemen niet oplost: *gemiddeld* klopt de schatting wel, maar op de meeste dagen blijkt er een significante afwijking te zijn die ingrijpen noodzakelijk maakt.

Het inzicht dat in de praktijk de kwaliteit van deze puntschatting nauwelijks verbeterd kan worden en dat men dus om zal moeten gaan met onzekerheid in het aanbod, opent de weg naar meer structurele oplossingen. Deze nemen de variabiliteit in aanbod als gegeven, kwantificeren het, en spelen erop in door het inbrengen van flexibiliteit in bezetting en taakuitvoering<sup>4</sup>. Hierbij denken we bijvoorbeeld aan flexibel inzetbaar personeel of het afhankelijk van het aanbod aan inkomende calls laten verrichten van ander werk, het zogenaamde *call blending*. Deze oplossingen kunnen natuurlijk op hun beurt weer in een beslissingsondersteunend systeem worden ingebouwd. Vaak is dit echter niet nodig, aan het opgebouwde inzicht heeft een manager genoeg om effectieve maatregelen te nemen.

Wordt er toch gekozen voor het verder uitwerken van het model en het implementeren ervan in een softwaresysteem, dan komen er verschillende interessante vraagstukken uit verschillende wiskundige deel-disciplines aan de orde. Het praktisch onvermogen om de bezetting goed op het aanbod af te stemmen vertaalde zich naar het statistisch inzicht dat een puntschatting niet volstaat. Een nieuw statistisch model voor het aanbod zal in samenhang met modellen uit de wachttijdtheorie en dynamische regeling moeten leiden tot suggesties voor het inbrengen van flexibiliteit in de bezetting. Een dergelijke multi-disciplinariteit is een eigenschap van veel praktijkproblemen.

Het inzicht dat flexibiliteit in bezetting en taakuitvoering gewenst is bij roosterproblemen kan ook buiten het voorspellingsprobleem zijn nut bewijzen. Zoals elk bedrijf worden call centers geconfronteerd met vaak moeilijk voorspelbare afwezigheid van medewerkers. De oplossing die door een bekend roosterprogramma wordt aangedragen, en ook in de call center literatuur wordt ondersteund<sup>5</sup>, is een vast percentage personeel extra in te roosteren. Het zal u niet verbazen dat er

daardoor altijd teveel of te weinig medewerkers aanwezig zijn, en waarschijnlijk heeft u ook een idee wat voor soort oplossing er nodig is. Natuurlijk weten call center managers dat in dit geval ook, maar eenvoudige wiskundige modellen kunnen ook hier op relatief simpele wijze de te nemen beslissingen ondersteunen.

Cruciaal in deze voorbeelden is dat de moeilijkheid ligt in het modelbouwen, niet in het oplossen van het model. Dus om de stap te maken van het oplossen van door probleembezitters aangedragen modellen naar het daadwerkelijk meedenken met de manager is meer nodig dan alleen vaardigheid in het modeloplossen. Zo is kennis van het specifieke toepassingsgebied, *domeinkennis*, noodzakelijk. Een wachtrijmodel kan zijn diensten bewijzen in zowel call centers als in logistiek, maar de specifieke domeinomstandigheden vragen om een andere wijze van implementatie. Maar domeinkennis alleen is niet voldoende, het moet ingebed zijn in kennis en ervaring op het gebied van het modelleren zelf.

Een deel van deze kennis kan in de beroepspraktijk worden opgedaan, maar er zijn goede redenen om dit al in de opleiding aan bod te laten komen. Een van de redenen is de grote behoefte in het bedrijfsleven aan dit soort probleemoplossers<sup>6</sup>. Merk op dat nu de modelbouwer een centrale rol heeft gekregen in het oplossingsproces, er ook communicatief meer van hem verwacht wordt. Het eindproduct zal minder vaak een softwaretool zijn, maar vaker een rapport en een presentatie van de resultaten. Dit vergt meer van de communicatievaardigheden van de student. Dit profiel van de wiskundig professional komt niet overeen met de kennis en vaardigheden van de toegepast wiskundigen en econometristen die nu op de arbeidsmarkt komen. Dit brengt ons bij de huidige academische opleidingen.

Ik zal mij daarbij beperken tot die opleidingen waarbij de wiskunde de centrale rol speelt. De voornaamste opleidingen in deze categorie zijn wiskunde en econometrie. Wat wiskunde betreft staat dit buiten kijf; wat econometrie aangaande zal een blik op enkele studieprogramma's u hiervan overtuigen. Hierbij zij opgemerkt dat ik de vakken in de Mathematische Besliskunde tot de wiskundevakken reken. De in de praktijk geconstateerde nadruk op modeloplossen vinden we terug bij deze opleidingen: men kan als econometrist of "toegepast" wiskundige zonder praktische of theoretische kennis van het modelleren afstuderen. Dit geldt niet alleen voor de student met wetenschappelijke aspiraties, maar ook voor de student die een meer toegepaste richting volgt. Met name voor de student die zich specialiseert op de in de bedrijfsvoering gebruikte kwantitatieve modellen is dit een gemis. Echter, het idee dat modelleren ook op wetenschappelijke wijze kan worden onderwezen wordt vaak niet onderkend of zelfs afgewezen, modelleren is immers een *kunst*, en geen *kunde*.

De nadruk op het oplossen van zeer geavanceerde modellen en de aandacht voor potentiële promotiemedewerkers zorgt voor onderwijs dat voor veel studenten te hoog gegrepen is. Dit leidt tot een beperkt begrip van de stof bij de gemiddelde student, en tot onderwijs dat terugvalt op het aanleren van recepten. Laat ik dit belangrijke punt met een praktijkvoorbeeld illustreren.

Al eerder besprak ik call centers, en hoe wachttijdtheoretische modellen daar behulpzaam kunnen zijn bij het afstemmen van bezetting en aanbod. Het meest gebruikte model is de *Erlang formule*, naar een Deense ingenieur van het begin van de vorige eeuw. In veel wiskunde en econometrie opleidingen worden er enkele colleges gereserveerd om deze formule af te leiden. Van de student wordt verwacht deze formule en vaak ook de afleiding te kunnen reproduceren. Maar begrijpt de student dan ook de consequenties van deze formule?



Voor call centers en andere toepassingsgebieden is het cruciaal te weten dat de Erlang formule bij hoge belastingen zeer gevoelig is voor kleine wijzigingen in aanbod. Ook het gedrag onder schaling in tijd en grootte zijn belangrijk voor toepassingen. Voor het implementeren in een softwaretool volstaat het de Erlang formule te kennen. Maar om te begrijpen hoe belangrijk het is een goede schatting van het aanbod te maken is *inzicht* nodig. De modelbouwer heeft dit inzicht niet nodig, immers, hij implementeert slechts de formule. Iemand die bezettingsproblemen in call centers oplost en niet alleen de software daartoe aanlevert zal vaak wel van de praktische implicaties op de hoogte moeten zijn, en daarmee dit inzicht moeten hebben.

Een vraag dient zich aan: als de wiskundige dit inzicht niet heeft, wie dan wel? Van een call center manager, zonder kwantitatieve achtergrond, kan deze kennis niet verwacht worden. Dit legt de vinger op de zere plek, en verklaart waarom veel van dit soort software minder succesvol is dan de producent belooft. Door een gebrek aan modelmatige kennis en inzicht van probleembezitter en modeloplosser wordt het pakket niet optimaal gebruikt en blijven openstaande modelleringsproblemen liggen. Dit laat zien dat zelfs bij "eenvoudig" modelleerbare problemen meer dan alleen een formule of methode noodzakelijk is om het bedrijfsprobleem op te lossen. Het laat ook zien dat het bestuderen van een grafiek of experimenteren met een computertool<sup>6</sup> meer inzicht kan geven dan een wiskundige afleiding, en dat de formule pas tot leven komt als het gebruik in de praktijk wordt toegelicht. We zien hier een dilemma tussen formalisme en intuïtie, dat vaker in het wiskundeonderwijs naar voren komt. De wiskundige is geneigd zo veel mogelijk formeel te bewijzen, maar verzuimd daarbij ook de intuïtie te ontwikkelen. Mijns inziens dient de wiskundige beide ontwikkeld te hebben.

Mijn analyse van het huidige wiskundeonderwijs, waarbij wel toepasbare wiskunde wordt onderwezen, het modeloplossen zelf, maar niet wordt ingegaan op alle aspecten die bij het toepassen van deze wiskunde naar voren komen, heeft nog meer consequenties voor de opleidingen. Zo komen presentatie- en ook computervaardigheden lang niet altijd aan bod. En daar waar oplossingspakketten worden gebruikt, wordt de keuze voor een pakket eenzijdig bepaald door de kwaliteit van de geïmplementeerde wiskunde, en niet door de praktische bruikbaarheid. Zodoende neemt men op de universiteit niet altijd kennis van de pakketten die in de praktijk worden gebruikt. Een misschien niet erg verantwoord maar belangrijk hulpmiddel als spread-sheets is nog vaak onbekend bij studenten. In call centers bijvoorbeeld gebruiken veel managers naast de gespecialiseerde workforce management pakketten spreadsheetapplicaties bij het opstellen van werkroosters. Een sollicitant die te kennen geeft geen kennis van Excel of een soortgelijk pakket te hebben wekt op zijn minst verbazing.

Van het onderwijs naar het onderzoek. Ook daar vinden we hetzelfde verschijnsel: de universitaire wiskundebeoefening beperkt zich voornamelijk tot het oplossen van mono-disciplinaire modellen die men niet zelf aan de praktijk ontleent heeft. Er is dan ook relatief weinig literatuur over modelleringsaspecten. Een belangrijke vraag aangaande de modelstudies is of de bestudeerde modellen praktisch relevant zijn. Dat hoeft wiskundeonderzoek natuurlijk niet altijd te zijn, maar onderzoek dat zich als toegepast bestempelt zal toch enige praktische relevantie moeten hebben. Geluiden uit de praktijk geven aan dat dit vaak niet het geval is, er is sprake van een "kloof" tussen theorie en praktijk<sup>8</sup> "de moderne wiskundige is [...] te veel van de samenleving vervreemd"<sup>9</sup>.

Al deze kritische geluiden zijn noch uniek voor Nederland<sup>10</sup>, noch zijn ze van recente aard<sup>11</sup>. Dat we slechts mondjesmaat veranderingen zien, is niet verwonderlijk. De universitaire wiskunde- en



econometrie-afdelingen worden overwegend bevolkt door modeloplossers. Zo de wil tot vernieuwing er al is, mist men vaak het inzicht in toepassingen. Ook dit is niet verwonderlijk, aangezien de meesten onder ons in dezelfde geest zijn opgeleid. Ook op wetenschappelijk terrein zijn er weinig objectieve redenen om de aandacht in de richting van toepassingen te verleggen, allereerst vanwege de tijd die het kost om zich in een nieuw onderzoeksterrein in te werken, maar ook omdat het relatief moeilijk is over praktische onderwerpen te publiceren. Volstaat een enkel goed idee in theoretisch onderzoek om een artikel aan op te hangen, voor praktisch georiënteerd onderzoek is daarnaast nog toetsing aan de praktijk nodig, een vaak zeer tijdrovend proces. De grote publicatiedruk die op onderzoekers staat maakt het dus zeer onaantrekkelijk dit soort praktisch onderzoek op te starten. Hetzelfde geldt voor multi-disciplinair onderzoek. Het samenstellen van een geschikt onderzoeksteam en het komen tot daadwerkelijk multi-disciplinair onderzoek vereist een aanzienlijke tijdsinvestering.

In de roep naar meer aandacht voor toepassingen sta ik niet alleen. Organisaties die een rol hebben in de kwaliteitsbewaking en sturing van wiskundig onderzoek, zoals NWO en STW, doen pogingen meer toegepast onderzoek op de agenda te krijgen. Een voorbeeld hiervan is het gezamenlijk programma *Wiskunde Toegepast*<sup>12</sup>. Dat ook hier modeloplossen vaak centraal staat blijkt uit de door Wiskunde Toegepast georganiseerde workshops, waar probleembezitters uit het bedrijfsleven worden uitgenodigd hun op te lossen model voor te leggen aan een groep wiskundigen. De wiskundige inbreng blijft weer beperkt tot het modeloplossen.

Een positieve ontwikkeling is de ondersteuning door NWO van multi-disciplinair onderzoek, getuige het recente programma Netwerken, waarin samenwerking tussen informatici en wiskundigen wordt gestimuleerd. Dat het al moeilijk is voor wetenschappers uit verschillende disciplines om tot een gezamenlijke taal te komen bleek toen ik onlangs zelf een aanvraag voor dit programma voorbereide.

Ik constateerde reeds dat de gerichtheid op alleen modeloplossen beperkingen met zich mee brengt op het gebied van toepassingen. Het heeft ook consequenties aan de andere zijde van het spectrum, bij de instroom van eerstejaars studenten. Zoals algemeen bekend is deze zorgwekkend laag. Zo laag, dat men zich begint af te vragen of de wiskunde en andere bèta-opleidingen allemaal nog wel zelfstandig kunnen blijven bestaan<sup>13</sup>. De vraag wat de oorzaken hiervan zijn is vaak gesteld. Aan het beroepsperspectief kan het niet liggen: ondanks de geschetste problematiek is er grote vraag naar wiskundigen en econometristen. Mijns inziens ligt het probleem in belangrijke mate bij het *imago* van de wiskunde.

In het beeld dat middelbare scholieren hebben van wiskunde komen trefwoorden als "saai", "voor vakidioten", en "niet-maatschappijbetrokken" naar voren<sup>14</sup>. En, toegegeven, ze hebben niet geheel ongelijk. Dit beeld wordt verder versterkt door promotieacties als "Whizzkids" van CMG en de Technische Universiteit Eindhoven<sup>15</sup>, en publicaties als "Hoogleraar in de puzzelkunde"<sup>16</sup>, nota bene over een uit de praktijk afkomstige collega! Kon een dergelijk imago enige decennia geleden nog voldoende studenten trekken, tegenwoordig zoekt men meer maatschappelijke relevantie in een opleiding. De interne gerichtheid van de universitaire wiskundebeoefenaars die zich manifesteert in de focus op het oplossen van modellen, isoleert ons niet alleen van de toepassingen maar ook van de noodzakelijke instroom van meer in bedrijfstoepassingen geïnteresseerde eerstejaars studenten.

Het zojuist geschetste, enigszins sombere beeld moet u zien in het licht van de mogelijkheden van de wiskunde. Aanknopingspunten voor het doorbreken van het isolement zijn volop aanwezig. Welke ontwikkelingen reeds gaande zijn en welke kansen de wiskunde moet grijpen om uit dit isolement te komen zal ik nu uiteen zetten.

### **De toekomst van het wiskundig modelleren**

In het begin van mijn voordracht zei ik u dat mijn uitspraken op meer dan alleen de toegepaste wiskunde betrekking hebben. Dit refereert aan de achterhaalde indeling van wiskundige specialismen in zuivere danwel toegepaste wiskunde. Veel zonder toepassing geachte zuivere wiskunde heeft toepassingen gevonden (denk aan cryptografie, als toepassing van de getaltheorie), maar ook binnen de toegepaste wiskunde is er sprake van een theorievorming die vergelijkbaar is met die in de zuivere wiskunde. We zien dus in bijna alle wiskundige specialismen een continuum van theoretisch (de wiskundige techniek centraal), via modeloplossingen (het model centraal), tot probleemoplossingen (het bedrijfsprobleem centraal). Hierbij zij opgemerkt dat voor het oplossen van bedrijfsproblemen vaak meerdere specialismen vereist zijn, een multi-disciplinariteit die weinig modeloplossers zich eigen maken<sup>17</sup>. Zojuist heb ik betoogd dat, gezien vanuit deze indeling, men op de universiteit te veel theoretici aantreft, en bij de bedrijven, maar ook op de universiteit, te weinig probleemoplossers.

Een sleutelrol voor deze nieuwe, het probleem centraal stellende wiskunde is mijns inziens weggelegd voor de universiteit. Niet alleen door probleemoplossers op te leiden, maar ook door praktisch relevant onderzoek te doen. Dit gaat hand-in-hand: alleen docenten die door de praktijk gepokt en gemazeld zijn hebben de juiste houding en ervaring. Laat ik op beide universitaire kernactiviteiten, onderwijs en onderzoek, ingaan.

Traditioneel is de wiskundeopleiding gericht op het opleiden van wetenschappers, met de nadruk op potentiële promotiemedewerkers. De laatste decennia hebben veel opleidingen het curriculum al aangepast aan het meer bedrijfsgerichte beroepsperspectief<sup>18</sup>. Deze op modeloplossen gerichte varianten moeten nog verder verbreed worden in de richting van het probleemoplossen. Op deze toegepaste varianten zal ik later ingaan. Ik wil echter eerst het belang van een wetenschappelijke wiskundeopleiding benadrukken. Ook deze zal een duidelijke verbreding in de richting van de praktijk moeten ondergaan. Modelleren hoort ook deel uit te maken van deze opleiding, de wetenschappelijke staf van de bedrijfswiskundeopleiding zal tenslotte ook uit deze kringen gerecruteerd moeten worden. Ook leraren worden hier gevormd, en in het belang van het wiskundeonderwijs op de middelbare school en de beeldvorming van het universitaire onderwijs aldaar is het van groot belang dat de praktische relevantie uitgebreid aan bod komt. Dat gaat verder dan een verplicht vak over de maatschappelijke functie van de wiskunde, dit gaat onder andere over het zelf leren modelleren. Mijns inziens past ook dit heel goed in een strikt wetenschappelijke opleiding.

Naast deze onderzoeksrichting stel ik me dus een opleiding voor die opleidt tot academisch gevormde "professionals"<sup>19</sup>. In het vervolg zal ik deze opleiding aanduiden als *bedrijfswiskunde*, maar andere namen zijn ook denkbaar. Laat ik de gewenste elementen van een dergelijke opleiding met u doornemen.



Allereerst zal er een brede wiskundige basis moeten worden gelegd. Onder andere kansrekening in al zijn aspecten en optimalisatie zullen hier uitgebreid aan de orde komen. De nadruk zal hier liggen op begrip, en niet op bewijzen. ICT geeft ons de mogelijkheid resultaten inzichtelijk te maken en de student zelf aan de gang te laten gaan met de theorie. Modelleeraspecten en meer theoretische aspecten zullen elkaar af moeten wisselen om de theorie van verschillende kanten te belichten.

Bedrijfskunde en informatica komen uitgebreid aan de orde. In de bedrijfskundige vakken zal de nadruk liggen op de consultancypraktijk en op logistiek, waarbij de kwantitatieve aspecten naar voren komen. De informaticavakken beslaan de breedte van het leren programmeren tot beslissingsondersteunende systemen en kunstmatige intelligentie. Naast deze theorievakken is er ruimte voor computervaardigheden, van Excel tot Maple.

In projecten wordt de geleerde stof in samenhang gebruikt voor het oplossen van (bedrijfs)problemen. Computer- en communicatievaardigheden zijn hieraan gekoppeld.

Tenslotte zullen de hogerejaars vakken steeds meer een multi-disciplinair karakter gaan vertonen, waarin onderwerpen als het gebruik van informatie in organisaties, de theorie van het wiskundig modelleren en wiskundige specialismes in onderlinge samenhang aan de orde komen. Enkele onderwerpen die deel uitmaken van een behandeling van wiskundig modelleren zijn de relatie tussen informatie en sturing, de wijze waarop variaties in bepaalde processen zich vertalen in het model, verificatie en validatie, en meer bedrijfskundige onderwerpen zoals een classificatie van bedrijfsproblemen, en de relatie tussen probleembezitter en modelbouwer.

De specialisatierichtingen corresponderen met toepassingsgebieden. Enkele mogelijkheden zijn human resource planning, data mining, logistiek, tele- en communicatienetwerken, en financiële wiskunde.

Met een dergelijk programma moet het mogelijk zijn een nieuwe groep studenten voor een wiskundeopleiding te interesseren. Het is duidelijk breder dan bestaande econometrie- of toegepaste wiskundeopleidingen, en in veel gevallen ook toegepaster. Alhoewel een wiskundige basis voor meer geavanceerde vakken gelegd moet worden en dus aan theorievorming niet te ontkomen is, zal de praktische toepasbaarheid ook bij basisvakken in analyse en kansrekening aan bod moeten komen.

Een belangrijk aspect is het multi-disciplinaire karakter van de opleiding, maar ook van de vakken. Dit komt naar voren in specifieke hogerejaars vakken en noodzakelijkerwijs in de projecten. Het dient echter ook in de andere vakken naar voren te komen. Verbanden tussen vakken en hun onderlinge samenhang worden zo duidelijk.

Een dergelijke bedrijfswiskundeopleiding is minder vernieuwend dan het misschien lijkt. Het sluit naadloos aan bij de afspraken gemaakt in het Bèta-convenant<sup>20</sup>, waarbij elke vijfjarige bèta-opleiding een onderzoeks- en een maatschappelijke variant dient te ontwikkelen. Ook onze Bedrijfswiskunde & Informatica opleiding (kortweg BWI) voldoet na 10 jaar curriculumontwikkeling vrijwel aan het geschetste ideaalbeeld, alhoewel bij BWI de informatica nog prominenter aanwezig is. Op nog te ondernemen stappen bij BWI zal ik later ingaan. Ook op andere universiteiten poogt men de negatieve spiraal te doorbreken met een integrale aanpak van onderwijsvernieuwing. Voorbeelden zijn Kennistechnologie aan de Universiteit Maastricht en de



eerste fase technische wiskunde opleiding aan de Technische Universiteit Eindhoven en daaraan gelieerde tweede fase opleidingen.

Een soms gehoorde kritiek bij dit soort nieuwe bèta-opleidingen is het gebrek aan onderscheid tussen HBO en WO. Echter, door de opleiding strikt wetenschappelijk te houden bewijzen we noch de student noch de samenleving een dienst. En los van de wetenschappelijke pretenties bestaan de verschillen terdege. Naast een enorm niveauverschil, waarmee wij regelmatig geconfronteerd worden bij het verkort doctoraal voor HBO-instromers, is er duidelijk meer nadruk op begrip en minder op receptuur zoals dat in het HBO het geval is. Zoals aangegeven dreigt mijns inziens het gevaar te vervallen tot recepten overigens ook bij de strikt wetenschappelijke opleidingen.

Vernieuwend en hoogstaand onderwijs wordt gedragen door relevant onderzoek. Dus de breedte van de wiskunde, van theoretisch tot en met toegepast, en de samenhang tussen de verschillende specialismes, dient ook in het onderzoek naar voren te komen. Wil dit binnen de muren van een instituut gerealiseerd worden, dan vereist dit een relatief grote groep onderzoekers, waarin ieder vanuit zijn eigen specialisme bijdraagt aan multi-disciplinair onderzoek. Maar zelfs als de kritieke massa aanwezig is, dan nog moeten er impulsen zijn voor dit onderzoek. We constateerden dat dit een extra inspanning vraagt. Kansen zijn er echter te over. Praktisch gemotiveerd onderzoek is zelden mono-disciplinair. Vanuit mijn eigen specialisme zie ik, zowel op toegepast als op meer theoretisch terrein, vele onderzoeksmogelijkheden op de snijvlakken van specialismes als statistiek, discrete en stochastische beslistkunde, en computational intelligence. Daarmee zijn we aangekomen bij mijn eigen onderzoek en mijn plannen in dezen voor de komende jaren.

### **Over bedrijfsprocessen en BWI**

Ik zal mijn onderzoeksplannen in samenhang met mijn voornemens ten aanzien van de BWI opleiding en de bedrijfscontacten behandelen. De reden daarvoor is de samenhang die er tussen deze drie gebieden bestaat. De bedrijfscontacten zijn noodzakelijk voor relevant en daadwerkelijk toegepast onderzoek en onderwijs. Andersom is het bedrijfsleven niet alleen afnemer van onze studenten, maar profiteert het ook van de door ons geleverde kennis. Dat academisch onderzoek en onderwijs niet zonder elkaar kunnen behoeft geen toelichting.

Ik zie het als mijn taak deze drie in onderlinge samenhang uit te bouwen. Ten aanzien van BWI is er reeds veel gerealiseerd. De noodzaak om kritisch te blijven kijken naar de opleiding wordt daar echter niet minder om. Een snel veranderende wereld, zowel binnen als buiten de universiteit, staat het ons niet toe stil te blijven staan. Dit betekent het aanpassen van vakken aan nieuwe ontwikkelingen in het bedrijfsleven, maar ook aan de achtergrond van onze studenten. Te vaak worden vakken nog aangeboden op een wijze die niet aansluit bij met name onze jongerejaars studenten, en de uitval onder hen is nog te hoog. Deze uitval is niet te verdedigen vanuit een kwaliteitsstandpunt: ik constateer dat studenten die middelmatig scoren bij theorievakken bij bedrijfsstages en andere praktische vakken vaak opleven en op hoog niveau functioneren. Er is alle reden deze studenten niet voor een groot deel af te laten vallen, maar ze op te leiden tot de door het bedrijfsleven zo gewilde professionals. Mijn stelling is dan ook niet dat deze studenten het niveau niet aan kunnen, maar dat we de verschuiving van formalisme naar

inzicht, en van theorie naar toepassing nog niet voldoende gemaakt hebben. Ik zal mij er voor inzetten dit over de gehele breedte van de opleiding te bereiken.

De boodschap aan het bedrijfsleven is duidelijk: wij zijn van mening dat onze studenten veel te bieden hebben. Dat wordt onderkend, en opent de mogelijkheden tot een nauwere samenwerking. Op dit moment worden nieuwe initiatieven in die richting ontwikkeld. De angst voor invloed uit het bedrijfsleven op de universiteit lijkt mij ongegrond.

Ik zei het reeds eerder: de bedrijfscontacten stimuleren wetenschappelijk onderzoek. Inderdaad, naast puur wetenschappelijke nieuwsgierigheid zijn bedrijfsproblemen een belangrijke motor achter mijn onderzoek. Mijn opvatting over onderzoek kan ik goed illustreren aan de hand van mijn leeropdracht, *optimalisatie van bedrijfsprocessen*. De centrale rol van de bedrijfsaspecten komt duidelijk naar voren in deze naam. Het woord optimalisatie duidt op de kwantitatieve aspecten, en heeft een duidelijke betekenis binnen een model: het proces van het vinden van een beslissing die voor een bepaalde doelfunctie zoals kosten of serviceniveau de laagste of hoogste waarde aanneemt<sup>21</sup>. Ik streef naar onderzoek waarin het modeloplossen van theorie tot praktijk aan bod komt. Dit kan alleen in nauwe samenwerking met andere onderzoekers, binnen en buiten mijn groep. Qua modellen ligt het zwaartepunt op stochastische modellen, qua toepassingen binnen de dienstverlening. Een belangrijk aandachtsgebied zijn call centers, ik bereid momenteel initiatieven voor op het gebied van servicediensten en communicatienetwerken.

Deze toepassingen hebben gemeen dat stochastiek, onvoorspelbaarheid, een rol speelt. Dit is een eigenschap van vrijwel alle processen die door klanten worden geïnitieerd: men kan het gedrag van een individuele klant niet exact voorspellen. De centrale plaats van klanten in bedrijfsprocessen geeft het belang van stochastische modellen aan. Daarnaast kunnen er nog vele andere bronnen van onzekerheid zijn. Deterministische modellen zijn derhalve ofwel een beschrijving van een deel van een groter stochastisch geheel, ofwel het resultaat van modelvorming waarbij het stochastisch aspect niet gemodelleerd is. Dit heb ik reeds toegelicht aan de hand van ziektemeldingen in call centers en het plannen van bezoeken van servicemonteurs. De oplossingsmethoden voor deterministische modellen verschillen sterk van die van stochastische modellen. Dit geeft het belang van een multi-disciplinaire aanpak aan. Onderzoek op het snijvlak tussen statistiek en wachttijdtheorie, samen met een statisticus, heb ik reeds toegelicht. Dit en ander multi-disciplinair onderzoek hoop ik voort te zetten en verder uit te breiden.

Doel van dit alles is te komen tot onderzoek waarin bedrijfsproblemen en wiskundige theorievorming elkaar onderling stimuleren. De rol van een bedrijfswiskunde opleiding hierin heb ik u duidelijk gemaakt. Ik ervaar het als uitermate uitdagend op het kruispunt van deze onderwerpen te werken, en ik verwacht dat de wiskunde zeker bij een dergelijke aanpak gebaat is.

## Dankwoord

Ondanks mijn nog relatief jonge leeftijd heb ik het gevoel dat ik wetenschappelijk al een hele weg heb afgelegd. Mijn wetenschappelijke wortels liggen in Leiden. Bij mijn afscheid van Leiden, in 1992, heb ik om formele redenen niet de kans gekregen dat op correcte wijze te doen. Ik ben blij dat die kans mij nu is gegeven.



Hooggeleerde Hordijk, beste Arie, onder jouw begeleiding heb ik geleerd modellen op te lossen. Ik hoop dan ook dat wij nog regelmatig de kans krijgen te overleggen over interessante wiskundige modellen die waarschijnlijk de toets der praktische kritiek niet zouden weerstaan, maar die ons inzicht aanzienlijk kunnen vergroten.

Op het CWI en INRIA heb ik kans gekregen mijn oplossingsvaardigheden te verfijnen. Ik dank Onno Boxma, Jan van Schuppen en Eitan Altman voor de ruimte die zij mij hebben gegeven.

Toen ik begin 1996 hals over kop uit Frankrijk terugkwam kon ik nauwelijks vermoeden in welke omstandigheden ik hier terecht zou komen. Sindsdien heb ik veel voor BWI gedaan en hoop dat nog te zullen doen. Dat BWI ook enorm aan mijn inzichten heeft bijgedragen staat buiten kijf. Vandaar dat ik de initiatiefnemers aan de oprichting van BWI wil bedanken voor hun vooruitziendheid en vooral hun durf. Hierbij denk ik met name aan Nico Dekker, Gerke Nieuwland, en Kobus Oosterhoff.

Het feit dat ik hier in maart 1996 zat wil nog niet zeggen dat ik meteen tot het probleemoplossen "bekeerd" was, een persoon heeft daar in belangrijke mate toe bijgedragen.

Hooggeleerde Kersten, beste Bert, door jouw aanpak heb ik het verschil tussen toegepaste wiskunde en bedrijfswiskunde leren zien. Zonder dat was ik nu nog alleen modeloplosser geweest.

BWI is een samengaan van wetenschappers, bedrijfsmensen, en studenten. Zeg maar een alternatieve BWI-driehoek. Alhoewel ik met sommige mensen in het bedrijfsleven zeer goede relaties heb, wil ik ze niet expliciet bedanken: de relatie is meest gebaseerd op wederzijds belang. De BWI-studenten wil ik wel bedanken. Door in relatief grote getalen BWI te komen studeren is mijn leerstoel mede mogelijk geworden. Ik dank jullie voor deze unieke mogelijkheid.

Mijn laatste woord van dank gaat uit naar mijn vrienden alpinisten en mijn francophone familie, die voor belangrijke uitdagingen en veel plezier buiten de wiskunde hebben gezorgd.

Ik heb gezegd.

## Noten en referenties

1. Ik gebruik "oplossing" niet alleen in de klassiek wiskunde betekenis als de oplossing van een stelsel vergelijkingen. Het kan bijvoorbeeld ook de oplossing van een optimaliseringsprobleem zijn, zoals het minimum van een functie in een bepaalde verzameling.

2. Zie <http://www.oracle.com/applications/service/products.html>.

3. Een call center is een groep medewerkers en middelen in staat tot het verlenen van telefonische diensten.

4. G. Jongbloed & G.M. Koole. Managing uncertainty in call centers using Poisson mixtures. Ter publicatie aangeboden, 2000.

5. Cleveland & J. Mayben. *Call Center Management on Fast Forward*. zesde editie, Call Center Press, 2000.
6. Puterman. More than just an internship. *OR/MS Today*, december 1999, p. 10
7. Voor een "Erlang calculator", zie <http://www.cs.vu.nl/~koole/erlang.html>.
8. Report: European round table on maintenance management. *The Applied Probability Newsletter* <sup>19</sup>(1), 1998.  
(URL:<http://www.ie.psu.edu/aps>)
9. H. van der Vorst. Gedachten over de mathematisering van de samenleving, gezien "vanuit de Wiskunde". In: *Wiskunde in Nederland, Drie Essays*, Overlegcommissie Verkenningen, 1996, p. 10.
10. "both graduates and managers called for improvements in education in such areas as computation, modeling, interdisciplinary work and communication skills". Citaat uit een verslag van het SIAM Mathematics Industry report, *OR/MS Today*, December 1995, p. 16-17.
11. R.L. Ackoff. The future of Operational Research is past. *Journal of the Operational Research Society*, 30:93-104, 1979.
12. SWON/STW-Technologieprogramma Wiskunde Toegepast.  
(URL:<http://www.stw.nl/programmas/wt>)
13. Vitaliteit en kritische massa; strategie voor de natuur- en technische wetenschappen. AWT rapport 41, 1999.
14. Bijeenkomst belegd door KNAW over rapport van Commissie Natuur & Technische Wetenschappen, Krasnapolsky, 11 juni 1997.
15. CMG/TUE Whizzkids '96 Contest. (<http://www.win.tue.nl/whizzkids/1996>)
16. G. Schilling. Hoogleraar in de puzzelkunde. *Intermediair* 39, 28 september 2000.
17. J. Caulkins & G. Duncan. Missing the benefits of interdisciplinarity. *OR/MS Today*, December 1998, p. 6.
18. De wiskundeopleiding aan deze universiteit is hier een voorbeeld van.
19. P.J.D. Drenth. Science and science education. In: E.D. Haidemenakis (ed.), *STEPS for Regional and Global Employment: A Five Year Plan*, International STEPS Foundation, Hania, Greece, p. 17-29, 1994.
20. Bèta-convenant. Convenant afgesloten tussen de minister van OC&W en de algemene universiteiten, 1 mei 1998. Doelstelling: "Het gezamenlijk treffen van maatregelen die erop gericht zijn de in-, door- en uitstroom bij de universitaire bèta-opleidingen zowel kwantitatief als kwalitatief te verbeteren. Het gaat daarbij om maatregelen gericht op:



- het realiseren van een evenwichtige positie van bèta-techniek in de samenleving;
- het verbeteren van de aansluiting vwo-wo;
- het vergroten van de aantrekkelijkheid van bèta-opleidingen en het aansluitende beroepsperspectief;
- het verminderen van de uitval van studenten en het vergroten van de studeerbaarheid van de bèta-opleidingen."

21. In bedrijfssituaties heeft het begrip optimaal geen eenduidige betekenis: zo de optimale beslissing al bestaat, is zij onmogelijk te vinden, door de vele moeilijk kwantificeerbare aspecten die elk probleem heeft. Alleen in de kunstmatige omgeving van het model, waar alleen de belangrijkste aspecten zijn gemodelleerd, heeft het zin om over "optimaal" te praten. Toch wordt de term optimaal ook in het bedrijfsleven gebruikt, maar dan eerder in de zin van "verbeterde". Het wiskundige "optimaal" wordt in bedrijfsterminologie "meest optimaal", een pleonasme dat ik ten behoeve van de communicatie heb leren gebruiken.

