

Is er nog plaats voor historische simulatie in de modelbouw?

R.M.G. van Stratum¹

Samenvatting

Dit paper bespreekt de recente kritiek die de theoretische econometrie heeft geleverd aan het adres van de praktijkgerichte modelbouwer die de historische simulatie-methoden gebruikt bij wijze van model-validatie. De kritiek komt er op neer dat historische simulatie niet meer informatie op kan leveren dan reeds aanwezig is in de single-equation residuen van de afzonderlijke model-vergelijkingen. Besluit de modelbouwer ondanks deze kritiek toch een historische simulatie uit te voeren dan verdient de statische simulatie de voorkeur boven de dynamische, aldus diezelfde kritiek.

Ondanks het feit dat hier de stelling dat een dynamische simulatie "automatisch" exacte nullen oplevert in de laatste periode van de simulatie niet onderschreven wordt, is er nauwelijks aanleiding om de algemene strekking van de kritiek af te vallen.

*Centraal Planbureau
Van Stolkweg 14, 2585 JR Den Haag
070-3383478*

¹ De auteur bedankt Henk Don, Free Huizinga, Peter Kooiman en een anonieme referent voor suggesties die de uiteindelijke tekst ten goede zijn gekomen.

1. Inleiding

In de praktijk van de econometrische modelbouw wordt de methode van de historische simulatie vaak gebruikt om de kwaliteit van een model te beoordelen. Nadat modelvergelijkingen afzonderlijk zijn gespecificeerd en geschat, en in afzondering van elkaar economisch plausibel zijn bevonden, wordt met name de dynamische modelsimulatie over de waarnemingsperiode beschouwd als een zware beproeving voor het model als geheel. Vaak blijkt dan dat het model als samenstel van afzonderlijke vergelijkingen de werkelijkheid niet goed beschrijft omdat modelsimulatie en realisatie in de loop van de tijd sterk uiteen lopen. De resultaten van de dynamische simulatie zijn voor de praktische modelbouwer niet zelden aanleiding het model aan te passen.

In de recente literatuur is het gebruik van historische simulatie ter bepaling van de kwaliteit van een econometrisch model onder zware kritiek komen te staan. Voorbeelden van deze kritiek zijn Pagan (1989), Wallis (1989) en Fisher en Wallis (1990). De inhoud van de kritiek laat zich grofweg als volgt samenvatten:

- Historische simulatie levert modelresiduen op die uiteindelijk niet meer en niet minder voorstellen dan een (meestal ingewikkelde) transformatie van reeds aanwezige single-equation residuen. Historische simulatie levert dus geen informatie op die niet al aanwezig is in de single-equation residuen.
- Wanneer de modelbouwer, zich bewust van het feit dat geen nieuwe informatie aan het licht kan komen, toch besluit een historische simulatie uit te voeren, zou de voorkeur moeten worden gegeven aan de statische boven de dynamische simulatiemethode. De simulatie wordt dan niet zozeer gebruikt bij wijze van modelvalidatie, maar als een handige manier om single-equation residuen te herschrijven tot modelresiduen.

Naast het onderscheid tussen statische en dynamische simulatie, lijkt in deze context een zinvol onderscheid te bestaan tussen "within-sample" en "out-of-sample" simulatie. De laatste vorm van simulatie levert echte (ex post) voorspellingen op en zelfs als de theoretische kritiek op historische simulatiemethoden al algemene ingang zou vinden, dan nog lijken de gedachten niet in eerst instantie uit te gaan naar vormen van "out-of-sample" simulatie.

Bovengeformuleerde kritiek geldt echter in grote lijnen voor elke vorm van historische simulatie. Met name voor de "out-of-sample" simulatie concludeert Pagan:

- "...there is little need to examine more than the single-equation prediction errors." (p.138), en:

- "*The one-step prediction errors contain all the information needed (and available) for model-evaluation; application of standard tests for heterogeneity, serial correlation, etc. to these quantities must ultimately provide exactly the same insight into specification errors as obtainable from n-step forecasts. Moreover, it will generally be far simpler to work with one-step predictions, both computationally and in doing formal inferences.*" (p.137)

We zullen ons in dit paper verder beperken tot een bespreking van de statische en dynamische "within-sample" historische simulatie-methoden. Ook al omdat de laatste simulatievorm de mogelijkheid biedt te komen tot formele afleidingen die de eigenschappen van de schatters vertalen naar de uiteindelijke modelresiduen. Meer in het bijzonder richt onderhavige studie zich op de bespreking en afleiding van twee centrale stellingen die betrekking hebben op de "within-sample" historische simulatie-methoden, te weten:

1) De methode van de statische simulatie levert "automatisch" exacte nullen op voor de gemiddelde statische modelresiduen.

2) De methode van de dynamische simulatie levert "automatisch" exacte nullen op voor de dynamische modelresiduen in de laatste periode van de historische simulatie.

De eigen bijdrage in dit paper concentreert zich op de vermeende ruimere geldigheid van de tweede stelling. Onder aanname van een complexere vertragsstructuur van het econometrische model, een aanname die meer in overeenstemming is met de praktijk van de modelbouw, blijkt een gewogen gemiddelde van de laatste en voorlaatste periode van de historische simulatie nullen op te leveren.

2. Statische en dynamische historische simulatie: de belangrijkste bezwaren

Bij het illustreren van de werking en kwaliteit van een econometrisch model wordt zoals gezegd doorgaans een tweetal vormen van historische simulatie ingezet: de statische en de dynamische historische simulatie. In de volgende twee subparagrafen worden beide methoden toegelicht en uitgewerkt in het licht van de geformuleerde kritiek. Alvorens daartoe over te gaan volgt eerst een bespreking van de vooronderstellingen die in de literatuur gehanteerd worden bij de formulering van de kritiekpunten.

Bij de bouw van een econometrisch model worden normaal gesproken relaties geschat aan de hand van data over een bepaald historisch tijdvak. Het samenstel van geschatte relaties en aanvullende definitorische verbanden vormt het model. De in de literatuur geuite kritiek op de historische simulaties veronderstelt dat het model aan bepaalde eisen voldoet. We zullen de vooronderstellingen en hun praktische relevantie achtereenvolgens de revue laten passeren.

- Er wordt verondersteld dat alle geschatte relaties zijn geschat over dezelfde historische periode met dezelfde data-set. In werkelijkheid zal een econometrisch model bestaan uit enerzijds geschatte relaties die op verschillende momenten zijn geschat over verschillende historische tijdvakken met verschillende data-sets, anderzijds uit relaties die niet geschat zijn en ook geen definitorische verbanden vormen (bijvoorbeeld: vuistregels).

- Er wordt verondersteld dat de gebruikte schatters de eigenschap hebben dat de som van de residuen (per geschatte vergelijking) gelijk is aan nul. In werkelijkheid voldoen vrijwel alle populaire schatters aan deze eis (OLS, 2SLS, 3SLS etc.). Ook hier is een kleine kanttekening op zijn plaats. De kleinste-kwadraten schatters eisen dat bij een willekeurige (niet gecorrigeerde) data-set een constante term in de schatting wordt opgenomen om de residuen op te laten tellen tot nul.

- Verder veronderstelt men dat het model als geheel lineair is. In werkelijkheid zullen de meeste modellen niet-lineariteiten vertonen. Een voorbeeld: niet-lineariteit kan heel eenvoudig zijn intrede doen in een model bij het introduceren van definitie-relaties die het verband weergeven tussen de absolute waarde (niveau) en de procentuele mutatie van een variabele. Pagan (1989) beweert op autoriteit van Fair (1984) dat het in de praktijk met de niet-lineariteit van macro-econometrische modellen wel meevalt.¹

- Tenslotte wordt verondersteld dat de historische simulaties met het model plaatsvinden over precies hetzelfde historische tijdvak als waarover alle relaties zijn geschat. Aan deze eis zal gezien het eerdergestelde over de feitelijke schattingspraktijk ook zelden worden voldaan. Bovendien wordt een historische simulatie vaak uitgevoerd over een recente historische sub-periode.

Uit deze opsomming van vooronderstellingen en hun praktische relevantie blijkt dat de stellingen die op deze vooronderstellingen zijn gebaseerd nooit exact zullen gelden. Al met al is het echter bepaald niet ondenkbeeldig dat een feitelijk in gebruik zijnd macro-econometrisch model dat niet exact alle genoemde vooronderstellingen inwilligt toch bij benadering dezelfde gedragingen vertoont. In zoverre moet de op deze vooronderstellingen gebaseerde kritiek dan ook serieus worden genomen.

2.1 De statische historische simulatie

De statische historische simulatie wordt ook wel een éénstaps-simulatie genoemd en lost het geschatte econometrische model op zonder dynamische doorwerking van fouten. Dit betekent dat vertraagde model-endogenen en model-exogenen bekend worden verondersteld. Zo wordt steeds opnieuw, periode na periode, de set (lopende) model-endogenen opgelost. Bij de wiskundige beschrijving van het stelsel vergelijkingen dat samen het model vormt behoeft dan ook geen onderscheid te

¹ Ook D'Alcantara (1988) heeft met betrekking tot een vergelijkende analyse van de lineariteit van de Nederlandse beleidsmodellen geconstateerd dat deze modellen inderdaad vrij lineair zijn. Ervaring op het CPB met het onlangs gepubliceerde FKSEC-model wijst ook op een grote mate van lineariteit van dit model bij impulssimulaties. Overigens hoeft een geringe lineariteit bij genoemde impulssimulaties nog niet te betekenen dat kleine niet-lineariteiten niet toch bij een dynamische simulatie tot een cumulatie van voorspelfouten zouden kunnen leiden.

worden gemaakt tussen vertraagde model-endogenen en model-exogenen: beide zijn bij de statische simulatie gegeven.

Het volledige model kan op de volgende wijze beschreven worden als een stelsel simultane vergelijkingen:

$$Y_t = Y_t \cdot \phi + X_t \cdot B + U_t \quad (1)$$

Hierin is Y_t de vector met endogene variabelen en X_t de vector met gepredetermineerde variabelen. We nemen aan dat de coëfficiënten-matrices ϕ en B worden geschat (met resultaat $\hat{\phi}$ resp. $\hat{B}$) en wel zodanig dat de som van de residuen gelijk is aan nul:

$$\sum_{t=1}^T \hat{U}_t = \sum_{t=1}^T (Y_t - \hat{Y}_t) = \sum_{t=1}^T (Y_t - Y_t \cdot \hat{\phi} - X_t \cdot \hat{B}) = 0 \quad (2)$$

Hierbij is aangenomen dat de schattingsperiode loopt van periode 1 tot en met periode T . De vector $\hat{U}_t$ representeert hier de zogenaamde "single-equation residuen" voor periode t .

De éénstaps simulatie-resultaten lossen het volgende systeem op:

$$Y^*_t = Y^*_t \cdot \hat{\phi} + X_t \cdot \hat{B} \quad (3)$$

De éénstaps modelresiduen zijn nu gelijk aan de feitelijke waarden (data) minus de berekende model-uitkomsten:

$$U^*_t = Y_t - Y^*_t \quad (4)$$

Vergelijking (2) beschrijft de single-equation residuen en combinatie van vergelijkingen (3) en (4) levert een vergelijking voor de statische of éénstaps model-residuen. Hieruit kunnen we afleiden dat het verschil tussen single-equation residuen en statische model-residuen gelijk is aan:

$$\hat{U}_t - U^*_t = - (Y_t - Y^*_t) \cdot \hat{\phi} = - U^*_t \cdot \hat{\phi} \quad (5)$$

Hieruit volgt dan tenslotte dat de statische modelresiduen op de volgende wijze geschreven kunnen worden als functie van de single-equation residuen:

$$U^*_t = \hat{U}_t \cdot (I - \phi)^{-1} \quad (6)$$

Gezien het feit dat de single-equation residuen (over de tijd en per variabele) optellen tot nul, volgt uit de laatste vergelijking de conclusie dat de gemiddelde statische model-residuen² exact gelijk zijn aan nul.

Dus onafhankelijk van de "kwaliteit" van het model volgt dat de statische simulatie altijd exacte nullen oplevert voor de gemiddelde model-residuen louter en alleen als gevolg van de statistische eigenschappen van de gebruikte schatters.

2.2 De dynamische historische simulatie

In tegenstelling tot de statische simulatie vindt bij de dynamische- of doorloop-simulatie doorwerking van fouten plaats periode na periode. Wanneer de simulatie in periode 1 opstart zullen de dynamische model-residuen voor deze eerste periode voor alle model-variabelen gelijk zijn aan de statische model-residuen. In de tweede periode daarentegen zal de dynamische simulatie gebruik maken van de in periode 1 reeds berekende model-uitkomsten en zo verder. Bij deze methode vindt dus een accumulatie van fouten in de tijd plaats. Gezien deze eigenschap wordt de dynamische simulatie-methode traditioneel gezien als een zware beproeving voor een econometrisch model. Men zou kunnen denken dat de dynamische voorspelfouten een indicatie zijn voor de fouten die ontstaan doordat bij de schatting van de vergelijkingen geen rekening is gehouden met de interdependentie van het totale systeem.

Om de resultaten van de dynamische simulatie-methode te bespreken gaan we uit van het volgende simultane stelsel vergelijkingen:

$$Y_t = Y_t \cdot \phi_0 + Y_{t-1} \cdot \phi_1 + X_t \cdot B + U_t \quad (7)$$

Ditmaal moet voor niet-triviale resultaten expliciet rekening worden gehouden met de doorwerking van vertraagde endogenen. Hoewel hier slechts één vertraging wordt verondersteld, beweert Pagan (1989) dat de aard van de conclusies die volgen niet

² Het gemiddelde modelresidu wordt bepaald door de som van de modelresiduen te delen door de lengte van de simulatieperiode.

wordt beïnvloed door een complexere vertragingsstructuur.³ Ook ditmaal gaan we ervan uit dat systeem (7) geschat wordt en wel zodanig dat de som van de residuen gelijk is aan nul. De schattingen leveren de matrices $\hat{\phi}_0$, $\hat{\phi}_1$ en $\hat{B}$ op.

Analoog aan de problematiek bij de statische simulatie kunnen we de meerstaps simulatie-residuen oplossen uit het volgende systeem:

$$\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_t \cdot \hat{\phi}_0 + \tilde{Y}_{t-1} \cdot \hat{\phi}_1 + X_t \cdot \hat{B} \quad (8)$$

De meerstaps of dynamische modelresiduen zijn nu gedefinieerd als:

$$\tilde{U}_t = Y_t - \tilde{Y}_t \quad (9)$$

Voor de berekening van de gemiddelde dynamische modelresiduen wordt eerst de volgende definitieve opsplitsing gemaakt:

$$\hat{Y}_t - \tilde{Y}_t = Y_t - \tilde{Y}_t + \hat{Y}_t - Y_t = \tilde{U}_t - \hat{U}_t \quad (10)$$

Aan de hand van de in de appendix geformuleerde basisdefinities kan eenvoudig worden gecontroleerd dat uit (10) kan worden afgeleid:

$$\tilde{U}_t = \tilde{U}_{t-1} \cdot \hat{\phi}_1 \cdot (I - \hat{\phi}_0)^{-1} + \hat{U}_t \cdot (I - \hat{\phi}_0)^{-1} \quad (11)$$

De volgende relatie kan worden afgeleid uit bovenstaande vergelijking (11) gebruikmakend van enerzijds de vooronderstelling dat in de periode voorafgaand aan de simulatie (periode 0) het dynamische modelresidu nul is en anderzijds van het gegeven dat de som van de single-equation residuen gelijk is aan nul⁴:

$$\sum_{t=1}^T \tilde{U}_t \cdot (I - \hat{\phi}_0 - \hat{\phi}_1) = - \tilde{U}_T \cdot \hat{\phi}_1 \quad (12)$$

³ "Although the presence of only a single lag...does affect the exact details of what follows, the nature of the propositions is not affected." (p.130)

⁴ Pagan geeft een uitgebreider verslag van deze afleiding.

Een aantal belangwekkende conclusies volgt uit deze laatste vergelijking. Op de eerste plaats is het duidelijk dat de gemiddelde residuen uit de dynamische simulatie niet noodzakelijkerwijs gelijk aan nul hoeven te zijn, dit in tegenstelling tot het verkregen resultaat voor de statische simulatie. Het gemiddelde residu zal uitsluitend nul zijn of naar nul tenderen indien aan bijzondere aanvullende condities is voldaan. Zo zal bij een zeer lange simulatieperiode het gemiddelde dynamische modelresidu bij stationaire residuen in de buurt van nul liggen. Een andere conditie die ervoor zorgt dat het gemiddelde dynamische modelresidu gelijk aan nul wordt is het ontbreken van enige vertragsstructuur. Bij het ontbreken van een vertragsstructuur vallen dynamische en statische simulatie immers samen zodat de resultaten van de statische simulatie hier van toepassing zijn. Een andere eigenschap van de dynamische simulatie die in Pagan (1989) aan de orde komt, kan daar alleen worden afgeleid met behulp van een speciale conditie waarvan de praktische betekenis niet onmiddellijk duidelijk is. Het is immers zo dat wanneer de som van de vertragsmatrices⁵ toevalligerwijs gelijk is aan de eenheidsmatrix, kan worden afgeleid dat het dynamische modelresidu op het einde van de simulatieperiode gelijk aan nul wordt. Met andere woorden, indien de som van de vertragsmatrices gelijk is aan de eenheidsmatrix zal de dynamische simulatie altijd "back on track" zijn ongeacht de "kwaliteit" van het economische model. Deze speciale conditie voor de vertragsmatrices blijkt bij specifieke interpretatie universeel van toepassing te zijn.

3. Een nadere interpretatie en uitwerking van de kritiek

Het is inderdaad zo dat de hierboven genoemde conditie, de som van de vertragsmatrices is gelijk aan de eenheidsmatrix, niet zo vreemd is als op het eerste gezicht lijkt. Dit kan als volgt met een eenvoudig voorbeeld geïllustreerd worden.

We gaan daarbij uit van een econometrisch model dat is geformuleerd in groeivoeten. Ter bepaling van de gedachten nemen we een te schatten systeem van twee vergelijkingen dat een loon-prijs interactie beschrijft:

$$\dot{P}_l = c(11) \cdot \dot{P}_c + c(12)$$

$$\dot{P}_c = c(21) \cdot \dot{P}_l + c(22)$$

Het is niet ongebruikelijk om in plaats van groeivoeten het verschil in logaritmen van de niveau-variabelen te nemen. Nemen we inderdaad de laatste methode dan kan

⁵ Met vertragsmatrices worden hier alle ϕ -matrices bedoeld inclusief de onvertraagde coëfficiënten-matrix $\hat{\phi}_0$. De bedoelde conditie luidt hier dus: $\hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 = I$.

het stelsel van hierboven herschreven worden in log-niveau-grootheden zonder dat het zijn lineaire karakter verliest:

$$\log P_I = (\log P_I)_{-1} + c(11) \cdot \log P_c - c(11) \cdot (\log P_c)_{-1} + c(12)$$

$$\log P_c = (\log P_c)_{-1} + c(21) \cdot \log P_I - c(21) \cdot (\log P_I)_{-1} + c(22)$$

Het laatst geformuleerde systeem, in log-niveau-eenheden, heeft als eigenschap dat de optelsom van de relevante coëfficiënten-matrices gelijk is aan de eenheidsmatrix. Er geldt nu immers voor het log-niveau stelsel:

$$\phi_0 = \begin{bmatrix} 0 & c(21) \\ c(11) & 0 \end{bmatrix}, \quad \phi_I = \begin{bmatrix} 1 & -c(21) \\ -c(11) & 1 \end{bmatrix}$$

Meer in het algemeen geldt voor elk stelstel vergelijkingen op deze wijze geformuleerd in delta-log-niveau eenheden dat het bijbehorende stelstel vergelijkingen in log-niveau eenheden als kenmerk heeft dat de optelsom van de vertragsmatrices gelijk is aan de eenheidsmatrix.

Het hierboven gekozen voorbeeld-model is in zoverre ongelukkig dat het model in termen van groeivoeten geen vertragingen kent. Uiteraard is deze keuze bewust gemaakt om een bijbehorend niveau-stelsel te krijgen met een dusdanige vertragsstructuur dat de stellingen van Pagan direct toepasbaar zijn. Het resultaat is evenwel dat de conclusies en stellingen nu een triviaal karakter krijgen.

Om enige relevantie voor de praktijk van het werken met geschatte modellen te bezitten moet het referentie-model minstens een vertraging kennen in de groeivoeten. Dit betekent dat het bijbehorende niveau-stelsel een extra vertraging kent. We zullen de uit de theoretische literatuur bekende verbanden dus opnieuw moeten afleiden voor een stelsel waarin een extra vertraging optreedt. Alleen in dat geval verkrijgen we resultaten die naast een duidelijke interpretatie ook een praktische toepassing hebben.

Uitgangspunt is het volgende te schatten basissysteem met twee vertragingen:

$$Y_t = Y_t \cdot \phi_0 + Y_{t-1} \cdot \phi_I + Y_{t-2} \cdot \phi_2 + X_t \cdot B + U_t \quad (13)$$

De eerder getrokken conclusies met betrekking tot de statische simulaties blijven hier geldig daar de vertragsstructuur er dan niet toe doet. We willen dus uitsluitend de

resultaten voor de dynamische simulatie bekijken. Het analogon van vergelijking (11) hierboven wordt nu:

$$\tilde{U}_t = \tilde{U}_{t-2} \cdot \hat{\phi}_2 \cdot (I - \hat{\phi}_0)^{-1} + \tilde{U}_{t-1} \cdot \hat{\phi}_1 \cdot (I - \hat{\phi}_0)^{-1} + \hat{U}_t \cdot (I - \hat{\phi}_0)^{-1} \quad (14)$$

Ditmaal kan afgeleid worden dat de som van de dynamische modelresiduen over de tijd in geval er twee vertragingen aanwezig zijn moet voldoen aan het volgende verband:

$$\sum_{t=1}^T \tilde{U}_t \cdot (I - \hat{\phi}_0 - \hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2) = - [\tilde{U}_T \cdot (\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2) + \tilde{U}_{T-1} \cdot \hat{\phi}_2] \quad (15)$$

Uit bovenstaande formule blijkt dat indien de som van de vertragingmatrices gelijk is aan de eenheidsmatrix de uitdrukking tussen [...] gelijk aan nul wordt. Dus indien geldt dat:

$$\hat{\phi}_0 + \hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2 = I \quad (16)$$

dan volgt dat:⁶

$$\tilde{U}_T \cdot (\hat{\phi}_1 + \hat{\phi}_2) + \tilde{U}_{T-1} \cdot \hat{\phi}_2 = 0 \quad (17)$$

Dus waar in het geval van één vertraging het dynamisch modelresidu op het eind van de simulatieperiode exact gelijk aan nul was ("back on track"), geldt nu in het geval van twee vertragingen dat een bepaalde lineaire combinatie van de dynamische

⁶ Een alternatieve manier om tot resultaat (17) te komen is de volgende. Herschrijf het twee-vertragingen systeem (13) tot een systeem met een enkele vertraging:

$$Y_t = Y_t \cdot \phi_0 + Y_{t-1} \cdot \phi_1 + Z_{t-1} \cdot \phi_2 + X_t \cdot B + U_t$$

$$Z_t = Y_{t-1} + V_t$$

waarbij de vector V_t residuen representeert. Voor dit herdefiniëerde systeem gaat de eerdergenoemde stelling (12) op, welke met gebruikmaking van het feit dat de single-equation residuen $\hat{V}_t$ gelijk aan nul zijn, en van $\tilde{V}_t = \tilde{U}_{t-1}$, overgaat in (17).

modelresiduen van de laatste en voorlaatste periode van de simulatie gelijk aan nul is ("modified back on track").⁷

Vanwege het bijzondere verband tussen niveau-stelsels en groeivoeten-stelsels is het ook mogelijk een exact verband te formuleren voor de dynamische modelresiduen van het groeivoeten-stelsel met een enkele vertraging. We kunnen immers eenvoudigweg de dynamische modelresiduen van een groeivoet in periode t verkrijgen door de dynamische modelresiduen van het niveau van periode $t-1$ af te trekken van de dynamische modelresiduen van het niveau in periode t . Voor de dynamische modelresiduen van het groeivoeten-stelsel voor wat betreft de laatste periode van de simulatie moet dan gelden:

$$\tilde{U}_T - \tilde{U}_{T-1} = - \tilde{U}_{T-1} \cdot (\phi_1 + 2 \cdot \phi_2) \cdot (\phi_1 + \phi_2)^{-1} \quad (18)$$

Niets in deze expressie wijst erop dat het in het algemeen aannemelijk is dat de dynamische modelresiduen van het groeivoeten-stelsel met een enkele vertraging gelijk aan nul worden. Dit laatste zal bij niet-triviale vertragingsstructuren blijkens de formule alleen het geval zijn indien de dynamische modelresiduen van het niveau-stelsel in de voorlaatste periode van de simulatie gelijk aan nul zijn.

Een en ander lijkt verreikende gevolgen te hebben voor de generaliseerbaarheid van de in de theoretische literatuur vermelde resultaten. Er is immers geen enkele aanwijzing die erop duidt dat grote dynamische modelresiduen zowel in de laatste alsook in de voorlaatste periode in het algemeen tot de onmogelijkheden behoren.

4. Conclusies

Wanneer we ervan uitgaan dat de door de theoretische econometrie gehanteerde vooronderstellingen als beschreven in paragraaf 2 een redelijke mate van realiteitsgehalte bezitten, moeten we de stellingen aangaande de historische simulaties serieus nemen. Ook wanneer een model niet voor de volle honderd procent lineair is en wanneer niet alle vergelijkingen over exact dezelfde periode zijn geschat, dan nog zullen de afgeleide verbanden in een aantal gevallen bij benadering geldig zijn.

Voor de statische historische simulatie zijn de conclusies het meest duidelijk: de "kwaliteit" van een model kan niet zonder meer afgelezen worden aan de gemiddelde

⁷ Deze stelling kan worden gegeneraliseerd naar systemen met een maximale vertraging van n perioden. Een lineaire combinatie van de dynamische modelresiduen van de n laatste perioden van de simulatie is dan gelijk aan nul. Hieruit blijkt wel dat een systeem met een maximale vertraging van één periode in dit verband een bijzondere positie inneemt.

statische modelresiduen daar deze "als vanzelf" de neiging hebben dicht bij nul te liggen. In situaties waarin toch deze manier van historische simulatie wordt beproefd zal men zich dus rekenschap moeten geven van de beperkingen. Natuurlijk zal in de praktijk niet alleen naar de gemiddelde residuen van een statische simulatie gekeken worden. Een statische simulatie kan inzicht verschaffen in de wijze waarop single-equation residuen per (sub-)periode samengewogen worden binnen bepaalde centrale vergelijkingen van het model. In de praktijk zal men met name in deze exercitie geïnteresseerd zijn voor wat betreft het meest recente historische tijdvak. De statische historische simulatie vormt op deze manier een efficiënt hulpmiddel om beschikbare informatie in de vorm van single-equation residuen te herschrijven naar modelresiduen.

De stellingen die betrekking hebben op de dynamische historische simulatie zijn minder rechtlijnig. Wanneer we kijken naar het door Pagan geformuleerde verband tussen de dynamische simulatieresiduen, zouden we de waarschuwing dat het model als vanzelf de neiging heeft "back on track" te zijn op het eind van de simulatieperiode serieus moeten nemen. Immers alle vooronderstellingen die benodigd zijn om tot het afgeleide verband te komen lijken redelijk dicht bij de praktijk te staan. De bewering dat de uitspraak (qua strekking) ook geldig zou zijn voor modellen met complexere vertragingstructuren is niet zonder meer juist. Het is niet al te moeilijk om, binnen de veronderstellingen van Pagan, een "plausibel" model te formuleren waarbij de dynamische simulatie een explosief residuënverloop genereert.⁸

Dit alles laat de bewering dat de modelresiduen bij een dynamische simulatie direct te herleiden zijn tot de single-equation residuen onverlet. Hoe ingewikkeld de transformatie van single-equation residuen naar dynamische modelresiduen ook is, strikt genomen blijft de kritiek dat geen nieuwe informatie boven tafel komt gehandhaafd. Een dynamische simulatie laat zien hoe het model in de tijd reageert op een serie niet-willekeurige impulsen in de vorm van single-equation residuen. De dynamische simulatie kan op deze manier eventuele instabiliteit van het model aan het licht brengen. Juist omdat de impulsen bij de dynamische simulatie een niet-willekeurig karakter hebben, is de historische simulatie-methode niet het meest geschikte instrument om de stabiliteit van een model te onderzoeken. De conclusie kan dan geen andere zijn dan dat de vruchten van het uitvoeren van een dynamische simulatie per saldo van nog beperktere omvang zijn.

ontvangen	17- 6-1992
geaccepteerd	20- 10-1992

⁸ Een uitgewerkt cijfervoorbeeld is bij de auteur beschikbaar.

Literatuur:

- d'Alcantara G. (1988). A comparative analysis of actual Dutch macroeconomic models. in: W. Driehuis, M.M.G. Fase and H. den Hartog (eds.), *Challenges for macroeconomic modelling*, North Holland, Amsterdam.
- Central Planning Bureau (1992). *FKSEC, a macro-econometric model for the Netherlands*. Stenfert Kroese.
- Fair, R.C. (1984). *Specification, estimation and analysis of macroeconomic models*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Fisher, P.G. en K.F. Wallis (1990). The historical tracking performance of UK macroeconomic models 1978-85. *Economic Modelling*, pag. 179-197.
- Pagan, A. (1989). On the role of simulation in the statistical evaluation of econometric models. *Journal of Econometrics*, pag. 125-139.
- Wallis, K.F. (1989). Macroeconomic forecasting: a survey. *The Economic Journal*, pag. 28-61.

*Appendix: basisdefinities statische en dynamische simulaties**Statische simulatie:*

Te schatten basissysteem: $Y_t = Y_t \cdot \phi + U_t$

Geschat systeem: $\hat{Y}_t = Y_t \cdot \hat{\phi}$

Single-equation residuen: $\hat{U}_t = Y_t - \hat{Y}_t$

Statische modeluitkomsten: $Y^*_t = Y^*_t \cdot \hat{\phi}$

Statische modelresiduen: $U^*_t = Y_t - Y^*_t$

Dynamische simulatie:

Te schatten basissysteem: $Y_t = Y_t \cdot \phi_0 + Y_{t-1} \cdot \phi_1 + U_t$

Geschat systeem: $\hat{Y}_t = Y_t \cdot \hat{\phi}_0 + Y_{t-1} \cdot \hat{\phi}_1$

Single-equation residuen: $\hat{U}_t = Y_t - \hat{Y}_t$

Dynamische modeluitkomsten: $\tilde{Y}_t = \tilde{Y}_t \cdot \hat{\phi}_0 + \tilde{Y}_{t-1} \cdot \hat{\phi}_1$

Dynamische modelresiduen: $\tilde{U}_t = Y_t - \tilde{Y}_t$