

RUIMTELIJKE COVARIANTIESTRUCTUUR VAN KAARTEN

J.V. Witter, A.C. van Eijnsbergen en M.A.J. van Montfort.

SAMENVATTING

Kaarten verkregen door het toepassen van een interpolatie- dan wel karteringsprocedure, worden vaak gebruikt als invoer in een simulatiemodel. Dergelijke kaarten dienen om de ruimtelijke verdeling van bijvoorbeeld helling of infiltratiecapaciteit in een erosiemodel, of om de neerslag in een neerslag-afvoer model te beschrijven. In het laatste geval is het gebruikelijk om reeksen van dergelijke kaarten te gebruiken, één voor iedere tijdstap van de simulatie. Men beseft vaak onvoldoende dat dergelijke kaarten in hun ruimtelijke en temporele covariantiestructuur verschillen van de toevalsvelden die zij zouden moeten representeren. Dit beïnvloedt de simulatieresultaten. Dit artikel geeft een overzicht van het probleem, geeft procedures ter schatting van de mate waarin de covariantiestructuur van een bepaalde realisatie afwijkt van de werkelijke covariantiestructuur, en geeft enkele suggesties om het probleem te verhelpen. Het effect van een foutieve ruimtelijke covariantiestructuur op de uitkomst van simulatiemodellen zal worden geïllustreerd aan de hand van een neerslag-afvoer model.

Correspondentieadres:

J.V. Witter, Hoogheemraadschap W-Brabant, Postbus 2212, 4800 CE Breda
(tel. 076 - 63 13 47)

1 INLEIDING

Geschatte realisaties van toevalsvelden worden vaak gebruikt als invoer in een simulatiemodel van bijvoorbeeld erosie of afvoer. Dergelijke geschatte realisaties zijn óf in de vorm van een tabel met (x,y) coördinaten en bijbehorende geïnterpoleerde waarden, verkregen door het toepassen van een interpolatieprocedure, óf in de vorm van een kaart verkregen door het toepassen van een karteringsprocedure. Praktisch gezien bestaat er geen verschil tussen beide procedures: kaarten worden immers getekend op grond van óf een soort van afstand-gewogen interpolatie (in het geval van hoogtelijnen kaarten), óf een met Thiessen-polygonen vergelijkbare methode (in het geval van thematische kaarten). In beide gevallen wordt de ruimtelijke covariantiestructuur beïnvloed. Terwille van een bondig taalgebruik worden hier resultaten van beide procedures met "kaart" aangeduid. Als schattingen van opeenvolgende realisaties worden gebruikt om de ruimtelijke verdeling van een variabele van het simulatiemodel te simuleren, wordt bovendien de temporele covariantiestructuur beïnvloed.

Door de introductie van Geografische Informatie Systemen (GIS) is de beschikbaarheid van dergelijke kaarten voor gebruik in simulatiemodellen toegenomen. Alhoewel de toegankelijkheid van deze kaarten vaak wordt gezien als een "interface" probleem tussen GIS en simulatiemodellen, is ons inziens de van de werkelijkheid afwijkende covariantiestructuur van deze kaarten een ernstiger "interface" probleem.

Zoals door Journal en Huijbregts (1978, p. 493) wordt benadrukt, is bij interpolatie het doel om op iedere locatie binnen het gebied van studie een waarde te schatten die zo dicht mogelijk de werkelijke waarde van de beoogde variabele benadert. Om een zo goed mogelijke schatting te verkrijgen, stelt men in het geval van kriging de eisen van zuiverheid en minimalisatie van de verwachte gekwadrateerde schattingsfout. Er is echter geen reden om aan te nemen dat deze schattingen ook de werkelijke ruimtelijke variatie vertonen. Bij gebruik van deze geschatte realisaties in simulatiemodellen zal juist de ruimtelijke variabiliteit belangrijk zijn, en Journal en Huijbregts (1978) presenteren een techniek die op iedere locatie binnen het studiegebied een "schatting" (een schatting in de gebruikelijke zin van het woord, namelijk gebaseerd op een steekproeffunctie, maar aangevuld met de resultaten van een simulatie) oplevert, die niet het "best" is in termen van minimale verwachte kwadratische fout, maar wel een ruimtelijke structuur heeft die overeenkomt met de werkelijkheid. Journal en Huijbregts noemen deze techniek conditionele simulatie. Deze "schatting" op grond van de conditionele simulatie is tevens zuiver.

De ruimtelijke covariantiestructuur wordt door het toepassen van interpolatie-, of karteringsmethoden in het algemeen glad gestreken. De interpolatie vertoont dus meer ruimtelijke samenhang dan de werkelijkheid. Over de effecten in het tijdsdomein bestaat nog weinig literatuur. Interpolatie voor opeenvolgende tijdstippen leidt tot twee tegenstrijdige effecten. Enerzijds zijn de realisaties voor de verschillende tijdstippen gladder dan de werkelijkheid, wat waarschijnlijk leidt tot verhoging van de temporele correlatie. Anderzijds wordt bij de interpolatie voor de opeenvolgende tijdstippen de temporele autocorrelatie niet expliciet gemodelleerd. Dit leidt zeker tot een verlaging van de temporele correlatie tussen opeenvolgende realisaties. Welk van de effecten overheerst is moeilijk aan te geven.

In dit artikel ligt de nadruk op de effecten van interpolatie op de ruimtelijke covariantiestructuur ("dispersie variantie"). Deze zijn beschreven in Journel en Huijbregts (1978). Recentelijk zijn kriging procedures ontwikkeld waarbij de temporele correlatie expliciet gemodelleerd wordt (Rouhani en Wackernagel, 1990). Alhoewel dit een verbetering is ten opzichte van traditionele procedures waarbij interpolaties voor opeenvolgende tijdstippen onafhankelijk van elkaar geschieden, blijft de covariantiestructuur van de interpolaties verschillen van die van de werkelijke velden.

Dit artikel begint met een overzicht van de effecten van interpolatie op de dispersie variantie, gebaseerd op Journel en Huijbregts (1978). Daarna behandelen we de techniek van conditionele simulatie, bedoeld om de dispersievariantie van de geïnterpoleerde velden te doen overeenstemmen met die van de werkelijke velden. Deze behandeling is eveneens gebaseerd op Journel en Huijbregts (1978). Ter illustratie is een toepassing opgenomen over de neerslag-afvoer modellering waarbij ook enige aandacht wordt geschonken aan temporele aspecten (zie ook Witter et al., 1991).

2 DISPERSIE VARIANTIE

We gaan hier uit van een denkbeeldig onderzoek waarvoor de gemiddelde neerslaghoeveelheden over een zeker tijdsinterval (bijvoorbeeld een dag) nodig zijn voor een aantal deelgebieden v_i ($i = 1, \dots, n$) binnen een groot gebied V . Noteren we de respectievelijke gebiedsgemiddelden als $z(v_i)$ ($i = 1, \dots, n$) en $z(V)$, dan zullen deze in het algemeen worden geschat door gebruik te maken van puntwaarnemingen van de dagneerslag binnen het gebied, te noteren als $z(u_j)$ ($j = 1, \dots, m$). Er zijn dus drie schaalniveaus: de punten u_j , de deelgebieden v_i , alle binnen het gebied V .

Journal en Huijbregts (1978, p. 460 en volgende) geven het volgende voorbeeld. Het gebied V is rechthoekig en bestaat uit 50×10 deelgebieden; voor elk van deze 500 vierkante deelgebieden v_i ($i = 1, \dots, 500$) is het ertsgehalte bekend op 121 plaatsen u_j ($j = 1, \dots, 121$), gerangschikt volgens een regelmatig raster. Op grond van de 121 waarnemingen per deelgebied kan voor elk van deze deelgebieden een "werkelijk" gebiedsgemiddelde $z(v_i)$ worden bepaald als het rekenkundig gemiddelde van de waarnemingen binnen v_i .

De ruimtelijke variatie van een toevalsveld $Z(u)$ kan men karakteriseren door de zogenaamde dispersie variantie. Merk op dat het toevalsveld wordt aangeduid met Z en de realisatie ervan met z . Indien het gebied V volledig gepartitioneerd is in N even grote gebieden v_i ($i = 1, \dots, N$), dan is de dispersie variantie tussen de v 's binnen V :

$$D^2(v/V) = E \left\{ \sum_{i=1}^N [Z(v_i) - Z(V)]^2 / N \right\}, \quad (1)$$

waarin

$Z(v_i)$: gemiddelde van de toevalsfunctie over v_i

$Z(V)$: gemiddelde van de toevalsfunctie over V ; tevens het gemiddelde van de $Z(v_i)$.

De dispersie variantie neemt toe met de grootte van het gebied V , en neemt af met de grootte van de deelgebieden v . De dispersie variantie zal ook afnemen naarmate de ruimtelijke samenhang tussen nabijgelegen waarnemingen toeneemt.

Indien van een aantal min of meer uniform over het gebied V verspreide deelgebiedjes ($i = 1, \dots, n$; $n \leq N$) de gemiddelden $z(v_i)$ bekend zijn (bijvoorbeeld op grond van een interpolatie-procedure), en bovendien n niet te klein is, is de dispersie variantie te schatten als

$$\frac{1}{n} \sum_i (z(v_i) - \bar{z})^2, \quad (2)$$

met

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_i z(v_i).$$

Doorgaans wordt de ruimtelijke samenhang van een toevalsveld $Z(u)$, uitgedrukt door de semi-variantie $\gamma(h)$, gedefinieerd als $\frac{1}{2} \text{Var}[Z(u) - Z(u+h)]$. Hierin is h de onderlinge

afstandsvector, en aangenomen wordt dat de semi-variantie niet van u afhangt. Tevens wordt hier aangenomen dat de semi-variantie isotroop is m.a.w. dat de lengte van h slechts relevant is. Bij afwezigheid van trend geldt dan

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[(Z(u) - Z(u+h))^2]. \quad (3)$$

De semi-variantie kan worden geschat door de steekproef semi-variantie

$$g(h) = \Sigma_i [z(u_i) - z(u_i + h)]^2 / (2n(h)), \quad (4)$$

waarin

$n(h)$: aantal waarnemingsparen op afstandsvector h .

Aan de steekproef semi-variantie kan een semi-variantiemodel worden aangepast, bijvoorbeeld een lineair model

$$\gamma(h) = C\delta(h) + ah, \quad (5)$$

of een exponentieel model

$$\gamma(h) = C\delta(h) + a(1 - \exp(-bh)), \quad (6)$$

waarin C , a en b parameters zijn, en $\delta(h)$ de functie is waarvoor geldt:

$$\delta(h) = 1 \quad \text{als } h \neq 0 \quad \text{en} \quad \delta(h) = 0 \quad \text{als } h = 0.$$

De term $C\delta(h)$ is het nugget-effect in de semivariantie.

Bij het exponentiële model stabiliseert de semi-variantie zich voor grote onderlinge afstanden h naar een constante waarde ($C+a$), de "sill" genaamd. Deze is gelijk aan de puntvariantie $\text{Var } Z(u)$. Het lineaire model heeft geen sill.

Voor de dispersie variantie $D^2(v/V)$ geldt (Journel en Huijbregts, 1978; p.67):

$$D^2(v/V) = \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v), \quad (7)$$

waarin

$\bar{\gamma}(V, V)$: gemiddelde waarde van de semi-variantie als beide punten het gebied V doorlopen

$\bar{\gamma}(v, v)$: analoog voor v .

Met behulp van (7) kan de werkelijke dispersie variantie worden geschat, indien het semi-variantie model bekend is.

Voor een bepaald gebied V bestaat de limiet $D^2(0/V)$ van $D^2(v/V)$ als de grootte van de v 's naar nul nadert. Indien het semi-variogram geen "sill" heeft, blijft $D^2(0/V)$ aangroeien als de grootte van V toeneemt. De puntvariantie bestaat dan niet; de "puntvariantie" $D^2(0/V)$ binnen een begrensd gebied V blijft echter een zinvol gegeven.

Een andere kijk op de dispersievariantie kan men als volgt verkrijgen:

$$D^2(v/V) = E \left(\frac{\sum_{i=1}^N (Z(V) - Z(v_i))^2}{N} \right) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E(Z(V) - Z(v_i))^2),$$

d.i. het gemiddelde van $E(Z(V) - Z(v_i))^2$; deze laatste uitdrukking is de variantie van de voorspellingsfout van $Z(V)$ door $Z(v_i)$.

Er blijkt te gelden (Journal en Huijbregts, 1978; p.54):

$$D^2(v/V) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (2\bar{\gamma}(v_i, V) - \bar{\gamma}(v_i, v_i) - \bar{\gamma}(V, V)). \quad (8)$$

Middelen van het rechterlid resulteert inderdaad in

$$D^2(v/V) = 2\bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) - \bar{\gamma}(V, V) = \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v). \quad (9)$$

3 INTERPOLATIE EN DISPERSIE VARIANTIE

In hydrologisch onderzoek worden veelal gebiedsgemiddelden $z(v_i)$ ($i = 1, \dots, n$) geschat met behulp van interpolatiemethoden, op grond van "punt" waarnemingen $z(u_j)$ ($j = 1, \dots, m$) binnen een groter gebied V . In het geval van interpolatie naar punten geldt daarbij: $v_i \rightarrow 0$ ($i = 1, \dots, n$).

We beschouwen hier twee interpolatiemethoden, namelijk kriging en de (Thiessen-) polygon methode, welke laatste methode veelal wordt toegepast bij het vervaardigen van thematische kaarten. De dispersie variantie van de geïnterpoleerde velden wordt aangeduid als respectievelijk $DK^2(v/V)$ en $DP^2(v/V)$. In geval van een volledige partitie van het gebied V in N gebieden geldt voor $DK^2(v/V)$ (Journal en Huijbregts, 1978, p. 451)

$$DK^2(v/V) = D^2(v/V) - \bar{\sigma}_{Kv}^2 + \sigma_{Kv}^2 \quad (10)$$

waarin

$\bar{\sigma}_{Kv}^2$: gemiddelde kriging variantie (gemiddelde verwachte kwadratische fout bij het kriging) voor de eenheden $v_1, \dots, v_N$

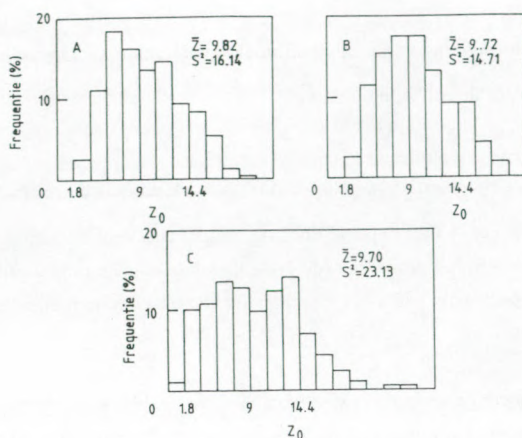
σ_{Kv}^2 : kriging variantie voor V .

Aangezien $\bar{\sigma}_{Kv}^2 - \sigma_{Kv}^2$ altijd positief is, geldt dat $DK^2(v/V)$ kleiner is dan $D^2(v/V)$. De grootte van het "smoothing effect" wordt bepaald door $\bar{\sigma}_{Kv}^2$ omdat σ_{Kv}^2 veel kleiner is. Vergelijking 10 geldt bij een "globale" kriging procedure (de volledige data configuratie wordt bij elke schatting gebruikt) en is een gevolg van de eigenschap dat een geschat increment ongecorreleerd is met de schattingsfout.

Voor kriging schattingen gebaseerd op lokale omgevingen geldt de bovenstaande gelijkheid niet. Journal en Huijbregts geven ook voor deze situatie een formule. Geheel overeenkomstig de verwachting is de reductie in dispersie variantie bij kriging uitgaande van een lokale omgeving geringer. Er is zelfs de mogelijkheid van overschatten van de dispersie variantie. Journal en Huijbregts (1978, p. 452) merken in dit verband echter op dat het "smoothing effect" $DK^2(v/V) \leq D^2(v/V)$ in de hun bekende toepassingen altijd is opgetreden. Stel dat de neerslagen over een deelgebied v binnen een groter gebied V zijn voorspeld met behulp van kriging van puntneerslagen. Op grond van de kriging schattingen $\hat{z}(v_i)$ kan de kansverdeling van gebiedsneerslagen over v worden geschat. De variantie behorende bij deze kansverdeling schat $DK^2(v/V)$. De geschatte kansverdeling zal echter op grond van Vergelijking 10 een dunnere "rechter staart" hebben dan de werkelijke kansverdeling. Aangezien veel hydrologische uitspraken juist gebaseerd zijn op analyse van extreme neerslagen dan wel overschrijdingen van een drempelwaarde, is dit ongewenst.

Journal en Huijbregts (p. 460 ev) illustreren de reductie in dispersie variantie aan de hand van het hiervoor vermelde voorbeeld van ertsgehalten. Na schatting van het semi-variogram werden zowel met behulp van kriging, gebaseerd op lokale omgevingen, als met de polygoon methode, gebiedsgemiddelden $z(v_i)$ geschat voor de binnenste 384 deelgebieden. Voor de gemiddelde kriging variantie gold $\bar{\sigma}_{Kv}^2 = 1.35$.

Figuur 1 geeft de histogrammen van de "werkelijke" gebiedsgemiddelden en van de geschatte gebiedsgemiddelden met behulp van kriging of de polygoonmethode. Uit vergelijking van de histogrammen A en B blijkt de variantie van de met kriging geschatte gebiedsgemiddelden geringer dan die van de "werkelijke" gebiedsgemiddelden, en inderdaad wordt vergelijking 10 bevestigd, immers $DK^2(v/V) = 14.71 \approx 16.14 - 1.35$.



Figuur 1. Histogrammen van de "werkelijke" gebiedsgemiddelde ertsgehalten (A) en van de geschatte gebiedsgemiddelden op grond van de kriging methode (B) en de polygoon methode (C).

Van de polygoon schatting van $z(v_i)$, waarbij $z(v_i)$ wordt gelijk gesteld aan de waarde in het centrale punt binnen v_i , blijkt in dit voorbeeld de geschatte variantie groter te zijn dan die van de "werkelijke" gebiedsgemiddelden. Volgens Journel en Huijbregts (p. 452) is dit in het algemeen het geval. De variantie van gemiddelde neerslagen over deelgebieden v_i binnen een gebied V zal, indien voorspeld met behulp van de polygoon methode, dus in het algemeen onrealistisch hoog zijn, en onrealistisch laag indien voorspeld met de kriging methode.

Voor een goed begrip dient bij de bovenstaande conclusie echter de volgende kanttekening te worden geplaatst. Bij voorspelling met behulp van kriging is er geen feitelijke ondergrens aan de omvang van het gebied v_i waarvoor de voorspelling kan plaatsvinden. Bij de polygoon methode is dat wel het geval: het aantal polygoonen is namelijk gelijk aan het aantal waarnemingspunten (bij de Thiessen polygoon methode) of gelijk aan het aantal onderscheiden landschappelijke eenheden (bij een bodemkundige kartering). Binnen deze polygoonen is elke variatie evenwel afwezig.

4 CONDITIONELE SIMULATIE

Indien men velden wil simuleren van ruimtelijke variabelen, waarbij de meetwaarden in de meetpunten onveranderd worden overgenomen en de dispersie variantie niet wordt gladgestreken, kan gebruik worden gemaakt van de techniek van conditionele simulatie (Journal en Huijbregts, 1978; p. 493 en volgende). Hierbij wordt, uitgaande van waarnemingen $z(u_j)$, $j = 1, \dots, m$, in een gebied V een realisatie $\hat{z}_{cs}(u)$ van het toevalsveld geschat die

- conditioneel is op de waarnemingen, dus

$$\hat{z}_{cs}(u_j) = z(u_j), j = 1, \dots, m;$$
- zuiver is; dus $E(\hat{Z}_{cs}(u) - Z(u)) = 0$
- een semi-variogram heeft dat overeenkomt met dat van $z(u)$.

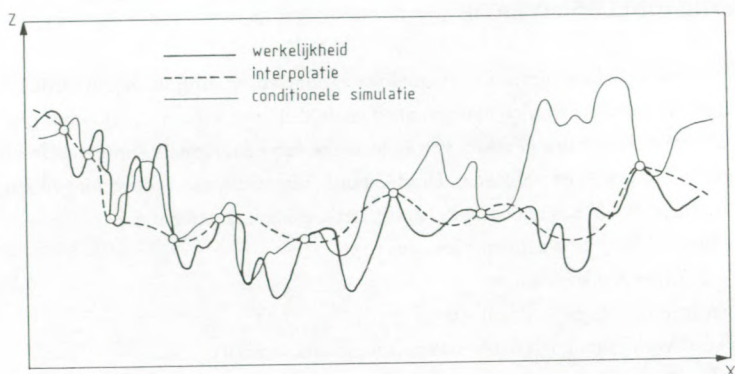
De procedure verloopt als volgt:

- (1) Maak een kaart, dat wil zeggen, schat een realisatie $\hat{z}(u)$ in de punten van een fijnmazig raster, met behulp van kriging en op grond van de waarnemingen en het (eventueel geschatte) semi-variogram.
- (2) Simuleer bij datzelfde semi-variogram, bijvoorbeeld met de "turning bands" methode (zie bijvoorbeeld Bras en Rodriguez-Iturbe, 1984) onconditionele waarden $z_s(u)$ in de waarnemings- en rasterpunten.
- (3) Interpoleer de simulatie $z_s(u)$ naar de rasterpunten met behulp van kriging, op grond van slechts de gesimuleerde waarden in de waarnemingspunten. Dit resulteert in $\hat{z}_s(u)$. In de waarnemingspunten geldt: $z_s(u) = \hat{z}_s(u)$, omdat kriging een exacte interpolator levert.
- (4) De conditionele simulatie $\hat{z}_{cs}$ wordt nu voor elke rasterpunt gevonden als:

$$\hat{z}_{cs}(u) = \hat{z}(u) + [z_s(u) - \hat{z}_s(u)]. \quad (11)$$

- (5) Door de stappen (2) tot en met (4) te herhalen, kunnen steeds nieuwe conditionele simulaties worden gevonden.

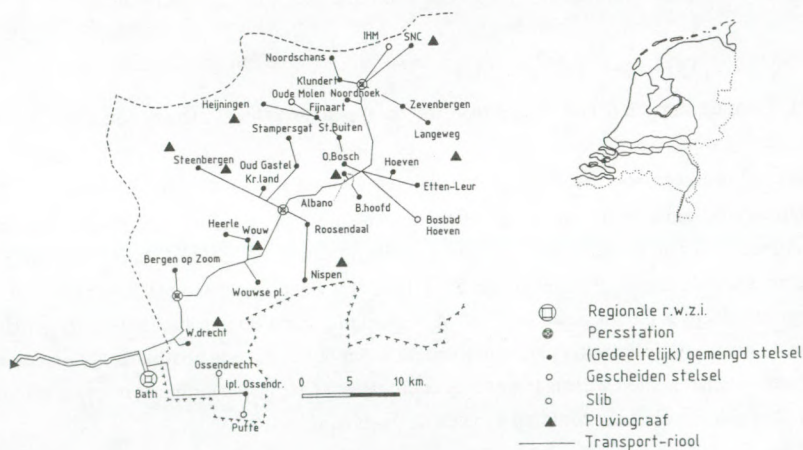
Figuur 2 geeft een voorbeeld van de conditionele simulatie $\hat{z}_{cs}$ en de kriging interpolatie $\hat{z}$. Men ziet dat de variantie van de conditionele simulatie veel groter is dan die van de geïnterpoleerde waarden. Er geldt dat de dispersie variantie van de conditionele simulatie, $\text{var}(\hat{z}_{cs})$, gelijk is aan de dispersie variantie van $Z(u)$. Dit geldt weer omdat een geschat increment ongecorrleerd is met de schattingsfout. Alhoewel hier conditionele simulatie is toegelicht aan de hand van interpolatie naar puntlocaties, is het bovenstaande onafhankelijk van de grootte van het gebied waarnaar wordt geïnterpoleerd. De plaatscoördinaat u mag dus overal worden gelezen als de aanduiding van een deelgebied v .



Figuur 2. Werkelijke waarden van een ruimtelijke variabele langs een raai, alsmede kriging schattingen en een conditionele simulatie (naar: Journel en Huijbregts, 1978).

5 VOORBEELD

In STORA (1990) is de waterbalans doorgerekend van het aanvoerstel van de regionale waterzuiveringsinstallatie (rwzi) Bath. Dit aanvoerstelsel bestaat uit een persleiding met 26 daarop aangesloten gemengde rioleringsstelsels, 3 gescheiden rioleringsstelsels, en slibaanvoer vanuit een tweetal plaatsen (zie Figuur 3).



Figuur 3. Overzicht aanvoerstelsel regionale rwzi Bath, situatie 1983-1985 (uit: STORA, 1990).

Aangezien de berging in de persleiding verwaarloosbaar is, bestaat de waterbalans van het totale aanvoerstelsel in feite uit de optelsom van de waterbalansen van de aangesloten kernen. De waterbalansen zijn opgesteld voor berekeningsintervallen van een half uur, en kunnen als volgt worden geschreven:

$$Q(i, t) = c_i v_i \hat{z}(v_i, t - t') - Q_0(i, t) + \Delta B(i, t) + Q_d(i, t) + Q_b(i, t), \quad (12)$$

waarin

- $Q(i, t)$: vanuit kern i in de persleiding geïnjecteerd debiet gedurende tijdsinterval t; deze debieten zijn geregistreerd [L^3T^{-1}]
- c_i : afvoercoëfficiënt voor kern i; deze is bepaald door middel van calibratie [-]
- v_i : verhard oppervlak van kern i; deze is bekend [L^2]
- t' : vertragingstijd tussen het vallen en tot afvoer komen van de neerslag, eveneens door calibratie bepaald [-]
- $\hat{z}(v_i, t-t')$: kriging schatting van de gebiedsneerslag over v_i voor het tijdsinterval $t-t'$ [L^3T^{-1}]
- $Q_0(i, t)$: overstortend debiet [L^3T^{-1}]
- $\Delta B(i, t)$: verandering van de berging in het rioleringsstelsel, negatief bij afname van de beschikbare berging [L^3T^{-1}]
- $Q_d(i, t)$: droogweerafvoer; deze is bekend [L^3T^{-1}]
- $Q_b(i, t)$: aanvoer vanuit "bovenstroomse" kernen; deze is bekend op grond van de registraties van die kernen [L^3T^{-1}].

In feite wordt in Vergelijking 12 dus voor elke kern voor elk interval van een half uur de som $(-Q_0(i, t) + \Delta B(i, t))$ berekend. Aangezien de totale berging van elk rioleringsstelsel bekend is, is $\Delta B(i, t)$ naar boven begrensd. Indien de berging groter zou moeten worden dan de totale beschikbare berging, treedt een overstorting op.

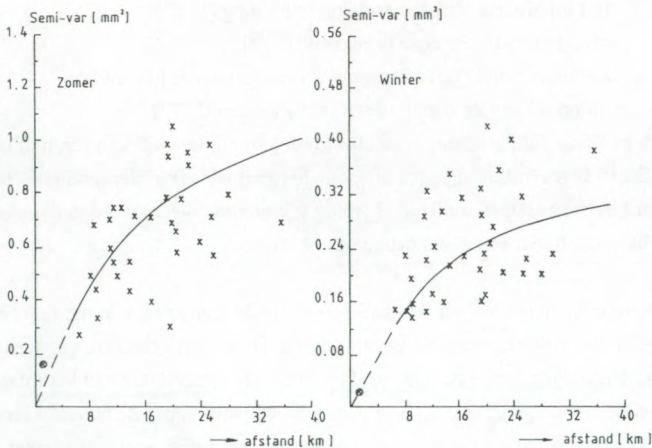
De neerslagterm $\hat{z}(v_i, t-t')$ in Vergelijking 12 is voor de 26 aangesloten kernen met een gemengd rioolstelsel bepaald met behulp van kriging. De hierbij gebruikte gegevens zijn afkomstig van 9 pluviografen in het gebied (Figuur 3). De oppervlakte van het totale gebied V waarbinnen de kernen gelegen zijn, bedraagt circa 450 km². Voor de meeste kernen geldt $v_i \ll V$, en is voor de schatting $\hat{z}$ gebruik gemaakt van punt-kriging, aangezien onder deze voorwaarden in dit voorbeeld de verschillen tussen punt- en blok-kriging verwaarloosbaar zijn.

De waterbalans van het aanvoerstelsel is doorgerekend voor een 37-tal zware neerslagen. Daarbij is onderscheid gemaakt tussen het zomer- (mei t/m september) en het winterseizoen (rest van het jaar). In Figuur 4 zijn de geschatte semi-varianties en aangepaste semi-

variogrammen voor deze neerslagen afgebeeld. Aanpassing van de semi-variogrammen geschiedde met een gewogen kleinste kwadratenmethode (weging door $\sqrt{n}$) in verband met het sterk uiteenlopend aantal waarnemingsparen waarop de geschatte semi-varianties berusten. Indien de semi-varianties worden geschat met behulp van een enkelvoudige realisatie benadering, verdient het aanbeveling om bij het aanpassen van semi-variogrammodellen geen gebruik te maken van geschatte semi-varianties voor onderlinge afstanden groter dan de helft van de karakteristieke lengte van het gebied. In het geval van West-Brabant bedraagt deze karakteristieke lengte ongeveer 40 km. Aangezien hier gebruik is gemaakt van de meervoudige realisatie benadering, is het semi-variogrammodel aangepast aan alle geschatte semi-varianties. De semi-varianties in Figuur 4 voor een onderlinge afstand van 1.44 km zijn berekend met behulp van gegevens van drie registrerende regenmeters in het hydrologisch proefgebied van Hupsel. Aan de geschatte semi-varianties in Figuur 4 zijn exponentiële semi-variogrammodellen aangepast zonder nugget-effect met als resultaat

zomer: $\gamma(h) = 1.095(1 - \exp(-0.065 h))$

winter: $\gamma(h) = 0.325(1 - \exp(-0.073 h))$



Figuur 4. Geschatte semi-varianties en aangepaste exponentiële semi-variogrammen.

In dit voorbeeld zullen de effecten van interpolatie toegespitst worden op de gevolgen die de interpolatie heeft op de dispersie variantie van de neerslagen van de 26 kernen. Omdat de 26 kernen min of meer uniform verspreid liggen zal deze dispersie variantie ongeveer gelijk zijn aan $D^2(v/V)$. In Tabel 1 worden de geschatte dispersie varianties van de kriging schattingen ($\hat{DK}^2$) en de polygoon schattingen ($\hat{DP}^2$) vergeleken met de theoretische waarden van de dispersie variantie ($D^2(v/V)$) en de steekproefvariantie van de gemeten puntneerslagen, s^2 , voor het hierboven gedefiniëerde zomer- en winterseizoen. $D^2(v/V)$ is berekend met behulp van Vergelijking 9. Daarbij is uitgegaan van $v \approx 0 \text{ km}^2$ en $V = 450 \text{ km}^2$, waarbij het gebied geschematiseerd is tot een rechthoek met lengte-breedte verhouding van 2. In dat geval (Matérn, 1960) is de gemiddelde onderlinge afstand tussen punten in het gebied $\sqrt{450} * 0.5691 \text{ km} = 12 \text{ km}$. $D^2(v/V)$ wordt met een geringe overschatting gesteld op $\gamma(12 \text{ km})$. DK^2 en DP^2 zijn geschat als:

$$\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \left[\frac{1}{N_2(i)} \sum_{j=1}^{N_2(i)} \left\{ \frac{1}{25} \sum_{k=1}^{26} (\hat{z}(v_k) - \hat{z}(V))^2 \right\} \right], \quad (13)$$

waarin

- N_1 : aantal neerslaggebeurtenissen in zomer, resp. winter
- $N_2(i)$: aantal halfuurlijkse intervallen in neerslaggebeurtenis i
- $\hat{z}(v_k)$: kriging of polygoon schatting van de neerslag over deelgebied v_k over interval j van neerslaggebeurtenis i
- $\hat{z}(V)$: $\sum_{k=1}^{26} \hat{z}(v_k) / 26$.

Tabel 1. Theoretische dispersie variantie $D^2(v/V)$ en geschatte waarden van $DK^2(v/V)$ en $DP^2(v/V)$ [mm^2].

Dispersie variantie	Zomer	Winter
$\hat{DK}^2$	0.23	0.08
$\hat{DP}^2$	1.02	0.58
$D^2(v/V)$	0.59	0.19
s^2	1.01	0.54

De dispersie variantie van de kriging schattingen blijkt aanzienlijk lager, en die van de polygoonschattingen aanzienlijk hoger te zijn dan de theoretische waarde van de dispersie variantie. Uit Tabel 1 blijkt dat zelfs geldt: $\hat{DP}^2 > s^2$. Om de invloed aan te geven van een toename van het aantal gebieden v_i waarvoor de neerslag moet worden geschat op $\hat{DP}^2$, is $\hat{DP}^2$

herberekend, maar nu met een (arbitrair) 25 maal zo groot aantal gebieden v_i per polygoon. Dit leidt niet tot een noemenswaardige reductie in $\hat{D}P^2$. Inderdaad kan worden afgeleid (Appendix I) dat $\hat{D}P^2$ bij benadering gelijk is aan s^2 .

Vervolgens is nagegaan hoe de dispersie variantie van de kriging schattingen verbeterd kan worden door conditionele simulatie van neerslagvelden. Om de hoeveelheid rekenwerk te beperken zijn geen conditionele neerslagvelden gesimuleerd van alle 37 in Stora (1990) beschouwde neerslagvelden, maar slechts van één: die van 6 februari 1984. Deze heeft een duur van 27 uur. Gemiddeld over West-Brabant valt er 18.5 mm neerslag; over Zevenbergen valt in totaal 27.1 mm neerslag. Er zijn 10 conditionele simulaties uitgevoerd, waarbij gebruik is gemaakt van de turning bands methode. Het aantal van 10 conditionele simulaties is te gering om algemeen geldende conclusies te trekken. De gemiddelde dispersie variantie van de 10 conditionele simulaties is een factor 2.1 hoger dan die van de kriging schattingen. Dit komt goed overeen met de reductie voor winterse neerslagen van $\hat{D}K^2$ ten opzichte van $D^2(v/V)$ in Tabel 1. Voor deze verbetering moet echter wel een prijs worden betaald in de vorm van een verslechtering van het autocorrelatieverloop (Witter et al., 1991).

De invloed van conditionele simulaties op de resultaten van het hierboven beschreven simulatiemodel van het aanvoerstelsel van de rwzi Bath, is nagegaan voor één van de op de persleiding aangesloten kernen, Zevenbergen. Het gemaal Zevenbergen verpompt ook de afvoer vanuit Langeweg (Figuur 3). Het gemiddeld aantal overstortingen per 10 conditionele simulaties bedraagt 2.2 (2 voor de kriging schattingen), terwijl de gemiddelde overgestorte hoeveelheid 6932 m^3 bedraagt (4627 m^3 voor de kriging schattingen). Deze verschillen kunnen ten dele worden verklaard door de lagere autocorrelatiecoëfficiënten van de met conditionele simulatie gegenereerde neerslagen. Bovendien bedraagt de gemiddelde neerslaghoeveelheid voor de 10 conditionele simulaties 30.2 mm is, tegen 27.1 mm voor de kriging schatting. Dit is enerzijds een gevolg van het feit dat conditionele simulatie kan resulteren in negatieve neerslagen (die vervolgens zijn gecorrigeerd tot nul). Anderzijds is het aantal beschouwde conditionele simulaties (10) nogal laag. Echter, ook in STORA (1990) werd een forse toename van overgestorte hoeveelheden (met een factor 1.44) gevonden bij gebruik maken van een simulatietechniek. Deze simulatietechniek was echter niet conditioneel op de waarnemingen, en nam de ruimtelijke structuur van de neerslag niet in beschouwing.

7 CONCLUSIES

Als kaarten die zijn verkregen door het toepassen van een interpolatie- dan wel karteringsprocedure worden gebruikt als invoer in een simulatiemodel, verdient de covariantiestructuur van de kaarten (geschatte realisaties van toevalsvelden) bijzondere aandacht. Algemeen kan worden gesteld dat de polygoonmethode tot onbevredigende resultaten leidt: zowel de ruimtelijke als de temporele variatie worden overschat. Dit vindt zijn weerslag in een te hoge dispersie variantie en een te lage autocorrelatiecoëfficiënt.

Interpolatie middels kriging leidt tot onderschatten van de ruimtelijke variatie; de temporele variatie wordt echter bevredigend weergegeven. Met behulp van conditionele simulatie kan de ruimtelijke variatie waarheidsgetrouw worden weergegeven. De prijs die hiervoor moet worden betaald is echter een verslechtering van de weergave van het autocorrelatieverloop. Conditionele simulatie is dan ook in het bijzonder geschikt voor het simuleren van kaarten van modelparameters. Voorbeelden zijn infiltratiecapaciteit in een erosiemodel en dikte van ertslagen in een simulatiemodel van mijnbouwactiviteiten waarvoor de methode ontwikkeld is (Journel en Huijbregts, 1978) .

Voor het simuleren van kaarten van modelvariabelen, zoals neerslagintensiteiten in een ruimtelijk neerslag-afvoermodel dient de methode van conditionele simulatie evenwel uitgebreid te worden in de zin dat ook de temporele covariantiestructuur bewaard blijft. Ook de mogelijkheid dat het simulatieresultaat negatief is, dient te worden uitgesloten. Rekentech-nisch is conditionele simulatie met behulp van de turning bands methode een praktisch alternatief voor andere simulatiemethoden van toevalsvelden.

De toename van zowel de ruimtelijke als temporele variatie van de resultaten van conditionele simulatie ten opzichte van de kriging schattingen, vindt zijn weerslag in de resultaten van simulatiemodellen. In het hierboven gegeven voorbeeld van een neerslag-afvoermodel van een stedelijk gebied neemt de hoeveelheid overgestort water aanzienlijk toe.

LITERATUUR

- ABRAMOWITZ, M., and I.A. STEGUN, 1965. Handbook of mathematical functions. Dover, New York.
- BRAS, R.L., and I. RODRIGUEZ-ITURBE, 1984. Random functions and hydrology. Addison-Wesley, Reading.
- BUISHAND, T.A., 1977. De variantie van de gebiedsneerslag als functie van puntneerslagen en hun onderlinge samenhang. Mededelingen Landbouwhogeschool 77-10, Wageningen.
- JOURNEL, A.G. and HUIJBREGTS, Ch.J., 1978. Mining geostatistics. Academic Press, Londen.
- MATERN, B., 1960. Spatial Variation. Stochastic models and their application to some problems in forest surveys and other sampling investigations. Meddelanden fran Statens Skogsforskningsinstitut Band 49-Nr. 5.
- MATHERON, G., 1973. The intrinsic random functions and their applications. Advances of Applied Probability 5: 439-468.
- ROUHANI, S. and WACKERNAGEL, H., 1990. Multivariate geostatistical approach to space-time data analysis. Water Resources Research 26: 585-591.
- STORA, 1990. Eindrapport Stora-onderzoek 3.1.0: Dimensionering regionale rioolwatertransportstelsels. Stora, Den Haag.
- WITTER, J.V., A.C. VAN EIJSBERGEN en M.A.J. VAN MONTFORT, 1991. Covariantiestructuur van kaarten. CHO-TNO Rapporten en Nota's 24: 105-122, Delft.

ontvangen	3 - 6 -1991
geaccepteerd	19- 9 -1991

Beschouw de puntwaarnemingen $z(u_j)$ ($j = 1, \dots, m$) binnen een gebied V aan een ruimtelijke variabele. De m waarnemingspunten leggen m polygonen vast. Laat m_j het aantal punten, resp. gebieden zijn in polygoon j ($j = 1, \dots, m$) rondom waarnemingspunt u_j , waarvoor de neerslag geschat moet worden met de polygoon methode. De steekproefvariantie van de waarnemingen kan worden geschat als:

$$s^2 = \frac{1}{m} \sum_j [z(u_j) - \bar{z}]^2, \quad (I-1)$$

waarin

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \sum_j z(u_j).$$

De dispersie variantie van de polygoon schattingen $DP^2(0/V) = DP^2(v/V)$ kan worden geschat, analoog aan Vergelijking I-1, door

$$\sum_j m_j [z(u_j) - \bar{z}]^2 / \sum m_j. \quad (I-2)$$

Indien de m_j onderling niet te sterk verschillen, zijn de uitkomsten van beide vergelijkingen bij benadering gelijk.