

**KLASSIEKE STEEKPROEFTHEORIE IN DE RUIMTELIJKE STATISTIEK****Een vergelijking van de design-based en de model-based benadering**J. J. de Gruijter<sup>1</sup>**SAMENVATTING**

Een wijd verbreide gedachte onder geostatistici is dat de klassieke steekproeftheorie niet van toepassing is op ruimtelijke steekproefproblemen, omdat ruimtelijke gegevens in het algemeen afhankelijk zijn, terwijl de theorie eist dat ze onafhankelijk zijn.

Uit een vergelijking van de uitgangspunten van de klassieke steekproeftheorie met die van de geostatistische theorie blijkt dat dit een ongelukkig misverstand is. In het bijzonder geldt dat schattingen van ruimtelijke gemiddelden die zijn gebaseerd op klassieke steekproefopzetten juist minder vooronderstellingen vereisen, en daarom robuuster zijn, dan die welke zijn gebaseerd op een geostatistisch model. De verschillen tussen beide benaderingen, evenals de voor- en nadelen van beide zijn aan de hand van steekproefname in een vlak uitgewerkt.

---

<sup>1</sup>Staring Centrum, Instituut voor onderzoek van het Landelijk Gebied, Postbus 125, 6700 AC Wageningen. Tel. 08370-74200

## INLEIDING

"Classical techniques cannot be used because they are based on independence of sample data" (Yfantis et al., 1987, p. 183). Deze en soortgelijke opmerkingen zijn keer op keer in de geostatistische literatuur verschenen (bijv.: Russo and Bresler, 1981; Dahiya et al., 1985; Barnes, 1988). Veel geostatistici lijken dit nu als een elementair feit te beschouwen, dat niet meer steeds herhaald hoeft te worden. Het schijnt een soort geostatistisch paradigma te zijn geworden. Maar is het waar? Het antwoord op die vraag moet naar mijn mening ontkennend zijn, en dit heeft belangrijke praktische consequenties voor ruimtelijke steekproefname.

Onafhankelijkheid is inderdaad een essentieel uitgangspunt in de klassieke schattings- en toetsingstheorie ontwikkeld door R. A. Fisher en anderen. Echter, in de klassieke *steekproef*theorie ontwikkeld door J. Neyman en anderen, worden geen vooronderstellingen over onafhankelijkheid gemaakt. Dit wordt verderop toegelicht.

Hedendaagse handboeken over steekproefname (bijv. Cassel et al., 1977; Krishnaiah and Rao, 1988) onderscheiden twee fundamenteel verschillende benaderingen die kunnen worden gevolgd bij schatting en toetsing omtrent ruimtelijke populatie-parameters. Särndal (1978) duidt deze aan als de "design-based" en de "model-based" benadering. Synoniemen zijn, respectievelijk, "vaste populatie" en "superpopulatie" benadering (Chauduri and Vos, 1988).

Dit artikel, dat grotendeels is ontleend aan De Gruijter and Ter Braak (1990), heeft tot doel het onderscheid tussen de genoemde benaderingen te verduidelijken. Als dit onderscheid niet duidelijk wordt gezien kan dat gemakkelijk tot misverstanden en drogredeneringen leiden. De materie wordt hier op vrij informele wijze besproken, waarbij gebruik wordt gemaakt van de terminologie en enkele van de belangrijkste begrippen van Cassel et al. (1977), die een theoretisch raamwerk hebben ontwikkeld dat beide benaderingen omvat. Als illustratie wordt steekproefname van punten in een vlak behandeld.

De beschouwing zal worden toegespitst op schatting van populatie-parameters zoals het ruimtelijk gemiddelde: het gaat dus niet over voorspelling van waarden op individuele locaties of over het berekenen van niveaulijnen-kaarten. In de geostatistiek, bijvoorbeeld, kan het ruimtelijk gemiddelde worden bepaald via "block-kriging" met het gehele gebied als één enkel blok.



## DESIGN-BASED EN MODEL-BASED BENADERING: UITGANGSPUNTEN

### DESIGN-BASED BENADERING

In de design-based benadering wordt klassieke steekproeftheorie gebruikt. Het centrale begrip in die theorie is de populatie, gedefinieerd als de verzameling van alle eenheden die van belang zijn in een bepaald onderzoek. In ruimtelijke toepassingen is de populatie bijvoorbeeld een gebied A of, nauwkeuriger, de verzameling van alle mogelijke steekproeflocaties in het van belang zijnde gebied. In de design-based benadering wordt iedere eenheid (mogelijke steekproeflocatie) geacht een vaste, hoewel meestal onbekende waarde voor het te onderzoeken kenmerk te hebben. De steekproefname bestaat uit het selecteren van een deelverzameling van de eenheden van de populatie, waarna de waarden in die deelverzameling worden bepaald via waarneming. In het extreme geval van een steekproef die de gehele populatie omvat, en foutloze meting, zou er niets meer onbekend zijn. Afgezien van eventuele meetfouten, is de enige variatie die in in deze benadering een rol speelt, die welke wordt veroorzaakt door de steekproefname. De wijze van schatten en toetsen wordt hier dan ook primair gebaseerd op de toegepaste steekproefopzet. De steekproefopzet, dat wil zeggen de manier waarop de deelverzameling wordt geselecteerd, bepaalt immers voor elk willekeurig stel eenheden in de populatie de kans dat ze in de steekproef worden opgenomen. Hieruit zijn, zonder dat extra aannamen gemaakt hoeven te worden, valide schattings- en toetsingsprocedures af te leiden.

### MODEL-BASED BENADERING

De model-based benadering, toegepast op ruimtelijke problemen, komt neer op het gebruik van geostatistische theorie, met name van dat deel dat betrekking heeft op voorspellen van ruimtelijke gemiddelden. In deze benadering wordt de waarde van het kenmerk op een gegeven steekproeflocatie niet als vast, maar als stochastisch beschouwd. De verzameling van waarden corresponderend met alle mogelijke steekproeflocaties in het te onderzoeken gebied vormen hier tezamen slechts één realisatie van een stochastisch proces. Van dit proces worden enkele aspecten verondersteld bekend te zijn, en deze vooronderstellingen worden geformaliseerd in een geostatistisch model. Dit model speelt de rol van wat in de steekproeftheorie een superpopulatie-model wordt genoemd. Indien, weer in het extreme geval, een steekproef het gehele gebied zou dekken, zou één realisatie compleet bekend zijn, maar er zou ook dan nog onzekerheid blijven bestaan over de parameters in het model. Typerend voor dit soort modellen is dat ze rekening houden met een zekere ruimtelijke structuur, wat het feit weerspiegelt dat

metingen op dicht bij elkaar gelegen locaties doorgaans waarden opleveren die minder van elkaar verschillen dan op verder van elkaar verwijderde locaties.

In de model-based benadering hoeven de locaties niet aselekt te worden bepaald; ze worden integendeel doorgaans juist gericht gekozen. De enige bronnen van stochasticiteit zijn in dat geval het gepostuleerde achterliggende model en de eventuele meetfouten. Bij deze benadering wordt daarom de statistische verwerking (schatten, toetsen, voorspellen) primair gebaseerd op dat model. De aard van de stochasticiteit in de model-based benadering is dus fundamenteel verschillend van die in de design-based benadering waar deze, zoals we zagen, voortkomt uit een concreet fysisch proces van steekproefname. En dat laatste hebben we zelf in de hand. De design-based benadering vereist dus minder aannamen, is daarom robuuster, en kan om die reden de voorkeur verdienen.

## DESIGN-BASED EN MODEL-BASED BENADERING: EEN VOORBEELD

Om het verschil tussen de design-based en de model-based benadering verder te verduidelijken nemen we een denkbeeldig voorbeeld: het geval waarbij een steekproef van punten wordt genomen in een vlak. Stel dat een grootheid  $z$  wordt gemeten op  $n$  punten in een gebied  $A$ . De verkregen waarden worden gesymboliseerd met  $z(x_i)$ , waarbij  $x_i$  de vector van coördinaten voorstelt van het  $i$ -de steekproefpunt. De waarden of de coördinaten (of beide) kunnen stochastische variabelen zijn. Om stochastische van deterministische grootheden van elkaar te onderscheiden worden de eerste met hoofdletters en de laatste met kleine letters aangeduid.

### DESIGN-BASED BENADERING

In de design-based benadering worden de  $n$  steekproefpunten aselekt gekozen, volgens een steekproefopzet  $p$ , en voor gegeven punten zijn de waarden vast. De betrokken variabelen kunnen dus worden geschreven als  $z(X_i)$ , waarin  $i = 1, \dots, n$ . Zij zijn stochastisch omdat de bijbehorende locaties  $(X_i)$  stochastisch zijn. Of  $z(X_i)$  en  $z(X_j)$  stochastisch onafhankelijk zijn of niet wordt volledig bepaald door de steekproefopzet en niet door de ruimtelijke variatie in  $A$ . Dit simpele feit lijkt door sommige gebruikers van geostatistische technieken over het hoofd te worden gezien. In het bijzonder, als metingen worden gedaan op punten die aselekt en bovendien onafhankelijk van elkaar zijn gekozen, dan zijn de daarmee corresponderende stochastische variabelen altijd onderling onafhanke-



lijk; niet bij wijze van aanname in een model maar in werkelijkheid. Het is het gevolg van het ontworpen steekproefproces.

In het voorbeeld zou men dat proefondervindelijk kunnen laten zien door een enkelvoudige aselechte steekproef van omvang  $n = 2$  te trekken (d.w.z. door twee punten onafhankelijk van elkaar te trekken uit de uniforme verdeling over  $A$ ), en dat een groot aantal keren te herhalen. Op die manier ontstaat een reeks tweetallen van waarden. Als de reeks lang genoeg is zal blijken dat het spreidingsdiagram van de eerste tegen de tweede waarde geen afhankelijkheid vertoont, ongeacht de ruimtelijke variatie in  $A^2$ ). In de design-based benadering hoeft men afhankelijkheid tussen variabelen dus niet te *negeren*: men kan het *vermijden*.

Stel dat de te schatten grootheid het ruimtelijk gemiddelde is:

$$m(A) = \int_A z(x) dx / \int_A dx \quad (1)$$

De gebruikelijke schatter van  $m(A)$  in combinatie met enkelvoudige aselechte steekproefname (engels: simple random sampling, verder aangeduid met *srs*) is het ongewogen steekproef-gemiddelde,

$$T_{um} = \frac{1}{n} \sum_1^n z(X_i) \quad (2)$$

De steekproefstrategie (*srs*,  $T_{um}$ ) wordt "*p*-zuiver" met betrekking tot het ruimtelijk gemiddelde genoemd, omdat de statistische verwachting van de schatter  $T_{um}$  over herhaalde steekproefname volgens de gegeven opzet *srs* gelijk is aan de doelparameter  $m(A)$ , dat wil zeggen:

$$E_p(T_{um}) = m(A) \quad (3)$$

waarin  $E_p$  de statistische verwachting is over herhaalde steekproefname volgens de gegeven opzet. Ten gevolge van deze *p*-zuiverheid is de *p*-MSE van  $T_{um}$  (de Mean Squared Error onder opzet *p*), gelijk aan zijn *p*-variantie (Cochran, 1977):

---

<sup>2</sup>Men hoeft dit experiment natuurlijk niet uit te voeren om het gestelde te bewijzen: het volgt rechtstreeks uit een stelling in de kansrekening die zegt dat als twee variabelen, b.v.  $X_i$  en  $X_j$ , onafhankelijk zijn, dan zijn ook functies daarvan, b.v.  $z(X_i)$  en  $z(X_j)$ , onafhankelijk, welke functie  $z$  ook is. Zie bijvoorbeeld stelling 2 in Ash (1970, p. 84) of stelling 6A in Parzen (1960, p. 295).

$$E_p [T_{um} - m(A)]^2 = V_p(T_{um}) = v(A)/n \quad (4)$$

waarin  $v(A)$  de ruimtelijke variantie van punten in  $A$  is, gedefinieerd als:

$$v(A) = \int_A [Z(x) - m(A)]^2 dx / \int_A dx \quad (5)$$

In de terminologie van de klassieke steekproeftheorie is de verzameling van alle locaties in gebied  $A$  de te onderzoeken populatie. De locaties worden de eenheden van deze (oneindige) populatie genoemd; het ruimtelijk gemiddelde  $m(A)$  en de ruimtelijke variantie  $v(A)$  zijn parameters van de populatie.

Om de statistische efficiëntie te verhogen en/of het veldwerk te vergemakkelijken kunnen andere steekproef-opzetten te hulp worden geroepen. De hier gegeven formules voor enkelvoudige aselechte steekproeven kunnen gemakkelijk worden gemodificeerd voor andere opzetten, die óók modelvrije schatting en toetsing mogelijk maken, bijvoorbeeld gestratificeerde aselechte steekproeven (Cochran, 1977).

#### MODEL-BASED BENADERING

De model-based benadering gaat uit van een stochastische functie  $\xi$ , die wordt geacht een  $A$  overdekkend veld van stochastische waarden te genereren. Een steekproef op  $n$  vaste punten levert hier dus in onze notatie de stochastische variabelen  $Z(x_i)$  op, met  $i = 1, \dots, n$ . De hoofdletter  $Z$  benadrukt dat de waarden stochastisch zijn; de kleine letter  $x_i$  dat de locaties vast zijn. Het bestaan en de mate van afhankelijkheid tussen  $Z(x_i)$  en  $Z(x_j)$  wordt bepaald door de stochastische functie  $\xi$ , die op zijn beurt voor een deel wordt gespecificeerd door het vooronderstelde geostatistische model.

Stel dat  $\xi$  in gebied  $A$  tweede-orde stationair is. Dat betekent dat  $E_\xi Z(x)$  bestaat, en niet afhangt van  $x$ , en dat de covariantie  $\text{Cov}[Z(x), Z(x+h)]$  bestaat en alleen afhangt van  $h$  (zie Myers, 1989, voor een bespreking van deze en andere vormen van stationariteit die in de geostatistiek worden gehanteerd):

$$E_\xi Z(x) = \mu \quad (6a)$$

$$\text{Cov}[Z(x), Z(x+h)] = E_\xi [Z(x) \cdot Z(x+h)] - \mu^2 = C(h) \quad (6b)$$

waarin  $E_\xi$  de statistische verwachting aangeeft over realisaties van  $\xi$ . Stel verder dat het model-gemiddelde  $\mu$  onbekend is en dat de covariantie functie  $C(h)$  bekend is, met model-



variantie  $C(0)$ . In de praktijk moet de covariantie functie doorgaans uit de gegevens worden geschat, maar dat doet hier niet ter zake.

In de model-based benadering kan het schatten van een centrale waarde worden gericht op ten minste twee doelgrootheden:

- het model-gemiddelde  $\mu$  in Vergelijking (6a), of
- het ruimtelijk gemiddelde  $M(A)$ , gedefinieerd als:

$$M(A) = \int_A Z(x) dx / \int_A dx \quad (7)$$

Het model-gemiddelde is een vaste grootheid en wordt daarom, in statistische terminologie, *geschat*. Het ruimtelijk gemiddelde echter, zijnde het gemiddelde van een realisatie van  $\xi$ , is in deze benadering een stochastische variabele en wordt daarom *voorspeld*.

Het kwaliteitscriterium dat in de model-based benadering vaak wordt gehanteerd is de  $\xi$ -MSE: de Mean Squared Error over realisaties van  $\xi$ . Toegepast op een schatter  $\hat{\mu}$  van het model-gemiddelde is dit criterium gedefinieerd als:

$$\xi\text{-MSE}(\hat{\mu}) = E_{\xi}(\hat{\mu} - \mu)^2 \quad (8)$$

Minimaliseren van dit criterium terwijl  $\hat{\mu}$  wordt beperkt tot lineaire combinaties van de steekproefgegevens, levert de bekende  $\xi$ -BLU (Best Linear Unbiased) schatter  $\hat{\mu} = \lambda_{\mu}^T Z_S$  waarin

$$\lambda_{\mu}^T = (1_n^T C_S^{-1} \cdot 1_n)^{-1} \cdot 1_n^T C_S^{-1} \quad (9)$$

Hierin zijn  $\lambda_{\mu}$ ,  $Z_S$  en  $1_n$  respectievelijk de vector van optimale gewichten, de vector van  $Z$ -waarden op de steekproefpunten en de vector van enen (alle  $n$ -dimensionaal als de steekproefomvang  $n$  is), en  $C_S$  is de  $n \times n$  matrix van covarianties tussen de steekproefpunten. De  $\xi$ -variantie van  $\hat{\mu}$  is:

$$V_{\xi}(\hat{\mu}) = (1_n^T C_S^{-1} \cdot 1_n)^{-1} \quad (10)$$

De  $\xi$ -BLU voorspeller van  $M(A)$  is evenzo een gewogen gemiddelde,  $T_{wm} = \lambda_Z^T \cdot Z_S$ , maar nu met gewichten

$$\lambda_Z = \lambda_{\mu} + (C_S^{-1} - \lambda_{\mu} \cdot 1_n^T \cdot C_S^{-1}) \cdot \bar{C}_{S,A} \quad (11)$$

waarin  $\bar{C}_{S,A}$  de  $n$ -dimensionale vector is van gemiddelde covarianties tussen een

steekproefpunt en alle punten in  $A$ .  $T_{wm}$  heeft variantie<sup>3)</sup>

$$V_{\xi}(T_{wm}) = \bar{C}_{A,A} + \lambda_Z^T \cdot C_S \cdot \lambda_Z - 2\lambda_Z^T \cdot \bar{C}_{S,A} \quad (12)$$

waarin  $\bar{C}_{A,A}$  de gemiddelde covariantie aangeeft tussen alle mogelijke puntenparen in  $A$ .

Zowel  $\bar{\mu}$  als  $T_{wm}$  zijn  $\xi$ -zuiver, omdat voor elk willekeurig stel steekproefpunten geldt dat

$$E_{\xi}(\bar{\mu} - \mu) = E_{\xi}[T_{wm} - M(A)] = 0 \quad (13)$$

Indien men niet alleen de gewichten, gegeven de locaties, maar ook de locaties zelf wil optimaliseren met betrekking tot het  $\xi$ -MSE criterium, dan vloeit daar een gerichte steekproefname uit voort, in plaats van een aselechte. De optimale opzet ( $p_{\mu}$ ) voor het schatten van  $\mu$  zal in het algemeen verschillen van de optimale opzet ( $p_M$ ) voor het voorspellen van  $M(A)$ . Het is van belang op te merken dat de strategie ( $p_M, T_{wm}$ )  $\xi$ -zuiver is maar niet  $p$ -zuiver, terwijl bijv. de strategieën ( $srs, T_{wm}$ ) en ( $srs, T_{wm}$ ) beide zowel  $\xi$ -zuiver als  $p$ -zuiver zijn voor  $M(A)$ .

#### DESIGN-BASED OF MODEL-BASED BENADERING?

Het besproken voorbeeld maakt enkele punten duidelijk die zeer relevant zijn voor de keuze van steekproefstrategieën.

##### *Doelgrootheden*

De model-based benadering kan worden gericht op twee soorten grootheden (in ons voorbeeld het model-gemiddelde en het ruimtelijk gemiddelde), die verschillen qua interpretatie, optimale steekproefopzet en optimale schatter c.q. voorspeller, en die verschillende varianties hebben (Vergelijkingen (10) en (12)). Modelparameters kunnen van belang zijn in studies die op processen zijn gericht, terwijl ruimtelijke gemiddelden e.d. juist relevant zullen zijn bij inventariserend onderzoek. Het is in elk geval noodzakelijk zowel bij opzet als rapportering volledige duidelijkheid te betrachten over het type grootheid waar het onderzoek op is gericht.

<sup>3</sup> Corsten (1989) laat zien dat de bovenstaande expliciete uitdrukkingen voor de BLU schatter en voorspeller, en hun varianties, verkregen kunnen worden als gegeneraliseerde kleinste-kwadraten oplossingen van de corresponderende regressie problemen. Daarmee vermijdt men het gebruik van irrelevante Lagrange-multiplicators. Dezelfde uitdrukkingen kunnen ook worden verkregen door de Lagrange-multiplicators te substitueren in de gebruikelijke formules in b.v. Matheron (1971, p. 123-128) en Journel and Huijbregts (1978, p. 305-306).



### *Onafhankelijkheid*

Stochastische afhankelijkheid of onafhankelijkheid is geen eigenschap van een populatie of van een gebied. Het kan wel een eigenschap zijn van een stel variabelen, en wordt ofwel geïnduceerd door een steekproefopzet, ofwel geïmpliceerd door een model. Het lijkt erop dat verwarring en misverstanden over onafhankelijkheid zich in een bedenkelijke mate hebben voortgeplant door de geostatistische literatuur. Misleidende opmerkingen zijn in dit verband bijvoorbeeld:

"The conventional statistical approach to describe variability of soil hydraulic properties treats the observations of a given property as being statistically independent regardless of their spatial position." (Russo and Bresler, 1981)

"In Part I (Dahiya et al., 1984a), spatial variability of some nutrient constituents, viz.  $\text{NO}_3$ , K, Mg and organic C, of a loess soil field was evaluated by applying classical statistical analysis (i.e. probability density function, mean and variance). An implicit assumption in that analysis is that the observations of a given soil property are independent of one another regardless of their location in the field." (Dahiya et al., 1985)

"The classic development of nonparametric tolerance intervals begins with an assumption of independent, identically distributed random variables. This is unrealistic for the geologic environment— in general, geologic site characterization data are not independent." (Barnes, 1988).

De waarheid is dat men de design-based benadering met zijn klassieke steekproeftheorie niet terzijde kan leggen omdat daarin ongeldige model-aannamen zouden worden gemaakt (er zijn daar immers geen model-aannamen), maar dat men de model-based benadering juist wel zou kunnen afwijzen om die reden.

### *Kwaliteitscriteria*

Het kiezen van een steekproefstrategie houdt primair het kiezen van een kwaliteitscriterium in (Särndal, 1978). Zo'n criterium kan betrekking hebben op variatie van uitkomsten door de steekproefname, op variatie vanuit een stochastisch model, of op beide. (Termen als "kleinste variantie" en "zuiverheid" zijn daarom zonder nadere kwalificatie niet eenduidig.) Indien, bijvoorbeeld, het  $\xi$ -MSE criterium wordt geaccepteerd, dan vloeit daar een model-based strategie uit voort. Als daarentegen  $p$ -zuiverheid noodzakelijk wordt geacht, dan zal een design-based strategie met een vorm van aselechte steekproefname de consequentie zijn.

Het valt te betwijfelen of degenen die gebruik maken van resultaten van geostatistische methoden zich doorgaans bewust zijn van het feit dat  $\xi$ -zuiverheid slechts een "interne" garantie biedt: hij geldt alleen binnen het aangenomen model en is als zodanig niet gerelateerd aan de werkelijkheid in het te onderzoeken gebied. Hij biedt dan ook geen bescherming tegen gevolgen van, bijvoorbeeld, het kiezen van locaties met verwachte hoge dan wel lage waarden, of van alleen de best toegankelijke locaties, of van locaties in

een regelmatig patroon dat interfereert met een eventuele cyclische variatie in het gebied. Dergelijke steekproeven zullen veelal misleidende resultaten opleveren, ondanks de bovengenoemde zuiverheidsgarantie. Dit lijkt in het bijzonder van belang in de context van regelgeving en controle met betrekking tot het natuurlijk milieu.

### *Toetsen*

In het voorbeeld is ingegaan op schatten of voorspellen van gemiddelden. Het voorgaande geldt *mutatis mutandis* echter ook voor toetsen. Het gehele scala van klassieke en parametervrije statistische toetsen (die vrijwel steeds uitgaan van onafhankelijkheid) is, afgezien van eventuele extra aannamen, direct en exact van toepassing op steekproeven waarvan de eenheden aselekt en onafhankelijk van elkaar zijn gekozen. Als deze voorzorgen niet zijn genomen is correcte toetsing veel problematischer (zie Borgman, 1988, voor een recente verkenning van deze materie). Een voorbeeld van toetsing met ruimtelijke gegevens volgens de design-based benadering is te vinden in Finke (1991).

## **CONCLUSIES EN DISCUSSIE**

Als men de klassieke steekproeftheorie afwijst omdat daarin een ongeldige aanname van onafhankelijkheid gemaakt zou worden, verengt men de keuze van een steekproefstrategie op oneigenlijke gronden tot die van de model-based benadering. Het is duidelijk dat de design-based en de model-based benadering elk hun eigen voor- en nadelen hebben. Design-based strategieën zijn niet uitvoerbaar als het om een of andere reden niet mogelijk is een aselekte steekproef te nemen. De model-based benadering is niet uitvoerbaar als het door gebrek aan gegevens niet mogelijk is op betrouwbare wijze een model vast te stellen.

Als beide benaderingen uitvoerbaar zijn, betreft de te maken keuze primair het kwaliteitscriterium waarmee mogelijke strategieën worden beoordeeld. Het ene type criterium heeft betrekking op de variatie in resultaten als de steekproefname herhaald zou worden in hetzelfde gebied, volgens dezelfde opzet, maar uiteraard met steeds andere configuraties van steekproefpunten. Dit type criterium voert tot design-based strategieën. Het andere type heeft óók betrekking op variatie die zou optreden onder herhaalde steekproefname, maar nu met dezelfde puntenconfiguratie en, meer hypothetisch, in verschillende gebieden, met een variabiliteit die voldoet aan de wetmatigheden van het gehanteerde model. Dit type criterium leidt tot model-based strategieën.

Geostatistische modellen lijken een natuurlijke basis te vormen voor schattingsprocedures in situaties waarin een deel van het gebied niet toegankelijk is, of als de waarne-



mingen zijn gecensureerd, dan wel zijn vertekend door systematische fouten (zie voor dit laatste Laslett and Sandland, 1989). Bovendien, als er gegevens uit de omgeving van het gebied beschikbaar zijn, dan kunnen die via de model-based benadering worden gebruikt bij het schatten, zoals gebeurt in block-kriging. Dat is natuurlijk speciaal van belang als de steekproef in het te onderzoeken gebied klein is.

Het inbouwen van randomisatie in een steekproefopzet kan, vergeleken met de beste model-based strategie, de efficiëntie verminderen wanneer althans het model correct en de covariantie functie bekend is. Dit verlies van efficiëntie kan echter meestal worden beperkt door goed gekozen restricties op te leggen aan de randomisatie van de steekproeflocaties, bijv. door stratificering van het gebied. Een groot deel van de klassieke steekproeftheorie is daar aan gewijd. Het resterende verlies zou heel goed een verstandige "premie" kunnen zijn voor robuustheid tegen model-afwijkingen en voor  $p$ -zuiverheid. Bovendien werken model-based strategieën in de praktijk met *geschatte* covarianties of variogrammen, en zijn dan dus óók niet optimaal.

In het landbouwkundig en bodemkundig onderzoek is de design-based benadering al tientallen jaren met succes toegepast om via steekproeven populatie-parameters te schatten. Webster and Oliver (1990) bespreken de toepassingsmogelijkheden van diverse steekproefopzetten in het ruimtelijk bodemkundig onderzoek. Zie bijv. De Gruijter and Marsman (1985) voor een onderzoek met steekproefpunten in aselechte raaien.

Dit artikel heeft zich beperkt tot ruimtelijke steekproeven. Het is duidelijk dat op soortgelijke wijze ook modelvrije schattings- en toetsingsprocedures zijn te verkrijgen voor steekproeven in de tijd en in ruimte en tijd.

Ten slotte moet worden opgemerkt dat, behalve rechtstreeks als basis te dienen voor opzet en analyse van steekproeven, ruimtelijke modellen ook kunnen worden gebruikt om design-based strategieën te evalueren. In een dergelijke hybride benadering worden kwaliteitscriteria van het  $\xi p$ -type gebruikt, die zijn gebaseerd op verwachtingen over herhaalde steekproefname volgens opzet  $p$  en over realisaties van  $\xi$ . Voorbeelden hiervan zijn al te vinden in Cochran (1946), Quenouille (1949), Das (1950) en Matérn (1960). Diggle and Ter Braak (1982) werkten specifieke gevallen uit voor de ecologie. De praktijk van het steekproefonderzoek zou er zeer bij gebaat zijn als er meer vergelijkende studies zouden worden gedaan naar de kwaliteiten van verschillende design- en model-based strategieën, onder verschillende modellen en afwijkingen daarvan.

## LITERATUUR

- ASH, R.B. 1970. Basic probability theory. Wiley, New York. 337 pp.
- BARNES, R.J. 1988. Bounding the required sample size for geologic site characterization. *Mathematical Geology* 20: 477-490.
- BORGMAN, L.E. 1988. New advances in methodology for statistical tests useful in geostatistical studies. *Mathematical Geology* 20: 383-403.
- CASSEL, C-M., SÄRNDAL, C-E. and WRETMAN, J.H. 1977. Foundations of inference in survey sampling. Wiley, New York. 192 pp.
- CHAUDURI, A. and VOS, J.W.E. 1988. Unified theory and strategies of survey sampling. North-Holland, Amsterdam. 414 pp.
- COCHRAN, W.G. 1946. Relative accuracy of systematic and stratified random samples for a certain class of populations. *Annals of Mathematical Statistics* 17: 164-177.
- COCHRAN, W.G. 1977. Sampling techniques. Wiley, New York. 428 pp.
- CORSTEN, L.C.A. 1989. Interpolation and optimal linear prediction. *Statistica Neerlandica*, 43: 69-84.
- DAHIYA, I.S., ANLAUF, R., KERSEBAUM, K.C. and RICHTER, J. 1985. Spatial variability of some nutrient constituents of an Alfisol from loess. II. Geostatistical analysis. *Z. Pflanzenernaehr. Bodenk.* 148: 268-277.
- DAS, A.C. 1950. Two dimensional systematic sampling and the associated stratified and random sampling. *Sankhya* 10: 95-108.
- DIGGLE, P.J. and TER BRAAK, C.J.F. 1982. Point sampling of binary mosaics in ecology. In: B. Ranney (Ed.). *Statistics in theory and practice - Essays in honour of Bertil Matérn*. Swedish Univ. of Agricultural Sciences, Section of Forest Biometry, S-901 83, Umeå, Sweden: 107-122.
- FINKE, P.A. 1991. Een sequentiële bemonsteringsprocedure voor het schatten van het gemiddelde van een ruimtelijk variërend kenmerk. CHO-TNO Rapporten en Nota's 24, Den Haag (in druk).
- GRUIJTER, J.J. DE and MARSMAN, B. 1985. Transect sampling for reliable information on mapping units. In: D.R. Nielsen and J. Bouma (Eds.). *Soil spatial variability*. Pudoc, Wageningen: 150-165.
- GRUIJTER, J.J. DE and TER BRAAK, C.J.F. 1990. Model-free estimation from spatial samples: a reappraisal of classical sampling theory. *Mathematical Geology* 22: 407-415.
- JOURNAL, A.G. and HUIJBREGTS, CH.J. 1978. Mining geostatistics. Academic Press, London. 600 pp.



- KRISHNAIAH, P.R. and RAO, C.R. 1989. Sampling. Handbook of statistics, Vol. 6. North-Holland, Amsterdam, 594 pp.
- LASLETT, G.M. and SANDLAND, R.L. 1989. Precision and accuracy of kriging estimators with inter-laboratory trial information. In: M. Armstrong (Ed.). Geostatistics, Vol. 2. Kluwer, Dordrecht: 797-808.
- MATÉRN, B. 1960. Spatial variation. Medd. Statens Skogforskningsinst. 49: 1-144.
- MATHERON, G. 1971. The theory of regionalized variables and its applications. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Fontainebleau. 211 pp.
- MYERS, D.E. 1989. To be or not to be...stationary? That is the question. Mathematical Geology 21: 347-362.
- PARZEN, E. 1960. Modern probability theory and its applications. Wiley, New York, 464 pp.
- QUENOUILLE, M.H. 1949. Problems in plane sampling. Annals of Mathematical Statistics 20: 355-375.
- RUSSO, D. and BRESLER, E. 1981. Soil hydraulic properties as stochastic processes: I. An analysis of field spatial variability. Soil Sc. Soc. Am. J. 45: 682-687.
- SÄRNDAL, C-E. 1978. Design-based and model-based inference in survey sampling. Scand. J. Statist. 5: 27-52.
- WEBSTER, R. and OLIVER, M.A. 1990. Statistical methods in soil and land resource survey. Oxford University Press, Oxford. 328 pp.
- YFANTIS, E.A., FLATMAN, G.T. and BEHAR, J.V. 1987. Efficiency of kriging estimates for square, triangular, and hexagonal grids. Mathematical Geology 19: 183-205.

Ontvangen: 19-11-1990  
Geaccepteerd: 04-02-1991