

MINIMALISATIE VAN DOORLOOPTIJD VAN EEN PAKKET ALUMINIUM PLAKORDERS IN EEN GLOEI-OVEN

Peter Wijngaard*
Kees van Montfort*

SAMENVATTING

In een aluminium walserij moeten aluminium plakken eerst worden gegloeid alvorens ze worden gewalst. Vanwege de leveringsperformance en de kosten van onder andere het gloeien moet het totale plakken-pakket, gegeven minimaal en maximaal toegestane verblijftijden in de oven voor de individuele plakken, zo snel mogelijk door de gloei-oven worden getransporteerd. De auteurs hebben hiervoor een model ontworpen dat de snelheid van de band continu aanpast. De oplossing van het model wordt bepaald met behulp van een iteratieve niet-lineaire programmerings-methode (geprogrammeerd met behulp van IMSL-routines). De uitkomst is vergeleken met een praktijk-oplossing waarbij een verbetering van ongeveer 18% optrad.

* dr.ir. P.J.M. Wijngaard en dr.ir. C.A.G.M. van Montfort
Informatie Systemen en Automatisering, Centrale Computer Services
Hoogovens IJmuiden ❖
Postbus 10.000
1970 CA IJmuiden

1. INLEIDING

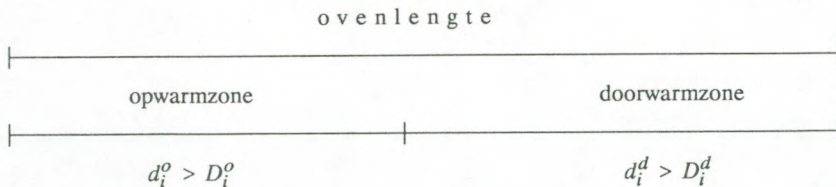
Voor het walsen van aluminium plakken is het noodzakelijk dat deze plakken eerst gegloeid worden in een gloei-oven. Elke order bestaat maximaal uit 3 plakken die tegelijk de oven in gaan. Na een tussenruimte van ongeveer 0,6 meter wordt de volgende order plakken de oven in geschoven. Dit gebeurt net zolang totdat alle orders door de oven zijn getransporteerd waarna deze orders direct worden gewalst tot platen van verschillende dikten.

Uit oogpunt van leveringsperformance en kosten is het noodzakelijk om de orders zo snel mogelijk de oven te laten passeren waarbij rekening wordt gehouden met een minimale en maximale verblijftijd van de plakorders in de oven.

Beschouw nu een aluminium gloei-oven waarin een N -tal orders, O_i ($i = 1, \dots, N$) gegloeid moeten worden. De gloeitijd van een individuele order O_i is begrensd en ligt in het interval (m_i, M_i) . De snelheid van de ovenband voor order i , v_i , kan voortdurend worden aangepast ($0,04 \text{ m/minuut} < v_i < 8,00 \text{ m/minuut}$ – in de praktijk wordt er alleen maar gewerkt met minuten, daarom is de tijdseenheid in dit model een minuut –).

De gloei-oven bestaat uit twee gedeelten: een opwarmzone en een doorwarmzone. Elke individuele order heeft een minimale verblijftijd in de opwarmzone (D_i^o) en in de doorwarmzone (D_i^d). De tijd die een order verblijft in de opwarmzone is d_i^o , en in de doorwarmzone is dit d_i^d .

Schematisch wordt dit als volgt weergegeven:



waarbij $d_i^{oven} = d_i^o + d_i^d$, en $m_i < d_i^{oven} < M_i$,

$D_i^o + D_i^d = m_i$, en $D_i^o = 1,68 \cdot \text{dikte van de order (minuten)}$.

Als uitgangspunt worden de orders op volgorde gelegd naar dalende plakdikte (de dikste gaat als eerste de oven in). De volgorde van de orders staat dus vast.

Over de snelheid van de band in oven is het volgende op te merken: het beslismoment om de snelheid van de band te veranderen (en daarmee uiteraard de versnelling) ligt bij binnenkomst van een nieuwe order. Het is dan mogelijk dat er in de oven nog andere orders aanwezig zijn.

De lengte van de opwarmzone is voor iedere order gelijk en bedraagt $27\frac{1}{2}$ m. De lengte van de doorwarmzone is variabel en is afhankelijk van de orderlengte (zie tabel 1). Dat wil zeggen dat de order na een bepaalde afgelegde weg versneld naar buiten wordt getransporteerd (naar buiten "gestoten"). De benodigde tijd hiervoor is zeer klein en wordt in model gelijk aan nul gesteld. De fysieke lengte van de oven is uiteraard vast.

Tabel 1. Relatie tussen orderlengte en de lengte van de doorwarmzone.

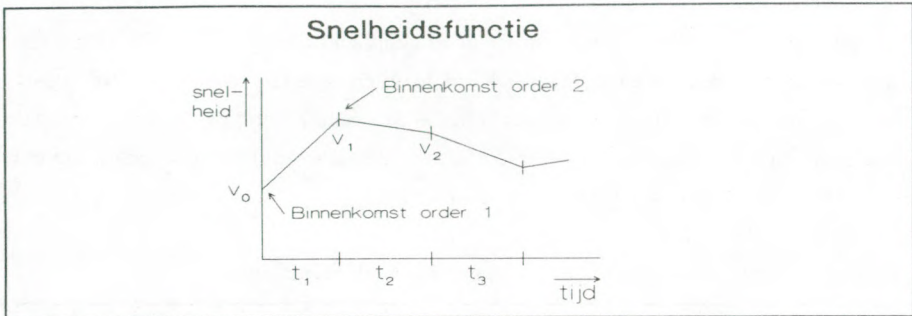
Orderlengte (m)	Lengte doorwarmzone (m)	Lengte opwarmzone (m)
2,0 - 5,5	32,6	27,5
5,5 - 9,5	28,7	27,5
9,5 - 15,0	23,2	27,5
15,0 - 24,0	13,7	27,5

De lege ruimte tussen plakorders is ongeveer 0,6 m. Een order kan bestaan uit maximaal 3 plakken naast elkaar, met een tussenruimte van 0,4 m. De orderlengte is gelijk aan de lengte van de langste plak in de order.

In dit artikel wordt allereerst bovengenoemde gloei-oven beschreven met behulp van een mathematisch model, bestaande uit een optimaliseringsfunctie en enkele restricties. Met behulp van het model kan de doorlooptijd van het totale order-pakket worden geminimaliseerd. De praktische relevantie hiervan zal aan het eind van dit artikel worden geïllustreerd middels een praktijkvoorbeeld.

2. WISKUNDIGE UITWERKING

Achtereenvolgens worden de symbolen behandeld die in het model worden gebruikt, het model zelf en de doelfunctie die geoptimaliseerd moet worden met zijn restricties. Het model is gebaseerd op een stuksgewijze lineaire snelheidsfunctie, als functie van de tijd, voor de band van de gloei-oven (zie figuur 1).



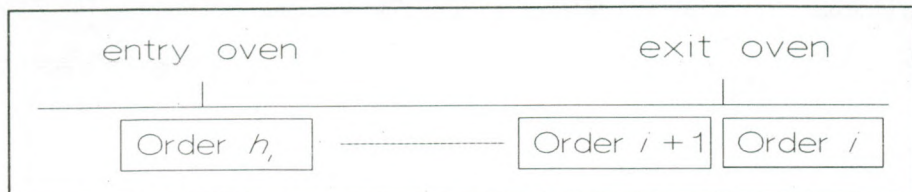
Figuur 1. De snelheidsfunctie, geeft de snelheid van de band weer.

Definities

De in het model gebruikte symbolen zijn:

i	volgnummer van het order-pakket	[-]
N	aantal orders	[-]
v_0	beginsnelheid van de ovenband	[m/minuut]
v_i	snelheid van de ovenband bij binnenkomst van order $i+1$	[m/minuut]
a_i	versnelling van ovenband als order i de oven binnenkomt	[m/minuut ²]
l_i	lengte van order $i + 0,6$ meter	[m]
LF_i	lengte opwarmzone plus doorwarmzone van de oven (afhankelijk van de lengte van order i)	[m]
LFO	lengte van de opwarmzone van de oven ($=27\frac{1}{2}$ m)	[m]
t_i	de tijd tussen binnenkomst van order i en binnenkomst van order $i+1$	[minuut]
m_i	minimale doorlooptijd van order i voor de totale oven	[minuut]
M_i	maximale doorlooptijd van order i voor de totale oven	[minuut]
m_i^o	minimale doorlooptijd van order i voor de opwarmzone	[minuut]

Om de verblijftijd d_i^{oven} ($i=1, \dots, N$) te kunnen bepalen (en te kunnen controleren of deze binnen de minimaal, m_p , en maximaal, M_p , toegestane verblijftijden blijft) moeten de verschillen in tijden van binnenkomst, weergegeven door t_i , worden gesommeerd over alle orders die aanwezig zijn in de oven als order i de oven net verlaten heeft. Het is op dat moment mogelijk dat een order maar gedeeltelijk in de oven zit. Het volgnummer van deze order wordt weergegeven door h_i . De op dat moment verstreken tijd, voor de order h_i om binnen te komen, wordt r_i genoemd (zie figuur 2). Hetzelfde geldt voor de opwarmzone van de oven (h_i^o en r_i^o).



Figuur 2. De betekenis van h_i .

- h_i de order die de oven ingaat (of net in de oven zit) op het moment dat order i de oven net verlaten heeft [-]
- h_i^o de order die de oven ingaat (of net in de oven zit) op het moment dat order i de opwarmzone van de oven net verlaten heeft [-]
- r_i de tijd dat zowel order i als order h_i in de oven zijn (de gemeenschappelijke verblijftijd) [minuut]
- r_i^o de tijd dat zowel order i als order h_i^o in de opwarmzone van de oven zijn (de gemeenschappelijke verblijftijd) [minuut]
- t_{N+1} doorlooptijd van een fictieve plaat die als laatste order door de gehele oven heen gaat [minuut]

t_{N+1} wordt geïntroduceerd om de doorlooptijd van het gehele order-pakket te berekenen, t_i ($i=1, \dots, N$) geeft alleen het verschil in tijden van binnenkomst weer. Order N moet als laatste nog de gehele oven door. De daarvoor benodigde tijd wordt weergegeven door t_{N+1} .

De afstand tussen order i en order $i+1$ is 0,6 meter. Er wordt voorlopig aangenomen dat dit constant blijft.

Het model wordt hierna behandeld.

Model

Voor de gehele oven

Order i ($i=1, \dots, N$) heeft de volgende snelheidsfunctie:

$$v_i = v_{i-1} + a_i t_i = v_0 + a_1 t_1 + \dots + a_i t_i \quad (M-1)$$

die gerelateerd kan worden aan de lengte van order i plus 0,6 meter:

$$l_i = v_{i-1} t_i + \frac{1}{2} a_i t_i^2 \quad (M-2)$$

Definieer

$$DET_i = (v_{i-1})^2 + 2a_i l_i \quad (M-3)$$

Veronderstel verder dat $v_0, \dots, v_N \geq 0$, dan geldt voor elke i $DET_i \geq 0$ en uit (M-2) volgt dan voor de tijd tussen binnenkomst van order i en binnenkomst van order $i+1$:

$$t_i = \frac{-v_{i-1} + \sqrt{DET_i}}{a_i} \quad \text{voor elke } a_i \quad (M-4)$$

Tevens geldt voor de doorlooptijd van het reststuk (de tijd die de laatste order nodig heeft om de gehele oven door te lopen):

$$t_{N+1} = \frac{LF_N}{v_N} \quad (M-5)$$

waarbij de lengte van het reststuk berekend wordt als volgt:

$$l_{N+1} = LF_N \quad (M-6)$$

De gemeenschappelijke verblijftijd van orders i en h_i wordt weergegeven door r_i , de formule voor r_i is analoog aan die van t_i . Voor de lengte van order h_i wordt alleen dat deel genomen wat zich in de oven bevindt (is gelijk aan lengte opwarmzone plus doorwarmzone, LF_i , minus de som van de lengtes van die orders die zich volledig in de oven bevinden):

$$r_i = \frac{-v_{h_i-1} + \sqrt{\left(v_{h_i-1}\right)^2 + 2a_{h_i}\left(LF_i - \sum_{j=i+1}^{h_i-1} l_j\right)}}{a_{h_i}} \quad \text{voor } h_i = 1, \dots, N \quad (\text{M-7})$$

En als h_i gelijk is aan het reststuk:

$$r_i = \frac{LF_i - \sum_{j=i+1}^{h_i-1} l_j}{v_N} \quad \text{voor } h_i = N + 1 \quad (\text{M-8})$$

Voor h_i geldt

$$h_i \leq N+1 \quad (\text{M-9})$$

en

$$\begin{cases} l_{i+1} + \dots + l_{h_i} > LF_i \\ l_{i+1} + \dots + l_{h_i-1} \leq LF_i \end{cases} \quad (\text{M-10})$$

Voor de opwarmzone van de oven

De formules voor de opwarmzone zijn analoog aan die van de gehele oven waarbij de lengte van de oven (de opwarmzone) nu constant is en wordt voorgesteld door LFO .

$$l_{N+1}^o = LFO \quad (\text{M-11})$$

$$r_i^o = \frac{-v_{h_i^o-1} + \sqrt{\left(v_{h_i^o-1}\right)^2 + 2a_{h_i^o}\left(LFO - \sum_{j=i+1}^{h_i^o-1} l_j^o\right)}}{a_{h_i^o}} \quad \text{voor } h_i^o = 1, \dots, N \quad (\text{M-12})$$

$$r_i^o = \frac{LFO - \sum_{j=i+1}^{h_i^o-1} l_j}{v_N} \quad \text{voor } h_i^o = N + 1 \quad (\text{M-13})$$

Voor h_i^o geldt

$$h_i^o \leq N+1 \quad (\text{M-14})$$

en

$$\begin{cases} l_{i+1} + \dots + l_{h_i^o} > LFO \\ l_{i+1} + \dots + l_{h_i^o-1} \leq LFO \end{cases} \quad (\text{M-15})$$

Voor de doorwarmzone van de oven

De doorwarmzone van de oven wordt gedefinieerd als de gehele oven minus de opwarmzone.

Doelfunctie (met optimaliseringsvariabelen)

In de doelfunctie wordt de doorlooptijd van het totale pakket plakorders geminimaliseerd.

Deze doorlooptijd is gelijk aan de som van $t_1, \dots, t_{N+1}$:

$$\min \left(\sum_{i=1}^N t_i + t_{N+1} \right) \quad \text{met } t_1, \dots, t_{N+1} \text{ zoals in (M-4) en (M-5) gedefinieerd.}$$

Dit is een functie van $a_1, \dots, a_N, v_0$ en $v_1, \dots, v_N$.

Restricties

De restricties zijn:

- voor de snelheid van de band:

$$v_i = v_{i-1} + a_i t_i \quad \text{voor } i = 1, \dots, N \quad (\text{R-1})$$

$$0,04 \leq v_i \leq 8,00 \quad \text{voor } i = 1, \dots, N \quad (\text{R-2})$$

- de maximale verblijftijd van een plakorder voor de gehele oven:

$$\sum_{j=i}^{h_i-1} t_j + r_i \leq M_i \quad \text{voor } i = 1, \dots, N \quad (\text{R-3})$$

- de minimale verblijftijd van een plakorder voor de opwarmzone:

$$\sum_{j=i}^{h_i^o-1} t_j + r_i^o \geq m_i^o \quad \text{voor } i = 1, \dots, N \quad (\text{R-4})$$

- de minimale verblijftijd van een plakorder voor de doorwarmzone:

$$\left(\sum_{j=i}^{h_i-1} t_j + r_i \right) - \left(\sum_{j=i}^{h_i^o-1} t_j + r_i^o \right) \geq (m_i - m_i^o) \quad \text{voor } i = 1, \dots, N \quad (\text{R-5})$$

In de volgende paragrafen wordt het praktische nut van dit theoretische model geïllustreerd aan de hand van een praktijk-voorbeeld en een simulatie-studie.

3. PRAKTIJK-VOORBEELD

In dit praktijk-voorbeeld dat door de opdrachtgever is verstrekt is sprake van 8 orders (zie tabel 2).

Tabel 2. Gegevens van het order-pakket bestaande uit 8 orders.

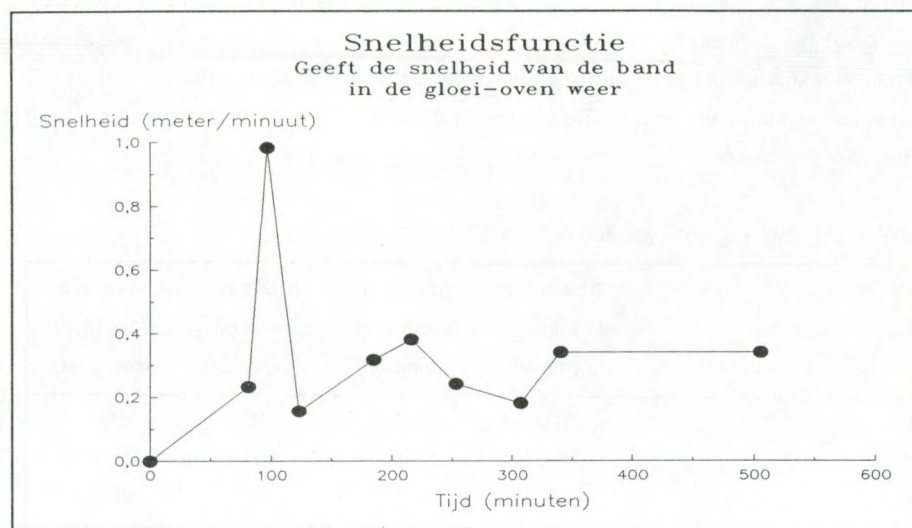
Order	Maximale lengte (meter)	Maximale dikte (mm)	Minimale opwarmtijd (minuten)	Minimale oventijd (minuten)	Maximale oventijd (minuten)
1	8,83	101,6	171	225	417
2	8,90	57,1	96	185	541
3	14,50	55,7	94	178	534
4	14,00	55,7	94	178	267
5	10,22	45,6	77	146	436
6	11,00	40,5	68	129	385
7	10,84	40,5	68	129	385
8	8,05	32,4	55	102	306

De optimale versnellingen en snelheden uit model van de auteurs zijn met behulp van een FORTRAN-programma op een PC berekend. Dit programma maakt gebruik van de iteratieve optimaliseringsroutine DN0ONF uit de mathematische software library IMSL (IMSL, 1987). Deze routine is gebaseerd op een iteratieve niet-lineaire programmeringsmethode gebruikmakend van een eindige differentie gradient. Deze methode is ontwikkeld en uitgewerkt door Schittkowski (Schittkowski, 1983, 1986; Powell, 1978). De startwaarden voor de optimaliseringsvariabelen zijn bepaald met een LOTUS-123-programma (LOTUS, 1989). Dit programma vindt startwaarden, die "dicht in de buurt" van de optimale waarden liggen. Na berekening waarbij de beginsnelheid van de band, v_0 , gelijk is 0,0 m/minuut, is er een oplossing zoals vermeld in tabel 3 (zie tevens figuur 3).

Tabel 3. De oplossing van het model bij een ruimte tussen de orders van 0,6 meter.

Order i	Snelheid v (m/minuut)	Versnelling a (m/minuut ²)	Doorlooptijd (minuten)
1	0,232	0,00286	233
2	0,982	0,04797	189
3	0,156	-0,03116	221
4	0,317	0,00261	241
5	0,381	0,00208	211
6	0,241	-0,00375	189
7	0,181	-0,00111	210
8	0,341	0,00481	198

De totale doorlooptijd van het gehele order-pakket (alle 8 orders) bedraagt 505 minuten.



Figuur 3. Snelheidsfunctie met tussenruimte van 0,6 meter.

Tot nu toe werden in de praktijk (bij de opdrachtgever) de snelheden van de band in de oven door middel van de volgende methode bepaald:

1. sorteer de orders op minimale oventijd (de order met de grootste minimale oventijd voorop);
2. bepaal per order de maximale toelaatbare snelheid (is gelijk aan de lengte van de oven voor die order gedeeld door de minimale verblijftijd);
3. de snelheid van de band wordt bepaald door de laagste snelheid van die orders die in de oven zitten (dit wordt gedaan met behulp van een procescomputer).

In dit praktijk-voorbeeld leidt bovengenoemde methode tot een totale doorlooptijd van 618 minuten. Het model van de auteurs heeft dus een besparing van ongeveer 18% (in dit praktijk-voorbeeld) tot gevolg.

4. SIMULATIE-STUDIE

Tot slot van dit artikel wordt een simulatie-studie besproken waarbij het model wordt getest voor verschillende fictieve order-pakketten, elk bestaande uit 3 orders. De maximale dikten, de minimale opwarmtijden, de minimale oventijden en de maximale oventijden zijn voor alle pakketten hetzelfde (zie tabel 4). De lengte van de orders varieert van 5,0 tot en met 20,0 meter ($5,6 \leq l_i \leq 20,6$).

Tabel 4. De vaste gegevens van een order-pakket.

Order	Maximale dikte (mm)	Minimale opwarmtijd (minuten)	Minimale oventijd (minuten)	Maximale oventijd (minuten)
1	100,0	168	200	550
2	50,0	84	160	500
3	75,0	126	180	600

De methode van de auteurs en de methode van de opdrachtgever (beschreven in paragraaf 3) is successievelijk toegepast op 40 order-pakketten. Hieruit is gebleken dat de totale doorlooptijden van de order-pakketten met behulp van de methode van de auteurs gemiddeld met 20% konden worden bekort.

5. VERDER ONDERZOEK

Eventueel verder onderzoek zal zich bezighouden met het vinden van een methode om op zeer snelle wijze de startwaarden te bepalen voor het algoritme (wordt nu nog gedaan met behulp van LOTUS 123). Hierna zullen meerdere praktijk-problemen doorgerekend moeten worden om het model te valideren.

LITERATUUR

- IMSL (1987). MATH/Library, FORTRAN Subroutines for Mathematical Applications, Version 1.0. IMSL, Inc. Houston Texas.
- LOTUS (1989). LOTUS 1-2-3 Release 3, Reference Manual. Lotus Development Corporation, Cambridge, MA.
- Powell, M.J.D. (1978). A fast algorithm for nonlinearly constrained optimization calculations. Numerical Analysis Proceedings, Dundee 1977, Lecture Notes in Mathematics (edited by G.A. Watson) 630, Springer-Verlag, Berlin, 144-157.
- Schittkowski, K. (1983). On the convergence of a sequential quadratic programming method with an augmented Lagrangian line search function. Mathematik Operationsforschung und Statistik, Serie Optimization 14, 197-216.
- Schittkowski, K. (1986). NLPQL: A FORTRAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems. Annals of Operations Research 5, 485-500.

Met dank aan de heer Drs. P.A. Beentjes van Hoogovens IJmuiden, Organisatie en Efficiency, Operationele Research, voor de goede ondersteuning.

Ontvangen: 20-09-1990
Geaccepteerd: 22-11-1990