

Hoofdafdeling Statistieken van de Prijzen

Hoofdafdeling Statistische Methoden

Postbus 959, 2270 AZ VOORBURG

Tel. 070 - 694341

DE PRECISIE VAN EEN CONSUMENTENPRIJSINDEX
EN DE OMVANG VAN HET BUDGETONDERZOEK

B.M. Balk
H.M.P. Kersten*

Samenvatting

Met behulp van de methode van de evenwichtige halfsteekproeven is een schatting gemaakt van de variantie van een consumentenprijsindex (1980 = 100) gebaseerd op 140 bestedingscategorieën. De analyse is partieel in de zin dat alleen het steekproefkarakter van het er aan ten grondslag liggende budgetonderzoek in aanmerking is genomen. Voor 1981 en 1982 vinden we dat de daaruit resulterende 95% betrouwbaarheidsmarge van de prijsindex kleiner is dan de conventionele publikatiemarge van 0,05 punt die gegeven is met het feit dat de prijsindexcijfers met één decimaal gepubliceerd worden.

*) De mening van de auteurs behoeft niet noodzakelijkerwijze overeen te komen met het beleid van het C.B.S. De afdeling Consumptie en sparen stelde de benodigde gegevens beschikbaar en adviseerde in diverse stadia van het onderzoek. H.A. van der Grient assisteerde bij de berekeningen.

1. Inleiding

Zonder veel overdrijving kan gesteld worden dat de consumentenprijs-indexcijfers behoren tot de belangrijkste officiële statistieken. Het belang van deze cijfers en de belangstelling ervoor worden ten dele weerspiegeld door de bijkans onafzienbare hoeveelheid methodologische literatuur over dit onderwerp. Bij nadere beschouwing hiervan valt het op dat aan het aspect van de nauwkeurigheid van de cijfers relatief weinig aandacht is geschonken. Studies over dit aspect zijn schaars en meestal fragmentarisch van aard. Publikatie van de prijsindexcijfers vindt doorgaans plaats zonder expliciete vermelding van (schattingen van) de nauwkeurigheid ervan. De gebruiker van het materiaal moet genoeg nemen met de constatering dat het desbetreffende statistische bureau het kennelijk verantwoord acht cijfers te publiceren met bijvoorbeeld één decimaal, d.w.z. met een marge van $\pm 0,05$ punt. Meer dan twintig jaar geleden merkte Morgenstern (1963), p. 188/9 reeds op dat "In spite of the widespread use of government price indices, there has been little done in attempting to determine the error inherent in these indexes". Hij besluit zijn boeiende boek dan ook met de opmerking dat "Perhaps the greatest step forward that can be taken, even at short notice, is to insist that economic statistics be only published together with an estimate of their error" (p. 304/5).

Het onderhavige artikel betekent voor Nederland een stap in de door Morgenstern gewenste richting. In het navolgende beschrijven we de resultaten van een onderzoek naar één van de componenten van de nauwkeurigheid van een consumentenprijsindex, namelijk de precisie voor zover deze bepaald wordt door de omvang van het eraan ten grondslag liggende budgetonderzoek. Alle andere bronnen van stochastiek worden dus buiten beschouwing gelaten evenals mogelijke vertekeningen. Het partiële karakter van dit onderzoek wordt breder beschreven in hoofdstuk 2. Hoofdstuk 3 beschrijft in conceptuele termen de relatie tussen budgetonderzoek en prijsindex, bakt de diverse begrippen tegen elkaar af en specificceert het doel van het onderzoek. In hoofdstuk 4 beschrijven we de relatie tussen het Budgetonderzoek 1980 en de door ons onderzochte prijsindexcijfers van de gezinsconsumptie voor alle huishoudens op basis 1980 = 100. In hoofdstuk 5 wordt uiteengezet hoe, met behulp van moderne methoden, de variantie van de wegingsfactoren en de daaruit voortspruitende variantie van de prijsindexcijfers geschat kan worden. In hoofdstuk 6 worden de conclusies nog eens samengevat.

2. De prijsindex van de gezinsconsumptie als stochastische grootheid¹⁾

De prijsindex van de gezinsconsumptie heeft de volgende structuur

$$p^{10} \equiv \sum_{i=1}^N w_i \pi_i^{10} \quad \text{met} \quad \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad (1)$$

waarin

$w_i \equiv$ de wegingsfactor van goederengroep i ($i = 1, \dots, N$);

$\pi_i^{10} \equiv$ de partiële prijsindex van goederengroep i voor verslagperiode 1 t.o.v. basisperiode 0.

Op verschillende manieren speelt de stochastiek een rol in zo een prijsindex.

1. De prijsindex heeft betrekking op een in de basisperiode bestaande, tamelijk wel omschreven groep van huishoudens, bijvoorbeeld de werknemersgezinnen bestaande uit man en vrouw zonder kinderen of met niet verdienende inwonende kinderen en met in de basisperiode een gezinsinkomen beneden de loongrens van de ziekenfondsverzekering. De wegingsfactoren w_i zijn de (gewogen) gemiddelde budgetaandelen van de desbetreffende groep huishoudingen in de basisperiode. Deze budgetaandelen worden geschat op grond van een budgetonderzoek dat wordt gehouden onder een steekproef uit deze groep huishoudingen.

2. De wegingsfactoren w_i hebben betrekking op goederengroepen. Om een prijswaarneming mogelijk te maken, moeten uit elk van deze groepen een of meer representatieve artikelen worden gekozen. Deze artikelen dienen in zo groot mogelijke mate van detail gespecificeerd te zijn.

3. Laten we gemakshalve veronderstellen dat uit elke goederengroep i precies één representerend artikel is gekozen. De partiële prijsindex van goederengroep i is dan

$$\pi_i^{10} \equiv p_i^1 / p_i^0 \quad (2)$$

waarin p_i^t ($t = 0, 1$) de prijs van het voor i representatieve artikel in periode t is. Meestal wordt voor deze prijs de gemiddelde betaalde

1) Vgl. voor dit onderdeel McCarthy (1961)

prijs genomen. Voor elk artikel moet dan uit de verzameling van alle verkooppunten een steekproef worden getrokken en,

$$p_i^t = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m p_{ij}^t \quad (3)$$

waarin

p_{ij}^t = de prijs van artikel i in verkooppunt j in periode t ;

m = het aantal verkooppunten in de steekproef.

Merk op dat in het algemeen deze steekproef en dus ook de omvang ervan zal variëren met i .

Het is duidelijk dat het bovenstaande een zeer vereenvoudigd beeld geeft van wat er in werkelijkheid gebeurt. Laten we, zonder naar volledigheid te streven, een aantal complicerende factoren noemen:

- a. Er bestaat voor de populatie van huishoudingen, waarop de prijsindex betrekking heeft, strikt genomen niet een steekproefkader. Er moet dus een zo goed mogelijke steekproef worden geconstrueerd door middel van trekking uit een min of meer verwant steekproefkader.
- b. Bij het budgetonderzoek treedt non-respons op. Dat betekent dat het aantal huishoudingen, waaruit de uiteindelijke steekproef bestaat, zelf een stochastische grootte is en ook dat de op grond van de respons berekende gemiddelde budgetaanpakken door een eventuele selectie van de respons een onzuiverheid kunnen vertonen.
- c. Onder- of overrapportage van de bestedingen. Dit verschijnsel kan in intensiteit variëren over de aan het budgetonderzoek deelnemende huishoudingen en over de goederengroepen.
- d. De universa van artikelen per goederengroep zijn over de tijd gezien aan allerlei veranderingen onderhevig (verdwijnde artikelen, nieuw opkomende artikelen, kwaliteitsveranderingen). Sommige goederengroepen zijn bovendien niet duidelijk gedefinieerd (met name de "overige goederen"-groepen).

- e. Ook bij het construeren van de steekproeven van verkooppunten treden problemen met steekproefkaders en non-respons op. Daarnaast speelt de tijdsfactor ook hier een rol: verkooppunten verdwijnen, kunnen gesloten zijn, kunnen opgericht worden; verhoudingen tussen distributiekanaalen kunnen veranderen; de urbanisatiegraad (de steekproef wordt gestratificeerd naar urbanisatiegraad) kan veranderen etc.
- f. Hoewel voor de meeste artikelen een maandelijks prijsaantekening geldt, zijn er een aantal uitzonderingen; sommige artikelen (bijv. groente en fruit) worden wekelijks waargenomen, terwijl andere artikelen om de twee of drie maanden meedoen. Bij een aantal goederengroepen wordt bovendien in de index (1) het enkelvoudig prijsindexcijfer vervangen door het voortschrijdend 3-maandsge-middelde (dit gebeurt bij groente, fruit etc.).

Het is duidelijk dat de data die gebruikt worden om een prijsindexcijfer van de gezinsconsumptie te berekenen haast alle aan steekproeven ontleend worden - een steekproef van huishoudingen, steekproeven van artikelen, steekproeven van verkooppunten, en steekproeven in de tijd. Op een zeer complexe manier worden al de steekproefuitkomsten gecombineerd tot één maandelijks prijsindexcijfer. Men kan er niet over twisten dat deze uitkomst op de een of andere manier afhangt van de specifieke steekproeven welke zijn gebruikt. Met andere woorden, zouden we in enig stadium van het gehele proces een andere steekproef hebben gebruikt, dan zou in principe de prijsindex ook een andere waarde hebben kunnen aannemen. Het zou mooi zijn indien deze steekproef-variabiliteit van de prijsindex in een enkel getal of percentage kon worden uitgedrukt.

Gezien de complexiteit van de (deels met elkaar samenhangende) steekproefontwerpen, de complexiteit van de gehele berekening en de vele niet-steekproeffouten die hierin meespelen lijkt een integrale aanpak niet goed mogelijk. Dat wil zeggen, het lijkt (althans op korte termijn) niet mogelijk te komen tot één enkele, alle factoren bevattende formule voor de precisie van de prijsindex. Willen we toch iets over deze precisie zeggen, dan zullen we ons moeten behelpen met een aantal partiële analyses, waarbij telkens een bepaald aspect in beschouwing wordt genomen.

Van een dergelijke partiële analyse wordt nu verslag gedaan: het gaat erom een kwantitatief verband te leggen tussen de omvang van het budgetonderzoek en de precisie van een daarop gebaseerd prijsindexcijfer. Dit betekent dat we ons in eerste instantie concentreren op het onder 1 genoemde aspect. Met andere woorden, in het onderhavige onderzoek worden de partiële prijsindices π_i^{10} als gegeven data beschouwd. In het volgende hoofdstuk gaan we dieper op het aldus afgebakende onderwerp in. Diverse begrippen passeren daarbij de revue: karakteristichiteit, nauwkeurigheid en precisie. Ten slotte zal het doel van het onderzoek gespecificeerd worden.

3. Prijsindex en budgetonderzoek

Zij H de populatie van huishoudingen waarop de prijsindex P betrekking heeft (de superscripten 1 en 0 laten we in het vervolg weg). De wegingsfactoren w_i zijn als volgt gedefinieerd:

$$w_i \equiv \frac{\sum_{h \in H} e_i^h}{\sum_{h \in H} e^h} \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4)$$

waarin

$e_i^h \equiv$ bestedingen van huishouding h aan goederengroep i in de basisperiode;

$e^h \equiv \sum_{i=1}^N e_i^h$, de totale bestedingen van huishouding h in de basisperiode.

Indien we definiëren

$w_i^h \equiv e_i^h / e^h$, d.i. het budgetaandeel van goederengroep i voor huishouding h , en

$$\beta^h \equiv e^h / \sum_{h \in H} e^h,$$

dan zien we dat w_i ook als volgt geschreven kan worden

$$w_i = \sum_{h \in H} \beta^h w_i^h \quad (i = 1, \dots, N), \quad (5)$$

dus als gewogen gemiddelde van de huishouden-specifieke budgetaandelen w_i^h .

Naast de populatie-prijsindex P (formule (1)) kunnen we ook huishouden-specifieke prijsindices definiëren:

$$P^h \equiv \sum_{i=1}^N w_i^h \pi_i \quad (h \in H). \quad (6)$$

Het verband tussen P en de P^h is met behulp van (5) eenvoudig in te zien:

$$P = \sum_{h \in H} \beta^h P^h. \quad (7)$$

Binnen de populatie H zullen de huishouden-specifieke bestedingspatronen $(w_1^h, \dots, w_N^h)$ een "natuurlijke spreiding" vertonen. Deze geeft aan-

leiding tot een soortgelijke "natuurlijke spreiding" van de huishouden-specifieke prijsindices P^h rond hun gewogen gemiddelde P . Indien we als maatstaf voor deze spreiding de (gewogen) variantie nemen, dan geldt de volgende ongelijkheid:

$$\begin{aligned} \text{var}(P^h) &\equiv \sum_{h \in H} \beta^h (P^h - P)^2 = \\ &\sum_h \beta^h (\sum_i (w_i^h - w_i) (\pi_i - P))^2 \leq \\ &\sum_h \beta^h (\sum_i (w_i^h - w_i)^2 \sum_i (\pi_i - P)^2) = \\ &\sum_i (\sum_h \beta^h (w_i^h - w_i)^2) \sum_i (\pi_i - P)^2 = \\ &\sum_i \sigma_{ii} \sum_i (\pi_i - P)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Hierin is σ_{ii} een diagonaalelement van de matrix bestaande uit

$$\sigma_{ij} = \sum_h \beta^h (w_i^h - w_i) (w_j^h - w_j) \quad (i, j = 1, \dots, N). \quad (9)$$

We zien dus dat als voor alle huishoudens $w_i^h = w_i$ ($i = 1, \dots, N$),

d.w.z. alle huishoudens hebben eenzelfde bestedingspatroon, of als voor alle goederengroepen $\pi_i = P$, d.w.z. er zijn geen relatieve prijsveranderingen, dan $\text{var}(P^h) = 0$. In het algemeen mogen we verwachten dat hoe groter de σ_{ii} zijn, hoe groter de spreiding van de huishouden-specifieke prijsindices zal zijn, en hoe minder karakteristiek 2) de populatie-prijsindex P dus voor de individuele huishoudingen zal zijn. Bij geringe karakteristiekiteit van P verdient het dan ook aanbeveling de populatie zo mogelijk te splitsen in, ten aanzien van het bestedingspatroon meer homogene deelpopulaties en voor elk van deze deelpopulaties een eigen P te bepalen.

2) Voor de notie van karakteristiekiteit zie Balk (1978).

In de praktijk werken we met een steekproef uit de populatie van huishoudingen, d.w.z. met een deelverzameling $\hat{H} \subset H$. Dit geeft de volgende schatters 3), waarbij voorlopig gemakshalve wordt afgezien van (pre- of post-) stratificatie:

$$\underline{w}_i = \sum_{h \in \hat{H}} e_i^h / \sum_{h \in \hat{H}} e^h \quad (i = 1, \dots, N). \quad (10)$$

Analoog aan (5) hebben we het volgende verband

$$\underline{w}_i = \sum_{h \in \hat{H}} \underline{Y}^h w_i^h \quad (i = 1, \dots, N), \quad (11)$$

waarin

$$\underline{Y}^h = e^h / \sum_{h \in \hat{H}} e^h \quad (h \in \hat{H}). \quad (12)$$

We zouden nu kunnen kijken naar de spreiding van de huishouden-specifieke prijsindices behorende bij de steekproef, $\{P^h; h \in \hat{H}\}$, rond hun gemiddelde $\underline{P} = \sum_{h \in \hat{H}} \underline{Y}^h P^h$. (13)

Dit is het steekproef-analoon van de in de populatie bestaande "natuurlijke spreiding". Een dergelijk onderzoek is uitgevoerd door Balk (1984) op het Budgetonderzoek 1980. Hieraan kan een indicatie worden ontleend ten aanzien van de mate van karakteristichiteit die $\underline{P}$ bezit.

Op zichzelf zegt dit echter nog niets over de nauwkeurigheid van $\underline{P}$. Bij dit laatste gaat het nl. om de mogelijke afwijking tussen de op grond van de steekproef berekende $\underline{P}$ en de voor de populatie geldende P . Als maatstaf voor de nauwkeurigheid van de schatter $\underline{P}$ gebruiken we de gemiddelde kwadratische fout (mean square error) $E(\underline{P} - P)^2$, waarbij de verwachting E over alle mogelijke steekproeven van huishoudens wordt genomen. De volgende ontbinding is mogelijk:

$$E(\underline{P} - P)^2 = E(\underline{P} - \underline{EP})^2 + (\underline{EP} - P)^2. \quad (14)$$

De eerste term van het rechterlid is de variantie van $\underline{P}$; dit is de maatstaf voor de precisie. Hoe groter de variantie van $\underline{P}$ is, des te kleiner de precisie. De tweede term is het kwadraat van de vertekening (bias) van $\underline{P}$. Deze is het saldo van een veelheid van factoren, waaronder

- 3) Volgens conventie worden stochastische variabelen aangegeven met een streepje onder het desbetreffende symbool.

- het effect van de (statistische) onzuiverheid van $\underline{P}$;
- het effect van de non-respons (d.w.z. alle steekproeven H liggen in een deelverzameling R van H);
- systematische over- of onderrapportage van de bestedingen e_i^h .

Op grond van een steekproef kan de grootte van de vertekening niet worden bepaald. Daarvoor zou immers de populatie-prijsindex P bekend moeten zijn, en dat is nu juist niet het geval. Gevoeligheidsanalyses bijv. met de in Balk (1978) en Kersten (1984) beschreven methoden, kunnen iets zeggen over de gevolgen van een eventuele vertekening van $\underline{w}_1$ voor de vertekening in $\underline{P}$ 4).

Het onderhavige onderzoek kan zich derhalve beperken tot het bepalen van de variantie van $\underline{P}$. Hiervoor is de methode van de evenwichtige halfsteekproeven ("balanced half samples") gekozen. De theorie hiervan wordt beschreven door Wolter (1983). Een eenvoudige uiteenzetting van de methode is te vinden in Kersten (1983).

- 4) Deze methoden beogen, voor diverse veronderstellingen omtrent de vertekeningen Δ_1 , een schatting te maken van

$$\sum_{i=1}^N (\underline{w}_1 + \Delta_1) \pi_i - \sum_{i=1}^N \underline{w}_1 \pi_i .$$

4. Het Budgetonderzoek 1980 en de berekening van een prijsindex van de gezinsconsumptie

Bij de toepassing van de hiervoor genoemde methode hebben we ons gericht op een prijsindex van de gezinsconsumptie voor alle huishoudens op basis 1980 = 100. Het wegingsschema voor deze index ontleen wij aan het Budgetonderzoek 1980. De voornaamste uitkomsten hiervan zijn gepubliceerd in C.B.S. (1984). De bij dit onderzoek gevolgde methode is uitvoerig beschreven in C.B.S. (1982). In het kader van dit artikel wijzen we op één aspect hiervan. Voor een aantal bestedingscategorieën worden de huishouden-specifieke bestedingen slechts gedurende één maand waargenomen. Voor deze categorieën vindt dus geen directe bepaling van e_1^h (zie formule (10)) plaats, maar wordt e_1^h verkregen door ophoging van de gegevens. In feite zijn de e_1^h daardoor ook stochastische grootheden geworden. Per huishouden krijgen we dus niet een goed beeld van het jaarlijkse bestedingspatroon. Indien de huishoudens gelijkmatig zijn verdeeld over de zgn. schrijfmaanden mogen we echter verwachten dat bij de bepaling van het bestedingspatroon van een groep over- en onderschattingen tegen elkaar wegvallen. M.a.w. de slechts gedeeltelijke waarneming van de bestedingen van de huishoudens levert geen bijdrage tot de vertekening van de geschatte prijsindex P. De variantie van P komt daarentegen tot stand door twee niet van elkaar te scheiden effecten: het feit dat er een steekproef van huishoudingen is getrokken en het feit dat de bestedingen van de in de steekproef betrokken huishoudingen slechts gedeeltelijk zijn waargenomen. Het Budgetonderzoek 1980 omvatte in totaal 2 859 huishoudingen. Als steekproefkader fungeerde het adressenbestand van de Volkstelling 1971 aangevuld met nieuwbouw. Uit operationele overwegingen hebben we het aantal onderscheiden bestedingscategorieën beperkt tot 140.⁵⁾

Bij het Budgetonderzoek 1980 heeft poststratificatie naar sociale groep x netto-inkomen x omvang van het huishouden plaatsgevonden. In totaal werden 108 strata onderscheiden. De populatie H kan eveneens op deze manier worden ingedeeld, symbolisch

$$H = \bigcup_{k=1}^K H_k, \quad (15)$$

- 5) De gebruikte categorisering van de bestedingen komt overeen met die van Balk (1984). Zij komt in hoofdlijnen overeen met de in de tabel betreffende de consumptieve bestedingen in de Nationale rekeningen gebezigde indeling.

waarbij H_k het k -de stratum aanduidt en $K = 108$. In plaats van formule (10) krijgen we nu als schatter voor het i -de budgetaandeel

$$\underline{w}_i \equiv \frac{\sum_{h \in \hat{H}} v^h e_i^h}{\sum_{h \in \hat{H}} v^h e^h} \quad (i = 1, \dots, N), \quad (16)$$

waarin $v^h \equiv (n(H_k)/n(H)) / (n(\hat{H}_k) / n(\hat{H}))$ voor $h \in \hat{H}_k$.

Hierin duidt $n(H_k)$ het aantal elementen van de verzameling H_k aan, etc. Merk op dat

$$\sum_{h \in \hat{H}} v^h = n(\hat{H}) = 2\,859. \quad (17)$$

Onze prijsindex wordt nu berekend als

$$\underline{P} \equiv \sum_{i=1}^N \underline{w}_i \pi_i. \quad (18)$$

De partiële prijsindexcijfers voor de $N = 140$ bestedingscategorieën over de jaren 1981-1982 (1980 = 100) zijn ontleend aan de officiële prijsindices van de gezinsconsumptie voor de totale bevolking (afgekort: CPI-T). Hun constructie is beschreven in Balk (1984). Tabel 1 vergelijkt de door ons berekende prijsindexcijfers met de CPI-T. De verschillen worden veroorzaakt door het feit dat ten behoeve van het wegingsschema van de CPI-T, met name voor de categorie overige gezondheidsdiensten, een bijschatting heeft plaatsgevonden voor die consumptieve bestedingen welke niet via een budgetonderzoek kunnen worden waargenomen. Indien we de CPI-T excl. bedoelde categorie berekenen vinden we een grotere overeenkomst met $\underline{P}$. De resterende verschillen worden veroorzaakt doordat de door ons gebezigde goederenindeling niet geheel aansluit bij die van de CPI-T.

Tabel 1. Prijsindexcijfers (1980 = 100)

Jaar	$\underline{P}$	CPI-T a)	CPI-T excl. ov. gezondheidsdiensten
1981	106,89	106,7	106,9
1982	113,15	112,8	113,2

a) Bron: C.B.S., Maandstatistiek van de prijzen.

5. De variantie van wegingsfactoren en prijsindexcijfers

Wij werken conditioneel op de in het vorige hoofdstuk vermelde post-stratificatie, d.w.z. in feite veronderstellen we dat er een gestratificeerde steekproef is getrokken met een vaste omvang per stratum⁶⁾.

Elk steekproefstratum $\hat{H}_k$ wordt nu in tweeën gedeeld: $\hat{H}_{kA}$ en $\hat{H}_{kB}$. We kunnen zowel op grond van de $\hat{H}_{kA}$ als op grond van de $\hat{H}_{kB}$ een schatting voor w_1 berekenen. Deze twee schattingen zijn gelijkwaardig, d.w.z. er is geen reden om te veronderstellen dat één van de twee altijd beter is omdat de splitsing in stratum k willekeurig heeft plaatsgevonden. In totaal zijn er 108 strata en per stratum zijn er 2 halfsteekproeven. De methode van de evenwichtige halfsteekproeven bestaat uit het combineren van de halfsteekproeven over de 108 strata. Elke combinatie α levert een schatting $w_{1\alpha}$ op voor w_1 , het budget-aandeel van goederengroep 1 voor de populatie. Door een (voldoende groot) aantal combinaties α te berekenen, wordt inzicht in de verwachting en de variantie van w_1 , de schatter van w_1 op grond van de gehele steekproef, verkregen. Het is niet nodig alle mogelijke combinaties door te rekenen. Met behulp van een selectieschema kunnen op een verstandige wijze een groot aantal zoveel mogelijk verschillende combinaties worden berekend. Dit selectieschema wordt ontleend aan een zgn. Hadamard-matrix. Dit is een matrix die uit de elementen +1 en -1 bestaat en waarvan de kolommen orthogonaal zijn. De kolommen van de Hadamard-matrix vormen het selectieschema. We hebben voor dit onderzoek gebruik gemaakt van een Hadamard-matrix van orde 160. De procedure is nu als volgt: indien element k van een kolom gelijk is aan +1 dan wordt $\hat{H}_{kA}$ genomen, is dit element gelijk aan -1 dan wordt $\hat{H}_{kB}$ gekozen. Op

- 6) De invloed van het feitelijke steekproefontwerp is bij dit onderzoek dus niet meegenomen. Met de herwegingsprocedure is wel rekening gehouden. De vergaande stratificatie achteraf, die soms leidde tot een gering aantal respondenten per stratum, betekent dat de methode van de evenwichtige halfsteekproeven op de primaire trekkingseenheden (gemeenten) toegepast, niet mogelijk is. Er zou dan een minder fijne stratificatie moeten worden gehanteerd. Aangezien het effect van de stratificatie naar sociale groep x netto-inkomen x omvang van het huishouden groter wordt geacht dan het effect van de tweetraps steekproef en het clustereffect, is het feitelijke steekproefontwerp verder buiten beschouwing gelaten.

deze wijze worden de eerste 108 elementen van een kolom doorgenomen en verkrijgen we een schatting $\underline{w}_{i\alpha}$ voor w_i . In totaal hebben we 160 kolommen onderzocht zodat we 160 schattingen voor w_i hebben verkregen. De schatter $\underline{w}_{i\alpha}$ voor w_i op grond van de combinatie α wordt gegeven door

$$\underline{w}_{i\alpha} \equiv \frac{\sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{2} (\delta_{k\alpha} + 1) \sum_{h \in \hat{H}_{kA}} v^h \gamma_{kA} e_i^h + \frac{1}{2} (1 - \delta_{k\alpha}) \sum_{h \in \hat{H}_{kB}} v^h \gamma_{kB} e_i^h \right)}{\sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{2} (\delta_{k\alpha} + 1) \sum_{h \in \hat{H}_{kA}} v^h \gamma_{kA} e^h + \frac{1}{2} (1 - \delta_{k\alpha}) \sum_{h \in \hat{H}_{kB}} v^h \gamma_{kB} e^h \right)} \quad (19)$$

waarin

$$\begin{aligned} \delta_{k\alpha} &\equiv \text{het } (k, \alpha) \text{ element van de Hadamard-matrix;} \\ \gamma_{kA} &\equiv n(\hat{H}_k) / n(\hat{H}_{kA}); \\ \gamma_{kB} &\equiv n(\hat{H}_k) / n(\hat{H}_{kB}); \\ i &= 1, \dots, N \quad (N = 140) \text{ en } \alpha = 1, \dots, 160. \end{aligned}$$

Formule (19) ziet er nogal gecompliceerd uit, maar de interpretatie is niet al te moeilijk. Als $\delta_{k\alpha} = 1$ (-1) dan gebruiken we voor het k-de stratum de informatie van het A-deel (B-deel). De γ zijn op-hoogfactoren op grond van de (globale) halvering van de stratumomvangen. Merk op dat als $n(\hat{H}_k)$ even is, dan $\gamma_{kA} = \gamma_{kB} = 2$. Formule (19) heeft dus dezelfde structuur als (16).

Tabel 2 geeft de resultaten van de berekeningen. In de eerste kolom staan de geschatte budgetaandelen $\underline{w}_i$, berekend volgens formule (16) uit de gehele steekproef. In de tweede kolom staat het gemiddelde van de 160 halfsteekproefenschatters.

$$\bar{\underline{w}}_i \equiv \sum_{\alpha=1}^{160} \underline{w}_{i\alpha} / 160 \quad (i = 1, \dots, N), \quad (20)$$

en in de derde kolom hun standaardafwijking

$$s(\underline{w}_i) \equiv \left(\sum_{\alpha=1}^{160} (\underline{w}_{i\alpha} - \bar{\underline{w}}_i)^2 / 160 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Op grond van de theorie van de evenwichtige halfsteekproeven kan $\underline{s}(\underline{w}_i)$ beschouwd worden als een schatter van de standaardfout behorend bij $\underline{w}_i$, en daarmee als een maatstaf voor de precisie ervan. De relatieve 95%-marge voor $\underline{w}_i$ is dan $196 \underline{s}(\underline{w}_i) / \underline{w}_i$ %. Deze staat in de vierde kolom.

TABEL 2. GESCHATTE BUDGETAANDELEN EN HUN PRECISIE

	GESCHAT BUDGETAANDEEL M₂	GEHIDDELDE VAN 160 SCHATTERS	STANDAARD AFWIJKING S(M₂)	RELATIEVE 95%-MARGE
		(*100000)		%
1 PEULVRUCHTEN	14.5	14.4	0.8	11.5
2 RIJST	42.0	42.2	1.9	8.7
3 VERMICELLI	48.7	48.7	1.3	5.1
4 PUDDINGPOEDER	25.1	24.9	1.2	9.6
5 THEE	71.7	71.9	2.4	6.5
6 KOFFIE	725.4	725.1	11.4	3.1
7 CACAOPOEDER	7.0	7.0	0.7	19.6
8 CHOCOLADEPASTA	86.3	86.2	2.6	5.9
9 SUIKER	177.4	178.3	4.4	4.8
10 VRUCHTENCONSERVEN	493.5	494.3	8.1	3.2
11 MARGARINE (50%)	136.8	137.1	2.4	3.4
12 SPIJSVETTEN	60.5	60.4	2.6	8.4
13 CONSUMPTIE-OLIEN	23.9	23.9	1.4	11.8
14 AZIJN	9.8	9.8	0.4	8.4
15 ZOUT	6.5	6.5	0.4	12.7
16 OV. KRUIDENIERSHAREN	1560.6	1559.7	44.1	5.5
17 CONSUMPTIEMELK	810.4	809.9	13.7	3.3
18 BOTER	165.9	166.6	5.3	6.2
19 KAAS	939.9	940.8	14.1	2.9
20 ROOM EN GECONDENSEERDE MELK	214.4	214.8	5.0	4.6
21 TAPTE- EN KARNEMELK	71.8	71.7	3.5	9.6
22 KARNEMELKSE PAP	26.8	26.6	1.8	13.2
23 YOGHURT	147.5	147.9	3.6	4.8
24 CHOCOLADE MELK	61.5	61.3	2.5	8.0
25 SPECIALE MELKPRODUKTEN	287.9	288.5	5.0	3.4
26 EIEREN	222.7	223.0	4.1	3.6
27 MARGARINE (50%)	136.8	137.1	2.4	3.4
28 AARDAPPELEN	243.5	242.2	8.9	7.2
29 UIEN	34.2	34.2	1.2	6.7
30 GROENTEN	845.4	844.5	10.6	2.5
31 FRUIT	536.6	536.5	12.5	4.6
32 ZUIDVRUCHTEN	526.8	527.5	8.8	3.3
33 GROENTENCONSERVEN	328.4	327.9	7.4	4.4
34 DIERLIJK VET	1.0	1.0	0.3	50.3
35 RUNDVLEES	1568.0	1568.4	26.8	3.3
36 VARKENSVLEES	1239.2	1243.3	30.3	4.8
37 ANDER VLEES	84.2	84.7	9.4	21.7
38 VLEESCONSERVEN EN -HAREN	1402.5	1400.9	21.1	3.0
39 KIPPEN EN EENDEN	313.7	315.4	8.0	5.0
40 VERSE VIS	265.3	265.1	11.5	8.5
41 GEKOOKTE EN GEDROOGDE VIS	29.1	29.0	2.2	14.8
42 VISCONSERVEN	62.4	62.4	2.5	7.9
43 SUIKERWERK	253.7	253.9	4.4	3.4
44 CHOCOLADE PRODUCTEN	264.2	265.2	6.0	4.5
45 KOEK	82.2	82.6	3.2	7.5
46 BESCHUIT	105.9	105.9	2.4	4.5
47 BISCUITS, KOEKJES EN GEBAK	1017.0	1016.4	15.1	2.9
48 SIGAREN EN CIGARILLOS	128.2	128.2	9.9	15.1
49 SIGARETTEN	936.7	935.0	33.3	7.0
50 KERFTABAK	291.6	290.9	9.8	6.6
51 DRUGS	1.8	1.7	1.3	145.6
52 BIER	544.7	544.4	16.1	5.8
53 OV. ALCOHOLH. DRANKEN	1269.4	1262.1	34.9	5.4
54 NIET-ALCOHOLH. DRANKEN	404.3	409.0	9.3	4.5
55 BROOD	1236.8	1236.5	11.9	1.9
56 CONSUMPTIE IJS	64.1	64.5	2.8	8.4
57 HERENBOVENKLEDING	1529.7	1530.9	26.0	3.3
58 DAMESBOVENKLEDING	2314.9	2313.4	37.7	3.2
59 ONDER- EN NACHTKLEDING	521.3	523.8	18.0	6.7
60 REGENKLEDING	320.4	320.9	17.3	10.6
61 KOUSEN EN SOKKEN	249.2	248.8	7.0	5.5
62 MODE-ARTIKELEN	137.8	138.4	6.5	9.1
63 GARENS	169.9	170.3	8.9	10.3
64 WEEFSELS	604.0	604.5	16.7	5.4
65 WONINGTEXTIEL	1279.7	1280.6	56.7	8.7
66 MAATKLEDING	35.7	35.3	5.3	29.6
67 OV. TEXTIELPRODUKTEN	1350.3	1352.5	25.4	3.7
68 SCHOEISEL	1352.1	1354.4	19.7	2.8
69 KOLENVERWARMINGSAPPARAAT	38.6	38.4	8.5	43.4
70 GASVERWARMINGSAPPARAAT	216.7	218.7	28.4	25.5

TABEL 2. (VERVOLG)

	GESCHAT BUDGETAANDEEL M_i	GEMIDDELDE VAN 160 SCHATTERS	STANDAARD AFWIJKING $S(M_i)$	RELATIEVE 95%-MARGE
		(*100000)		%
71 ELEKTR. EN OV. VERWARMINGSAPP.	90.2	90.2	5.2	11.4
72 VORKEN, LEPELS EN MESSEN	49.8	49.6	5.5	21.8
73 HUISHOUDELIJK AARDEWERK	215.0	214.4	9.1	8.4
74 HUISHOUDELIJK GLASWERK	45.2	45.1	3.1	13.4
75 HOUTPROD. VOOR HUISH. GEBRUIK	85.2	83.7	4.7	10.9
76 MEUBELN	2369.7	2362.9	97.0	8.0
77 RADIO, TV E.D.	1244.6	1245.2	50.4	7.9
78 OV. HUISH. APPARATEN	709.3	705.4	29.5	8.2
79 VERLICHTINGSARTIKELEN	310.2	309.5	10.1	6.4
80 GEREEDSCHAPPEN EN IJZERWAREN	273.8	273.0	13.2	9.5
81 HOUT EN HOUTWAREN	601.2	596.3	38.4	12.6
82 SANITAIR, TEGELS E.D.	539.3	537.8	21.4	7.8
83 OV. HUISH. ART. KEUKEN	228.4	226.6	9.5	8.2
84 OV. HUISH. ARTIKELEN	264.9	265.2	9.3	6.9
85 OV. ART. WONINGINRICHTING	696.0	697.5	20.7	5.8
86 LEDERWAREN	282.3	282.4	10.7	7.4
87 RIJW., RIJW. MET HULPMOTOR, MOTORRIJW.	520.1	521.1	22.7	8.5
88 PERSONENAUTO'S	3231.8	3222.4	206.7	12.6
89 AUTOBANDEN	82.4	81.9	5.6	13.5
90 KAMPEERWAGENS, BOTEN E.D.	263.6	261.5	80.4	60.3
91 FOTOAPPARATEN	227.5	228.1	17.0	14.6
92 MUZIEKINSTRUMENTEN	101.3	101.7	15.6	30.0
93 JUWELN E.D.	464.7	463.4	19.4	8.2
94 OPTISCHE ARTIKELEN	271.6	271.6	13.0	9.4
95 SPORT- EN SPEELGOEDEREN	587.9	588.8	27.5	9.2
96 OV. DUURZAME GOEDEREN	206.1	206.7	16.2	15.4
97 VASTE BRANDSTOFFEN	33.1	33.2	5.2	31.0
98 VLOEIBARE BRANDST. VERWARMING	120.1	120.4	19.9	32.4
99 VLOEIBARE BRANDST. VERKEER	2561.7	2562.2	51.0	3.9
100 ELEKTRICITEIT	2080.2	2076.3	21.7	2.0
101 GAS	3285.3	3292.8	34.2	2.0
102 WATER	534.8	536.4	6.2	2.2
103 HUREN	5381.3	5388.5	139.5	5.1
104 TOEGEREKENDE HUREN	8467.2	8471.3	219.7	5.1
105 HORECA	3701.1	3744.0	123.9	6.5
106 VERMAKELIJKHEIDINSTELLINGEN	771.7	772.5	16.9	4.3
107 VERKEER	775.4	777.0	38.1	9.6
108 COMMUNICATIE	1596.7	1596.8	21.0	2.6
109 BLOEMEN EN PLANTEN	833.7	832.6	20.8	4.9
110 PAPIER	284.6	284.6	6.8	4.7
111 KOSMETISCHE PRODUCTEN	522.6	520.5	11.5	4.3
112 GENEES- EN VERBANDMIDDELEN	442.1	443.2	21.4	9.5
113 KRANTEN	1160.5	1160.9	13.1	2.2
114 BOEKEN EN OV. GOEDEREN	858.8	859.7	23.0	5.2
115 DIENSTEN DRUKKERIJEN	22.4	22.4	5.0	43.2
116 ONDERHOUDSWERK	518.5	513.5	48.4	18.5
117 SCHOONMAAKBEDRIJVEN	138.8	139.4	8.1	11.3
118 HUISH. DIENSTEN	446.7	442.3	39.8	17.6
119 KAPPERSDIENSTEN	634.6	634.9	24.4	7.5
120 WASSERIJEN EN VERVERIJEN	118.3	117.2	8.1	13.5
121 BAD- EN ZWEMINRICHTINGEN	71.0	70.8	7.7	21.4
122 SCHOENREPARATIES	69.6	68.6	6.1	17.5
123 FOTOGRAFEN	241.8	243.0	12.5	10.1
124 AUTOREPARATIE	1954.7	1953.3	75.2	7.5
125 FIETSPREPARATIE	81.4	81.9	4.4	10.6
126 HORLOGEREPARATIE	37.6	38.5	4.3	22.1
127 ELEKTR. APPARATENREPARATIE	123.0	122.3	12.6	20.2
128 REPARATIE VAN OV. HUISH. ART.	103.3	103.2	33.4	63.4
129 SCHEEPSREPARATIE	46.8	45.2	30.4	131.8
130 SIERADENREPARATIE	25.8	25.5	4.6	35.2
131 MEDISCHE ARTIKELEN REPARATIE	3.4	3.4	0.7	40.7
132 SMID	7.0	7.1	1.7	46.7
133 BANKEN EN GIRO	16.3	16.3	6.0	72.3
134 VERZEKERINGSDIENSTEN	1910.5	1908.2	30.4	3.1
135 OV. BEDRIJVEN EN VRIJE BEROEPEN	1186.1	1188.1	79.8	13.2
136 ZIEKENHUIZEN E.D.	7850.6	7854.9	91.8	2.3
137 OV. GEZONDHEIDSDIENSTEN	619.3	618.9	27.9	8.8
138 GOEDEREN, NIET ELDERS GENOEMD	1851.1	1846.8	49.4	5.2
139 NIET GESPECIFICEERDE UITGAVEN	172.2	173.5	17.8	20.1
140 UITGAVEN VAKANTIE BUITENLAND	3579.8	3572.2	98.4	5.4

Met name deze kolom geeft een duidelijk beeld van de optredende variatie in de precisie van de geschatte budgetaandelen. Uitschieters vinden we bij drugs ($i=51$) en scheepsreparatie ($i=129$). In het eerste geval wordt dit veroorzaakt doordat er slechts twee huishoudens met bestedingen aan deze goederengroep in de steekproef voorkomen. Het geschatte gemiddelde budgetaandeel is dan ook zeer klein. In het tweede geval zijn er weliswaar 127 huishoudens met bestedingen ongelijk aan nul aan scheepsreparatie, maar de bedragen variëren van 9 tot 1 762 gulden met één uitbijter ten bedrage van 14 459 gulden.

Elk van de vectoren ($w_{1\alpha}, \dots, w_{N\alpha}$) voor $\alpha=1, \dots, 160$ kan gebruikt worden als een wegingsschema voor de prijsindex. Dit geeft de volgende schatters voor de prijsindex:

$$\underline{P}_\alpha = \sum_{i=1}^N w_{i\alpha} p_i \quad (\alpha=1, \dots, 160). \quad (22)$$

Tabel 3 vat de resultaten van de berekeningen, en daarmee tevens de voornaamste resultaten van dit onderzoek, samen. In de eerste kolom staan de prijsindexcijfers, zoals geschat op grond van de gehele steekproef (formule (18)). In de tweede kolom staat het gemiddelde van de 160 halfsteekproevenschatters (22),

$$\bar{P} = \sum_{\alpha=1}^{160} \underline{P}_\alpha / 160, \quad (23)$$

en in de derde kolom hun standaardafwijking, die beschouwd kan worden als een schatter van de standaardfout van $\underline{P}$,

$$s(\underline{P}) = \left(\sum_{\alpha=1}^{160} (\underline{P}_\alpha - \bar{P})^2 / 160 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (24)$$

De verdeling van de 160 schatters $\underline{P}_\alpha$ blijkt zeer geconcentreerd te zijn: in 1981 liggen ze tussen 106,854 en 106,931 en in 1982 tussen 113,069 en 113,198. Momenteel geschiedt de publikatie van de CPI-T met één decimaal, dat is met een veronderstelde marge van 0,05 punt. We zien dat dit zowel voor 1981 als voor 1982 aan de conservatieve kant is.

Tabel 3. Geschatte prijsindexcijfers (1980 = 100) en hun precisie

Jaar	Geschat prijs- indexcijfer $\underline{P}$	Gemiddelde van 160 schatters	Standaard afwijking $= \underline{s} (\underline{P})$
1981	106,89	106,89	0,014
1982	113,15	113,15	0,022

Het verband tussen de variantie van de wegingsfactoren en de variantie van de prijsindex wordt gegeven door

$$\text{var} (\underline{P}) = \sum_{i=1}^N \pi_i^2 \text{var} (\underline{w}_i) + \sum_{i \neq j} \pi_i \pi_j \text{cov} (\underline{w}_i, \underline{w}_j). \quad (25)$$

Met behulp van tabel 2 is het mogelijk een schatting te maken van de eerste term van het rechterlid van (25). Voor de jaren 1981 en 1982 vinden we resp. 0.247703 en 0.279483. De schatting van $\text{var} (\underline{P})$ bedraagt resp. 0.000196 en 0.000484. De bijdrage van de tweede term van het rechterlid van (25) is dus ongeveer even groot als die van de eerste term, maar tegengesteld van teken. Het is mogelijk met behulp van de halfsteekproefschatters de gehele covariantiematrix van

$\{\underline{w}_i; i=1, \dots, 140\}$ te schatten. We vinden dan inderdaad veel sterk negatieve covarianties. Het is dus niet mogelijk op grond van tabel 2 te concluderen dat bepaalde goederengroepen veel en andere weinig bijdra- gen tot de variantie van de prijsindex.

Uit formule (25) volgt wel dat de variantie van de prijsindex toeneemt met de waarde van de partiële prijsindices π_i , en dus met het niveau van de prijsindex zelf. In een situatie van stijgende prijzen betekent dit dat de precisie van de prijsindex in de loop van de tijd, absoluut gezien, kleiner wordt. Relatief gezien zal de precisie bij benadering gelijk blijven. De 95%-marge voor $\underline{P}$ in procenten van een punt prijs- stijging, $196 \underline{s}(\underline{P})/(\underline{P}-100)\%$, bedraagt in 1981 en 1982 0,4 resp. 0,3%.

Nu resteert de vraag in hoeverre de standaardfout van de prijsindex varieert met de omvang van het budgetonderzoek. In het algemeen ver- wachten we op grond van de steekproeftheorie dat als de steekproef- omvang met een factor λ wordt teruggebracht de standaardfout met de

factor $\lambda^{\frac{1}{2}}$ zal toenemen. Tabel 3 geeft dan het ijkpunt: de standaardfout bij een steekproefomvang van 2 859. Wij hebben dit, gezien het complexe karakter van de schattingsprocedure, op de volgende manier getoetst.

Achtereenvolgens is zowel het A-deel als het B-deel van de steekproef als een tweetal steekproeven beschouwd, resp. 1 432 en 1 427 huishoudens omvattend. Hierop is dezelfde procedure als hierboven beschreven toegepast. Het resultaat staat in tabel 4. Wij kunnen hieruit concluderen dat de standaardfout van de prijsindex bij een van 2 859 afwijkende steekproefomvang niet zonder meer op de gebruikelijke manier bepaald kan worden. De standaardfout is circa 15% groter dan die welke verwacht werd op grond van de theorie.

Tabel 4. Precisie van de geschatte prijsindexcijfers bij verschillende steekproefomvang

Steekproef- omvang	Standaardfout		Verwachte standaardfout a)	
	1981	1982	1981	1982
1 432	0,023	0,042	0,020	0,031
1 427	0,022	0,036	0,020	0,031

a) Berekeningsvoorbeeld: $(2\ 859/1\ 432)^{\frac{1}{2}} 0,014 = 0,020$.

6. Slotopmerkingen en conclusies

Om te beginnen wijzen we nogmaals op het partieel karakter van het onderhavige onderzoek. We hebben alleen gekeken naar de variantie van de prijsindexcijfers als gevolg van het steekproefkarakter van het budgetonderzoek. Van alle andere stochastische en systematische factoren is geabstraheerd. Bovendien moesten, gedeeltelijk om operationele redenen, een aantal beperkende veronderstellingen worden ingevoerd. Strikt genomen hebben de onderstaande conclusies dus alleen betrekking op de door ons geconstrueerde prijsindex en het veronderstelde steekproefontwerp.

De conclusies zijn:

- de 95% betrouwbaarheidsmarge van de prijsindex blijkt in 1981 en 1982 ongeveer 0,4% per punt prijsstijging te bedragen bij een steekproefomvang van 2 859 huishoudens;
- de relatie tussen de standaardfout van de prijsindex en de steekproefomvang blijkt ondanks de complexiteit van de schattingsprocedure niet veel te verschillen van de uit de theorie bekende relatie tussen de standaardfout van het gemiddelde en de steekproefomvang bij een enkelvoudige a-selecte steekproef. De standaardfout van de prijsindex, berekend op grond van een steekproef die tweemaal zo klein is, blijkt niet $\sqrt{2}$ maal zo groot te zijn als die bij de prijsindex berekend op grond van de 2 859 huishoudens, maar ongeveer $1,15\sqrt{2}$ maal zo groot.

Ten slotte merken we op dat de precisie van de prijsindex sterk samenhangt met de in de populatie, waarop de prijsindex betrekking heeft, aanwezige spreiding van huishouden-specifieke bestedingspatronen. Generalisatie van bovenstaande conclusies naar andere populaties dan de in het onderhavige onderzoek beschouwde is daarom niet zonder meer mogelijk.

Literatuur

Balk, B.M., 1978, Over "characteristicity" van prijsindices.
In: Denken en meten. Statistische opstellen (Staatsuitgeverij,
's-Gravenhage). Engelse versie in: Statistical Studies no. 26
(Staatsuitgeverij, The Hague, 1980).

Balk, B.M., 1984, Huishouden-specifieke prijsindexcijfers 1980-1982.
Statistisch Magazine 4, nr. 2, pp. 5-17.

Centraal Bureau voor de Statistiek (C.B.S.), 1982, Budgetonderzoek 1978,
Deel 1: Methodologie; enquêtedocumenten (Staatsuitgeverij,
's-Gravenhage).

Centraal Bureau voor de Statistiek (C.B.S.), 1984, Budgetonderzoek
1978-1981; landelijke en regionale kerncijfers (Staatsuitgeverij/
C.B.S.-publikaties, 's-Gravenhage).

Kersten, H.M.P., 1983, De methode van de evenwichtige halfsteekproeven:
een toepassing. Interne nota (Centraal Bureau voor de Statistiek,
Voorburg).

Kersten, H.M.P., 1984, Een prijsindex en non-respons: een
gevoeligheidsanalyse. Statistisch Magazine 4, nr. 3, pp. 5-14.

McCarthy, P.J., 1961, Sampling considerations in the construction of
price indexes with particular reference to the United States Consumer
Price Index. In: The price statistics of the Federal Government; review,
appraisal and recommendations (National Bureau of Economic Research).

Morgenstern, O., 1963, On the accuracy of economic observations, 2nd
edition (Princeton University Press, Princeton).

Wolter, K.M., 1983, Introduction to variance estimation. Unpublished
lecture notes.

Ontvangen: 19-4-85