

SPECIFICATIE EN VOORSPELKRACHT VAN TIJDREEKSMODELLEN

door

Joop de Beer en Hendrie van der Hoeven^{*)}

SAMENVATTING

Van geen enkel voorspelmodel in de sociale wetenschappen kan worden verwacht dat het tot foutloze voorspellingen leidt. Van een geavanceerd model wordt echter wel verwacht dat het in ieder geval tot betere voorspellingen zal leiden dan een zogenaamde 'naïeve' methode. Veel voorspellers hebben evenwel reeds ervaren dat hun theoretisch fraaie modellen in de praktijk lang niet altijd beter voorspellen dan naïeve methoden. Dat roept de vraag op hoe naïef die zogenaamde naïeve voorspellingen eigenlijk zijn. In dit rapport wordt ingegaan op overwegingen die een rol (zouden moeten) spelen bij de specificatie van tijdreeksmodellen met het oog op hun voorspelkracht. Een en ander wordt geïllustreerd aan de hand van een tweetal empirische tijdreeksen, waarvan het verloop representatief kan worden geacht voor een groot aantal macro-economische kwartaalreeksen. Met name wordt aandacht besteed aan effecten van niet-lineaire transformaties en van aantallen differenties op de voorspellingen. De voorspelkracht wordt onderzocht voor een vrij lange periode met wisselende economische omstandigheden. Er zijn voorspellingen beschikbaar met een termijn van maximaal 12 kwartalen voor 68 opeenvolgende tijdstippen.

^{*)} Centraal Bureau voor de Statistiek, Hoofdafdeling Statistische Methoden, Postbus 959, 2270 AZ VOORBURG, tel. 070-694341. De in dit artikel weergegeven opvattingen zijn die van de auteurs en komen niet noodzakelijk overeen met het beleid van het Centraal Bureau voor de Statistiek. Dit artikel is een verkorte versie van De Beer en Van der Hoeven (1984).

1. Inleiding

Velen staan sceptisch tegenover zogenaamde wetenschappelijke voorspelmethode. Dat is begrijpelijk. Veel als wetenschappelijk gekenmerkte voorspellingen blijken er achteraf fors naast te hebben gezeten. Dat neemt echter niet weg dat voorspellingen nodig zijn, zodra ergens beslissingen moeten worden genomen. Van geen enkel voorspelmodel in de sociale wetenschappen kan worden verwacht dat het tot foutloze voorspellingen leidt. Bij de beoordeling van een methode gaat het niet zozeer om de absolute voorspelfout als wel om een vergelijking met mogelijke alternatieven. Een van die alternatieven is wat doorgaans wordt aangeduid als de 'naïeve' voorspelling. Een bekend voorbeeld is de zogenaamde 'no change'-voorspelling. Van een min of meer geavanceerde methode wordt verwacht dat die in ieder geval gemiddeld tot betere voorspellingen zal leiden dan een naïeve methode. Veel voorspellers hebben evenwel reeds ervaren dat hun fraaie modellen in de praktijk zeker niet altijd beter voorspellen dan naïeve methoden.

Aangezien het voor het verkrijgen van optimale voorspellingen van belang is dat zo goed mogelijk gebruik wordt gemaakt van de aanwezige informatie, lijkt het in het algemeen voor de hand te liggen multivariate modellen te kiezen boven univariate modellen. Bij de laatste wordt immers slechts van beperkte informatie gebruik gemaakt. In de praktijk blijken evenwel multivariate modellen dikwijls niet tot betere voorspellingen te leiden dan univariate modellen. Daarvoor zijn verschillende oorzaken aan te wijzen. Te denken valt bijvoorbeeld aan problemen bij de keuze van de verklarende variabelen, de functionele vorm en de vertragingsstructuur, alsmede bij het voorspellen van de exogene variabelen (zie bijvoorbeeld Granger en Newbold, 1977).

In dit artikel wordt onderzocht hoe univariate extrapolaties kunnen worden verricht voor twee tijdreeksen van kwartaalcijfers. Het verloop van beide reeksen kan representatief worden geacht voor een groot aantal geaggregeerde economische kwartaalreeksen. De beide reeksen betreffen Nederlandse kwartaalwaarnemingen voor de periode 1950 tot en met 1982, namelijk 'Globale indexcijfers van bouwkosten van woningen' en 'Geregistreerde werkloosheid van mannen'. De reeksen worden respectievelijk aangeduid als 'bouwkostenindex' en 'werkloosheid'. Overigens wordt opgemerkt dat recentelijk de naam van de eerstgenoemde reeks is gewijzigd in 'Prijnsindexcijfers van nieuwbouwwoningen' en dat tevens een basisverlegging naar 1980=100 is doorgevoerd; zie voor een toelichting CBS (1984).

2. Tijdreeksmodellen

2.1. ARIMA-model

Box en Jenkins (1970) hebben een iteratieve procedure ontworpen met behulp waarvan modellen kunnen worden ontwikkeld die - naar in de praktijk is gebleken - geschikt zijn om toekomstige waarden van een tijdreeks te voorspellen. De methode houdt in dat eerst op grond van het autocorrelatie-patroon van de waarnemingen een zogenaamd ARIMA-model wordt gespecificeerd. Vervolgens worden de parameters van dat model geschat op de beschikbare waarnemingen. Een analyse van het patroon van de residuen geeft een indicatie of het optimale ARIMA-model is geschat. Als er zich een systematisch patroon in de residuen voordoet, is de specificatie blijkbaar niet optimaal en dient het model derhalve aangepast te worden. Wanneer het optimale model bepaald is, kunnen daarmee voorspellingen worden berekend. Deze voorspellingen zijn optimaal in de zin dat onder de veronderstelling dat het model correct is, de verwachte kwadratische voorspelfout minimaal is.

Bij de identificatie van een ARIMA-model gaat het er in de eerste plaats om de waarnemingen tot een stationaire reeks te herleiden, dat wil zeggen tot een reeks waarvan de covariantie van waarnemingen met een bepaald interval niet varieert in de tijd. Wanneer aan waarnemingen een stationair proces ten grondslag ligt, zullen die waarnemingen rond een constant niveau fluctueren en zal de variantie niet toe- of afnemen in de tijd. Stationariteit kan worden bereikt door één of meer differenties te nemen: $y_t = \nabla^d Y_t$, waarbij $\nabla^d = (1-B)^d$ en $B^i Y_t = Y_{t-i}$, zodat bijvoorbeeld voor $d=1$ $y_t = Y_t - Y_{t-1}$. Het ARIMA-model luidt als volgt:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}, \quad (2.1)$$

waarbij $y_t = \nabla^d Y_t$; de ϕ_i 's zijn autoregressieve (AR) coëfficiënten en de θ_i 's zijn 'moving average' (MA) coëfficiënten; $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots$ zijn onafhankelijk en normaal verdeelde storingstermen ('witte ruis') met $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t^2) = \sigma_t^2$ en $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+k}) = 0$ voor $k \neq 0$. Dit model kan worden aangeduid als ARIMA (p,d,q). Een verkorte schrijfwijze van (2.1) is

$$\phi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t, \quad (2.2)$$

waarbij $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ en $\theta(B)$ is een soortgelijke polynoom met coëfficiënten θ_i .

Bij het identificeren van een model gaat het erom de waarden van p , q en d te bepalen. Daarbij wordt van het spaarzaamheidsprincipe uitgegaan, dat wil zeggen dat een model wordt gekozen met zo weinig mogelijk parameters. Bij de identificatie kan gebruik worden gemaakt van het patroon van de autocorrelatiecoëfficiënten (ac's) en de partiële autocorrelatiecoëfficiënten (pac's). De ac bij een interval k wordt aangeduid met r_k . De pac bij interval k , ϕ_{kk} , is gedefinieerd als de k^e coëfficiënt in een AR(k)-model. Allereerst wordt de waarde van d bepaald door na te gaan na hoeveel differenties stationariteit wordt bereikt. Niet-stationariteit manifesteert zich in een slechts langzame en bijna lineaire afname van de r_k 's. Wat de ac's betreft valt eenvoudig af te leiden dat bij een MA(q)-proces $r_k=0$ voor $k>q$, terwijl bij een AR-proces de r_k 's exponentieel afnemen, al dan niet met een gedempte golfbeweging. Omgekeerd geldt voor de pac dat bij een AR(p)-proces $\phi_{kk}=0$ voor $k>p$, terwijl bij een MA-proces de ϕ_{kk} 's exponentieel afnemen. Een gecombineerd proces zal een mengvorm te zien geven, afhankelijk van de grootte van p en q .

Door gebruik te maken van differenties kunnen met het ARIMA-model stochastische trends worden gemodelleerd. De richting van de ontwikkeling van een variabele kan veranderen door stochastische invloeden en ligt derhalve niet voor de gehele reeks vast. Voor wat de voorspellingen betreft betekent dit dat wordt uitgegaan van een schatting van de lokale trend op het voorspelmoment en niet van de globale trend voor de gehele waarnemingsperiode. Het zal duidelijk zijn dat voorspellingen uitgaande van een lokale trend een flexibeler karakter hebben en sneller kunnen reageren op wijzigingen in het verloop van de tijdreeks. Daar staat evenwel tegenover dat voorspellingen uitgaande van een lokale trend uiteraard ook gevoeliger zijn voor eenmalige uitschieters. Bij het identificeren en schatten van een ARIMA-model gaat het er nu om op optimale wijze de lokale trend te bepalen. Het is overigens ook mogelijk een deterministische trend in het ARIMA-model op te nemen. Dit kan zeer eenvoudig door een constante term toe te voegen, zodat

$$\phi(B)y_t = \theta_0 + \theta(B)\epsilon_t \quad (2.3)$$

Bij het opstellen van een ARIMA-model kan op eenvoudige wijze rekening worden gehouden met het optreden van een seizoenpatroon. Daarbij wordt geen splitsing gemaakt in afzonderlijke trend- en seizoencomponenten, maar wordt een model gemaakt voor de waarnemingen inclusief seizoenbeweging. Dit model luidt als volgt:

$$\phi(B)\phi(B^S)\nabla^d\nabla^D_s y_t = \theta(B)\theta(B^S)\varepsilon_t, \quad (2.4)$$

waarbij $\nabla_s = 1 - B^S$; $\phi(B^S) = 1 - \phi_1 B^S - \phi_2 B^{2S} - \dots - \phi_p B^{pS}$ en $\theta(B^S)$ is een soortgelijke polynoom in B^S met coëfficiënten θ_i . Dit model kan worden aangeduid als ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)_S. Evenals de trend heeft ook het seizoenpatroon in dit model een stochastisch karakter. Bij de voorspellingen kan dus rekening worden gehouden met een veranderend seizoenpatroon. Door het opnemen van seizoendummies of van een periodieke functie kan in het model overigens ook een deterministisch seizoenpatroon worden verwerkt.

2.2. Niet-waargenomen componenten

Een nadeel van het gebruikmaken van het ARIMA-model voor voorspellingsdoel-einden is de geringe inzichtelijkheid van het tot stand komen van de voorspellingen. Dit kan mede worden toegeschreven aan het feit dat er geen schatting van de afzonderlijke componenten van het verloop van de reeks wordt verkregen. Men kan niet zien wat er volgens het model in de toekomst gebeurt met de trend en het seizoenpatroon van de reeks. Het zou de interpreteerbaarheid van de resultaten ten goede komen wanneer de verschillende componenten wel zouden worden onderscheiden. Een probleem daarbij is uiteraard dat de afzonderlijke componenten niet kunnen worden waargenomen.

Met behulp van het Kalman-filter is het mogelijk de verschillende stochastisch veronderstelde componenten te schatten. Een eenvoudig model waarin trend en seizoen expliciet worden opgenomen is het volgende (zie bijvoorbeeld Harvey en Todd, 1983):

$$Y_t = d_t + s_t + u_t \quad (2.5)$$

$$d_t = d_{t-1} + \lambda_{t-1} + v_{1t} \quad (2.6)$$

$$\lambda_t = \lambda_{t-1} + v_{2t} \quad (2.7)$$

$$s_t = - \sum_{i=1}^{L-1} s_{t-i} + v_{3t}, \quad (2.8)$$

waarbij u_t , v_{1t} , v_{2t} en v_{3t} onafhankelijke storingen zijn; d_t is het niveau, λ_t is de verandering, s_t is de seizoencomponent en L is het aantal

waarnemingen per jaar. Alle componenten worden stochastisch verondersteld. Volgens dit model wordt elke waarneming verondersteld te zijn opgebouwd uit drie componenten, namelijk een trendniveau, een seizoenfactor en een storingsterm. Dit model in niet-waargenomen componenten kan eenvoudig worden uitgebreid om niet-lineaire veranderingen te beschrijven. Met behulp van het Kalman-filter kunnen recursief voor ieder tijdstip schattingen van de componenten d , λ en s worden verkregen (zie bijvoorbeeld Harvey (1981), hoofdstuk 4). Met behulp van deze schattingen kunnen vanaf ieder tijdstip voorspellingen worden berekend. Dit model kan overigens ook in de vorm van een ARIMA-model worden geschreven, waarvan de parameters onderhevig zijn aan niet-lineaire restricties.

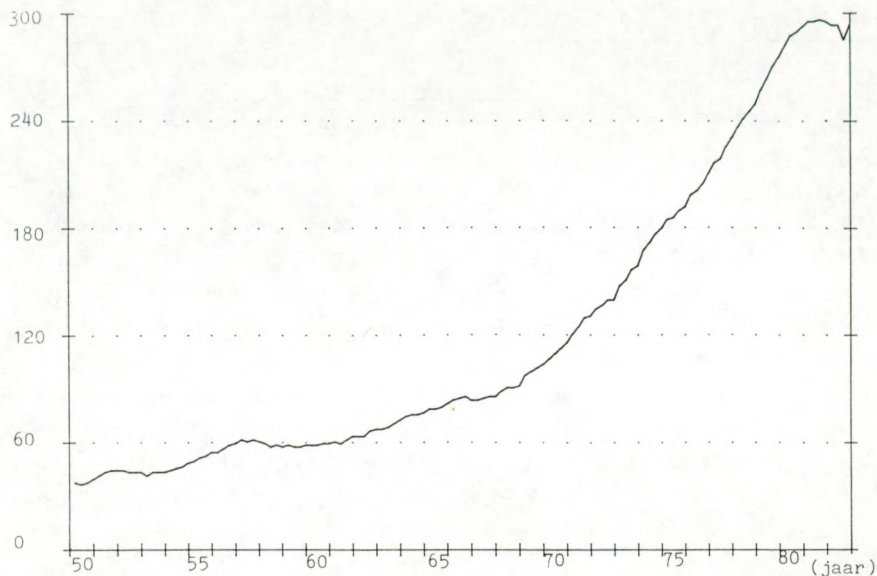
3. Modelspecificatie

3.1. Bouwkostenindex

De tijdreeks van de bouwkostenindex wordt gekenmerkt door een sterk stijgende trend gedurende een vrij groot aantal jaren - zij het met enkele onderbrekingen - die in het begin van de jaren tachtig tot staan is gekomen (zie figuur 1). De vraag is hoe zowel de sterke stijging als de onderbrekingen daarin redelijk voorspeld kunnen worden. Om de duidelijk afwijkende waarneming van het derde kwartaal van 1982 (zie figuur 1) de resultaten niet te veel te laten beïnvloeden is voor dat tijdstip een dummy in de ARIMA-modellen opgenomen en is vervolgens de waarneming 'gecorrigeerd' op grond van de geschatte waarde van de coëfficiënt van die dummy. Deze correctie is ook gebruikt bij de andere methoden.

Zoals uiteengezet in paragraaf 2.1 kan identificatie van een ARIMA-model voor de reeks plaatsvinden aan de hand van het patroon van de autocorrelatiecoëfficiënten (ac 's) en de partiële autocorrelatiecoëfficiënten (pac 's). In tabel 1 zijn de eerste 12 ac 's van verschillende differenties vermeld, alsmede de pac 's. Uit de slechts langzame afname van de r_k 's van de waarnemingen (Y_t) in tabel 1 blijkt duidelijk de niet-stationariteit van de reeks (zie paragraaf 2.1). Daarom zijn allereerst de ac 's van de reeks van eerste verschillen ∇Y_t bepaald. In deze reeks blijkt een seizoenpatroon aanwezig (relatief hoge ac 's en pac 's bij intervallen van 4 en 8 kwartalen). Er staan in principe twee mogelijkheden open: een model met seizoenparameter schatten of een seizoendifferentie nemen. Beide mogelijkheden zullen we nagaan.

Figuur 1. Globale indexcijfers van bouwkosten van woningen (1969=100);
1950-1982



Daar de ac 's van de reeks VY_t met interval 4 slechts geleidelijk afnemen, is gekozen voor een autoregressieve seizoenparameter. Verder is, gezien de relatief grote waarde van de tweede ac en pac , gekozen voor een tweede-orde autoregressief model (het patroon van de pac 's wijst in de richting van een autoregressief proces). Tenslotte is nog een trendparameter in het model opgenomen. Zonder een dergelijke parameter zou het model - gesteld dat de geschatte autoregressieve coëfficiënten aan de stationariteitsvoorwaarden voldoen (zie Box en Jenkins (1970), blz. 53 e.v.) - altijd voorspellen dat na enige tijd het niveau van de reeks niet meer verandert. Bij de schatting van dit model voor de periode 1950-1982 blijkt dat de derde ac van de residuen vrij groot is. Derhalve is het volgende model geschat:

$$\begin{aligned}
 (1 - 0,17B - 0,32B^2 - 0,22B^3)(1 - 0,43B^4)VY_t &= 0,31 + u_t ; \\
 (0,08) \quad (0,09) \quad (0,09) \quad (0,09) & \quad (0,14) \\
 \sigma_u &= 1,56, \quad Q(11)=17,4. \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Tabel 1. Autocorrelatiecoëfficiënten en partiële autocorrelatiecoëfficiënten van de bouwkostenindex; 1950-1982

Reeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<u>Autocorrelatiecoëfficiënten</u>												
Y_t	0,98	0,96	0,93	0,91	0,88	0,86	0,83	0,80	0,77	0,75	0,72	0,69
∇Y_t	0,53	0,65	0,51	0,64	0,35	0,49	0,29	0,49	0,23	0,37	0,22	0,35
$\nabla_4 Y_t$	0,96	0,90	0,84	0,75	0,69	0,63	0,58	0,54	0,50	0,48	0,46	0,43
$\nabla \nabla_4 Y_t^a)$	0,23	0,22	0,29	-0,25	-0,02	-0,01	-0,14	0,05	-0,09	0,01	0,06	-0,10
$\nabla^2 \nabla_4 Y_t^b)$	-0,48	-0,05	0,41	-0,50	0,14	0,09	-0,20	0,19	-0,14	0,03	0,13	-0,24
<u>Partiële autocorrelatiecoëfficiënten</u>												
Y_t	0,98	-0,04	-0,04	-0,03	-0,04	-0,03	-0,03	-0,03	-0,02	-0,02	-0,03	-0,00
∇Y_t	0,53	0,52	0,13	0,30	-0,25	0,04	-0,13	0,25	-0,08	0,02	-0,01	-0,02
$\nabla_4 Y_t$	0,96	-0,20	-0,14	-0,25	0,34	-0,03	-0,04	0,03	0,02	0,12	-0,07	-0,02
$\nabla \nabla_4 Y_t$	0,23	0,18	0,23	-0,43	0,03	0,06	0,07	-0,07	-0,13	0,13	0,06	-0,12
$\nabla^2 \nabla_4 Y_t$	-0,48	-0,37	0,30	-0,23	-0,22	-0,18	0,01	0,02	-0,23	-0,13	0,08	-0,12

a) De standaardfout loopt geleidelijk op van 0,09 naar 0,11.

b) De standaardfout loopt geleidelijk op van 0,09 naar 0,14.

Onder de geschatte coëfficiënten staan de geschatte standaardfouten vermeld; σ_u is de geschatte standaardfout van de storingsterm; Q is de Box-Pierce toets op onderlinge onafhankelijkheid van residuen (χ^2 verdeeld met tussen haakjes het aantal vrijheidsgraden). De ac's van de residuen zijn niet te onderscheiden van die van witte ruis, indien de Box-Pierce toetswaarde van 17,4 wordt vergeleken met de kritieke waarde van 19,7 van de χ^2 -tabel (5% niveau en 11 vrijheidsgraden). Als alternatieve mogelijkheid is de reeks van seizoendifferenties $\nabla_4 Y_t$ bepaald. Dergelijke differenties kunnen behalve het seizoen ook een - lineaire - trend elimineren (zie bijvoorbeeld De Vos, 1983). De ac's duiden er evenwel op dat de reeks van seizoendifferenties niet stationair is. In vergelijking met eerste verschillen zijn seizoenverschillen gevoeliger voor afwijkingen in de waarnemingen ten opzichte van een lineaire trend, omdat ze op een langer interval betrekking hebben.

Wanneer van de reeks van seizoendifferenties eerste verschillen worden bepaald ($\nabla \nabla_4 Y_t$) resulteert blijkens de ac's een stationaire reeks. De eerste drie ac's zijn positief en significant verschillend van nul, waarbij opvalt dat de derde de grootste is. Een vergelijking met de pac's wijst uit

dat niet duidelijk een keuze tussen autoregressieve (AR) en 'moving-average' (MA)-parameters kan worden gemaakt. Daar de variantie van de residuen van een model met AR-parameters kleiner blijkt te zijn dan die van een model met MA-parameters is voor een autoregressieve specificatie gekozen. We komen hier op terug. Verder blijkt de vierde ac negatief te zijn. Dat duidt erop dat het nemen van seizoendifferenties gecompenseerd moet worden door het opnemen van een MA-seizoenparameter. Het volgende model is geschat voor de periode 1950-1982:

$$\begin{aligned} (1 - 0,26B - 0,26B^2 - 0,21B^3) \nabla \nabla_4 Y_t &= (1 - 0,61B^4) u_t ; \\ (0,09) \quad (0,09) \quad (0,09) \quad (0,09) & \\ \sigma_u &= 1,59, \quad Q(11)=11,4. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Opnemen van een constante term levert een geschatte waarde op die niet significant van nul verschilt. De ac's van de residuen geven aan dat er geen systematisch patroon in de residuen valt te onderkennen. Wat de modelering van het seizoenpatroon betreft blijkt dat de MA-parameter van 0,61 in samenhang met de seizoendifferentie ∇_4 equivalent is met de AR-operator $(1-0,39B^4-0,24B^8-0,15B^{12}-\dots)$. De eerste parameter komt ongeveer overeen met de AR-seizoenparameter in het model zonder seizoendifferentie (3.1). Wat de tweede parameter betreft, kan worden opgemerkt dat de residuen van model (3.1) bij een interval van 8 kwartalen een ac van 0,16 hebben die 'net niet' significant is. Bij het model met seizoendifferentie (3.2) is er geen correlatie bij dat interval. Verder zouden, zoals opgemerkt, in plaats van de drie autoregressieve parameters ook drie 'moving average'-parameters gekozen kunnen worden. De ex ante-voorspellingen van dit model wijken overigens niet veel af van die van model (3.2).

Met het oog op voorspellingsdoeleinden is bij de trendspecificatie de afweging tussen enerzijds flexibiliteit en anderzijds voorzichtigheid van belang. Een extra differentie kan ertoe leiden dat de voorspellingen van het model sneller reageren op veranderingen in de trend, maar vergroot tegelijkertijd het risico van grote voorspelfouten wanneer ten onrechte een trendomslag wordt voorspeld als er slechts sprake is van een kortstondige afwijking ten opzichte van de trend. Wat de modelspecificatie betreft moet er overigens rekening mee worden gehouden dat het nemen van 'te veel' differenties kan leiden tot autocorrelatie. Dit betekent dat mogelijk een additionele term ter compensatie dient te worden opgenomen.

De standaardfout van de storingsterm van de getransformeerde reeks is 0,27. Na terug transformeren naar de oorspronkelijke waarnemingen is de standaardfout van de storingen gelijk aan 1,52. (Zie voor het transformeren Box en Jenkins, 1973; Chatfield en Prothero, 1973; Nelson en Granger, 1979.)

3.3. Werkloosheid

De tijdreeks van de werkloosheidscijfers van mannen verloopt minder geleidelijk dan die van de bouwkostenindex (zie figuur 2). De reeks kent meerdere omslagpunten en vertoont niet zoals de bouwkostenindex een monotoon stijgend verloop gedurende een groot aantal jaren. De ac's en pac's van verschillende differenties van de reeks van werkloosheidscijfers zijn weergegeven in tabel 2. De ac's van de eerste verschillen laten zeer duidelijk de aanwezigheid van een seizoenpatroon zien, terwijl in de reeks van seizoenverschillen nog een trendcomponent aanwezig lijkt. Bij de reeks $\nabla \nabla_4 Y_t$ is de eerste ac relatief groot. Het patroon van de pac's duidt erop dat hier van een eerste-orde autoregressief proces sprake is. Verder blijkt uit de pac's dat een seizoenparameter in het model opgenomen moet worden. Voor de periode 1950-1982 is het volgende model geschat:

$$(1 - 0,49B) \nabla \nabla_4 Y_t = (1 - 0,51B^4) u_t ; \quad \sigma_u = 96,5, \quad Q(13) = 19,3. \quad (3.5)$$

(0,08) (0,08)

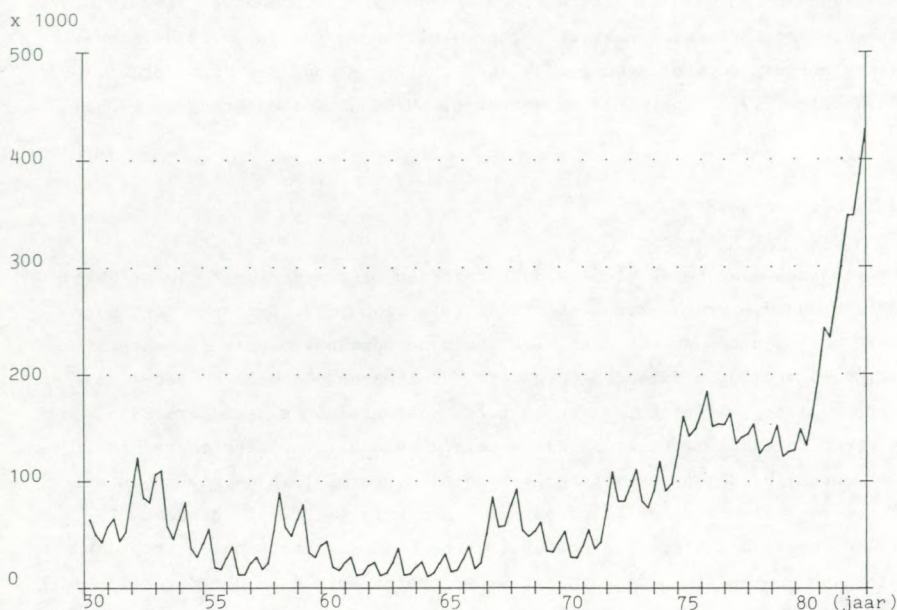
Om rekening te kunnen houden met mogelijke niveau-afhankelijkheid van de variantie van de storingen, is een model geschat op de waarnemingen na toepassing van de Box-Cox-transformatie. Er moet overigens op worden gewezen dat deze transformatie ook de verhouding van de seizoen- en trendcomponent beïnvloedt. Evenals bij de bouwkostenindex blijkt de verdere specificatie van het model niet afhankelijk te zijn van de waarde van λ . Schatting levert het volgende resultaat op:

$$(1 - 0,53B) \nabla \nabla_4 Y_t^{(0,4)} = (1 - 0,56B^4) u_t ; \quad Q(13) = 11,4. \quad (3.6)$$

(0,07) (0,08)

De standaardfout van de residuen na terug transformeren naar de oorspronkelijke waarnemingen is 72,1. De aanpassing van het model aan de waarnemingen is derhalve duidelijk beter dan wanneer geen Box-Cox-transformatie wordt toegepast.

Figuur 2. Geregistreeerde werkloosheid van mannen volgens de oude definitie van werkloosheid; 1950-1982



Tabel 2. Autocorrelatiecoëfficiënten en partiële autocorrelatiecoëfficiënten van de werkloosheid van mannen; 1950-1982

Reeks	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<u>Autocorrelatiecoëfficiënten</u>												
Y_t	0,89	0,80	0,74	0,68	0,59	0,51	0,48	0,45	0,39	0,36	0,37	0,38
∇Y_t	0,03	-0,32	-0,00	0,81	-0,10	-0,40	-0,09	0,67	-0,13	-0,39	-0,13	0,59
$\nabla_4 Y_t$	0,90	0,75	0,58	0,40	0,25	0,13	0,04	-0,04	-0,08	-0,10	-0,12	-0,12
$\nabla \nabla_4 Y_t^a)$	0,46	0,19	0,10	-0,21	-0,26	-0,19	-0,15	-0,12	0,01	0,08	0,03	-0,07
$\nabla^2 \nabla_4 Y_t^b)$	-0,25	-0,16	0,21	-0,27	-0,10	0,02	0,01	-0,10	0,07	0,11	0,06	-0,18
<u>Partiële autocorrelatiecoëfficiënten</u>												
Y_t	0,89	0,02	0,13	-0,01	-0,19	0,04	0,12	0,04	-0,07	0,05	0,12	0,08
∇Y_t	0,03	-0,32	0,02	0,78	-0,43	-0,10	-0,16	0,15	0,05	-0,00	-0,11	-0,01
$\nabla_4 Y_t$	0,90	-0,32	-0,13	-0,10	0,01	0,01	-0,05	-0,04	0,05	0,00	-0,05	-0,03
$\nabla \nabla_4 Y_t$	0,46	-0,02	0,03	0,33	-0,05	-0,03	0,03	-0,12	0,07	0,01	-0,04	-0,20
$\nabla^2 \nabla_4 Y_t$	-0,25	-0,23	0,12	-0,24	-0,20	-0,22	-0,05	-0,23	-0,14	-0,07	0,08	-0,29

a) De standaardfout loopt geleidelijk op van 0,09 naar 0,13.

b) De standaardfout loopt geleidelijk op van 0,09 naar 0,11.

Evenals bij de bouwkostenindex onderzoeken we ook bij de werkloosheids-cijfers de effecten van het opnemen van een extra differentie. De eerste twee ac's van de reeks $\nabla^2 \nabla_4 Y_t$ zijn negatief. Daar bij een autoregressief proces van de eerste orde met een negatieve coëfficiënt te verwachten is dat de tweede ac positief is, is hier gekozen voor een AR-model van de tweede orde:

$$\begin{matrix} (1 + 0,32B + 0,34B^2) \nabla^2 \nabla_4 Y_t = (1 - 0,65B^4) u_t ; \\ (0,08) \quad (0,08) \qquad \qquad \qquad (0,07) \\ \sigma_u = 98,3, \quad Q(12) = 13,4. \end{matrix} \quad (3.7)$$

Er is geen autocorrelatie in de residuenreeks aanwezig. De standaardfout van de storingsen is enigszins groter dan bij het model met eerste verschillen.

De modelidentificatie voor de reeks $\nabla^2 \nabla_4 Y_t$ is niet geheel onafhankelijk van de grootte van de parameter λ van de Box-Cox-transformatie. Bij lage λ wordt de tweede ac klein. Bij de schatting van het model met één AR-parameter blijkt evenwel dat de tweede ac van de residuen relatief groot is. Derhalve is een model met twee AR-parameters geschat:

$$\begin{matrix} (1 + 0,23B + 0,18B^2) \nabla^2 \nabla_4 Y_t^{(0,5)} = (1 - 0,64B^4) u_t ; \quad Q(12) = 8,6. \\ (0,09) \quad (0,09) \qquad \qquad \qquad (0,07) \end{matrix} \quad (3.8)$$

De ac's van de residuen verschillen niet significant van nul. De geschatte variantie van de storingsterm is 1,62. In termen van de oorspronkelijke waarnemingen is dit 77,1.

4. Voorspelkwaliteit

4.1. Voorspelcriteria

Daar beide reeksen tamelijk lang zijn, kan een vrij groot aantal ex ante-voorspellingen worden vergeleken met latere realisaties. Voor de periode 1966-1982 zijn vanaf ieder kwartaal nieuwe voorspellingen berekend. Daarbij zijn elk jaar na het vierde kwartaal de coëfficiënten van de verschillende ARIMA-modellen opnieuw geschat, terwijl in de loop van het jaar de voorspellingen steeds zijn bijgesteld op grond van de additionele waarnemingen.

Vanwege het grote niveauverschil in de loop van beide reeksen en tevens vanwege de betere interpreteerbaarheid en vergelijkbaarheid is als maatstaf voor de voorspelkwaliteit gekozen voor de gemiddelde relatieve grootte van de voorspelfouten (mean absolute percentage error = MAPE). Waar nodig zal overigens ook de gemiddelde gekwadrateerde fout (mean square error = MSE) in de beschouwing worden betrokken.

Ter beoordeling van de voorspelkwaliteit zijn de ex ante-voorspelfouten van de verschillende ARIMA-modellen vergeleken met de voorspelfouten van enkele eenvoudige extrapolatiemethoden. Allereerst zijn voorspellingen berekend met het model in niet-waargenomen componenten (Harvey en Todd (1983) spreken van 'structurele' modellen). Deze methode is, vergeleken met de Box-Jenkins-methode, 'naïef' in die zin dat dezelfde modelstructuur wordt verondersteld geschikt te zijn voor het voorspellen van verschillende reeksen.

Een andere eenvoudige extrapolatiemethode waarvan we de voorspelresultaten vergelijken met die van de ARIMA-modellen is het zeer veel toegepaste 'exponential smoothing'. Wanneer er sprake is van een reeks met trend en seizoen kan het Holt-Winters-model worden toegepast. Een eveneens veel toegepaste extrapolatiemethode bestaat uit het doortrekken van een aan de waarnemingen aangepaste trendcurve. Vooral polynomen worden veel gebruikt. Een probleem is daarbij de keuze van de schattingsperiode, aangezien de voorspellingen sterk worden beïnvloed door die keuze. Voor beide onderzochte tijdreeksen zijn voortschrijdende polynomen van verschillende graad geschat voor perioden met een wisselende lengte. In beide gevallen bleken eerste-gradspolynomen tot de beste voorspellingen te leiden. Een nog eenvoudigere en zeer weinig rekentijd kostende methode is het constant veronderstellen van òfwel het niveau òfwel de verandering van de reeks vanaf het tijdstip waarop de voorspelling moet worden gedaan.

4.2. Bouwkostenindex

Voor de bouwkostenindex zijn de gemiddelde absolute procentuele voorspelfouten van de verschillende modellen in tabel 3 vermeld voor een voorspeltermijn variërend van 1 tot 12 kwartalen. In de laatste kolom is ter vergelijking de gemiddelde procentuele verandering van de waarnemingen over intervallen van 1 tot 12 kwartalen vermeld. Deze veranderingen zijn (nagenoeg) gelijk aan de voorspelfouten van 'no change'-voorspellingen. Het meest opvallende resultaat is ongetwijfeld dat de voorspelfouten van de

Tabel 3. Bouwkostenindex: Gemiddelde absolute procentuele voorspelfout van 68 tijdstippen, 1966-1982^{a)}

voorspel- termijn	model ^{b)}									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0,91	0,93	0,91	0,93	1,07	1,03	1,15	1,10	1,35	1,97
2	1,61	1,56	1,53	1,72	1,72	1,59	1,70	1,84	2,45	3,89
3	2,43	2,21	2,23	2,43	2,34	2,23	2,39	2,44	3,53	5,71
4	3,29	2,92	2,90	3,12	2,89	2,94	3,07	2,92	4,95	7,45
5	4,29	3,71	3,68	4,07	3,76	3,64	3,95	3,80	7,07	9,23
6	5,07	4,41	4,35	4,96	4,38	4,31	4,60	4,42	9,22	10,99
7	5,83	5,03	4,97	5,92	5,02	5,02	5,23	4,99	10,97	12,71
8	6,77	5,51	5,41	6,81	5,51	5,69	5,72	5,43	13,65	14,41
9	7,58	6,03	5,88	7,64	6,04	6,12	6,39	6,10	16,68	16,13
10	8,63	6,57	6,38	8,35	6,51	6,48	6,80	6,54	19,29	17,84
11	9,70	7,06	6,84	9,20	6,85	6,93	7,33	6,86	21,81	19,54
12	10,59	7,46	7,20	9,97	7,18	7,40	7,69	7,23	24,58	21,21

a) Vanaf het eerste kwartaal van 1966 zijn voor 68 opeenvolgende kwartaal-maximaal 12 voorspellingen vooruit beschikbaar.

b) A: $(3,1,0)(1,0,0)_4$ met deterministische trend

B: $(3,1,0)(0,1,1)_4$

C: $(3,1,0)(0,1,1)_4$ met Box-Cox-transformatie

D: $(0,2,1)(0,1,1)_4$

E: niet-waargenomen componenten model geschat met Kalman-filter

F: Holt-Wintersmethode, additief seizoenmodel

G: voortschrijdende eerste-gradspolynoom, lengte schattingsperiode 4 kwartalen

H: $(0,1,0)(0,1,0)_4$

I: $(0,2,0)(0,1,0)_4$

J: procentuele verandering van de waarnemingen

verschillende methoden elkaar over het algemeen weinig ontlopen. Het verloop van de waarnemingen is doorslaggevend voor de orde van grootte van de voorspelfouten. Het is derhalve voor de beoordeling van de voorspelkracht van een bepaalde methode van belang vast te stellen welke orde van grootte van de voorspelfouten men mag verwachten. De naïeve voorspellingen kunnen hiervan een indicatie geven.

Wat de ARIMA-modellen betreft blijkt het model met een deterministische trend (model A; de aanduidingen van de modellen verwijzen naar tabel 3) het minder goed te doen dan de modellen die geen deterministische trend bevatten (modellen B en C). Het al dan niet toepassen van een Box-Cox-transformatie blijkt nauwelijks invloed uit te oefenen op de voorspelkwaliteit. De procentuele voorspelfouten zijn iets - zij het bijzonder weinig - kleiner

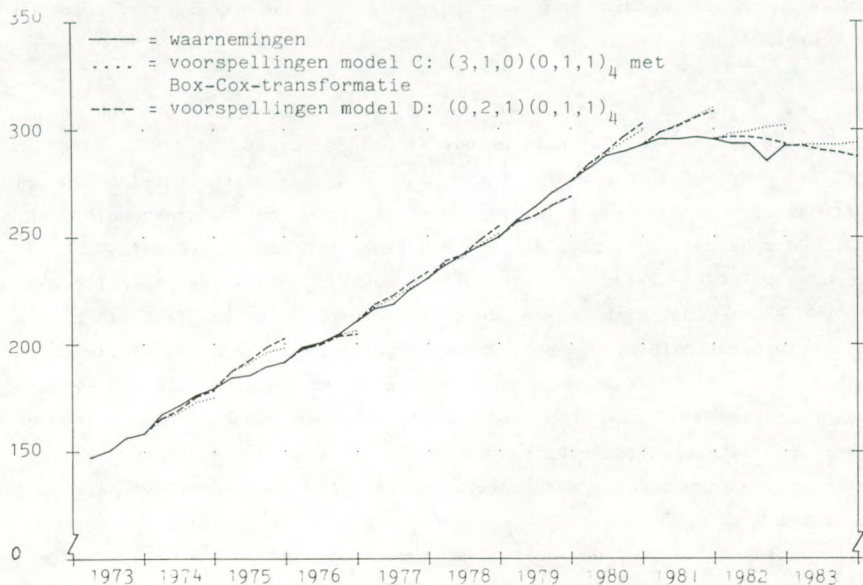
na transformatie, maar daar staat tegenover dat de kwadratische voorspelfouten iets - maar eveneens weinig - groter zijn na transformatie.

Een vergelijking van model D met modellen B en C laat zien dat het nemen van een extra differentie over de gehele voorspelperiode gemiddeld niet tot betere voorspellingen leidt. Figuur 3 laat evenwel zien dat in sommige situaties een extra differentie wel degelijk tot betere voorspellingen kan leiden. In figuur 3 zijn voor de laatste jaren de voorspellingen van de modellen C en D weergegeven, zoals die steeds in het vierde kwartaal voor het gehele volgende jaar kunnen worden berekend. Uit de figuur blijkt duidelijk dat het model met een extra differentie sneller op een trendomslag kan reageren, maar daar staat tegenover dat de voorspellingen soms de neiging hebben 'weg te lopen', waardoor gemiddeld - met name bij voorspellingen 2 of 3 jaar vooruit, die overigens niet in de figuur zijn weergegeven - de voorspelfout iets groter wordt.

Wanneer wordt gekeken naar de voorspellingen vanaf het derde kwartaal van 1980 (het begin van de afname van de trendmatige stijging) blijkt dat de gemiddelde voorspelfout van model D met twee differenties - afgezien van de seizoendifferentie - kleiner is dan die van model C met één differentie. Bij een voorspeltermijn van één kwartaal zijn de verschillen klein, maar bij een voorspeltermijn van vier kwartalen bijvoorbeeld is de gemiddelde voorspelfout van model D 2,8% en van model C 4,7%. Opvallend is dat de voorspelfouten van het model (D) met twee differenties in deze periode kleiner zijn dan gemiddeld over de periode 1966-1982, terwijl voor het model met één differentie juist het omgekeerde het geval is. Het is derhalve niet zonder meer mogelijk één van de modellen C en D als beste voorspelmodel te kiezen. Het feit dat de identificatie volgens de Box-Jenkins-procedure aangeeft dat met een enkele differentie kan worden volstaan, betekent niet dat een dergelijk model steeds tot de beste voorspellingen leidt. De keuze dient mede af te hangen van een afweging van enerzijds de mogelijkheid om gemiddeld zo klein mogelijke voorspelfouten te maken en anderzijds, de mogelijkheid om zo goed mogelijk te reageren op omslagen in de trend.

De voorspelfouten van de ARIMA-modellen in tabel 3 bedragen ongeveer 40% van de veranderingen in de waarnemingen. Opvallend is dat dit percentage voor modellen B en C vrij weinig varieert voor de verschillende voorspeltermijnen. De relatieve voorspelkracht neemt niet af met de voorspeltermijn. Verder blijkt er niet van een systematische onder- of overschatting sprake te zijn. Wanneer rekening wordt gehouden met het teken van de voor-

Figuur 3. Bouwkostenindex: ex ante-voorspellingen voor maximaal 4 kwartalen vooruit (1969=100)



spelfouten blijkt de gemiddelde procentuele voorspelfout nauwelijks van nul te verschillen. Bij voorspellingen voor vier kwartalen vooruit is de gemiddelde voorspelfout bijvoorbeeld ongeveer $-0,5\%$.

Overigens moet erop worden gewezen dat het feit dat alle ARIMA-specificaties vrij langzaam reageren op de vermindering van de trendmatige stijging halverwege 1980 voor een deel kan worden toegeschreven aan het in het model opnemen van seizoendifferenties en -parameters. Hierdoor wordt namelijk de in het model voorkomende maximale vertraging vergroot. Een mogelijkheid om dit effect van het seizoenmodel weg te nemen is het seizoenpatroon te modelleren met behulp van dummies. Het bezwaar hiervan kan zijn dat het model aan flexibiliteit inboet. Er wordt namelijk verondersteld dat het seizoenpatroon over de schattingsperiode constant is. Wanneer aan het model $(3,1,0)$ seizoendummies worden toegevoegd in plaats van het stochastische seizoenmodel $(0,1,1)_4$ blijkt dat er een duidelijk seizoenpatroon in de residuen aanwezig is. Wanneer evenwel de schattingsperiode wordt beperkt tot de laatste 10 jaar, blijkt het seizoenpatroon binnen die periode volle-

dig met de dummies beschreven te kunnen worden. De voorspellingen berekend met een dergelijk model blijken inderdaad sneller te reageren op een verandering in de trend. Een en ander betekent dat er bij de specificatie van het seizoenmodel rekening moet worden gehouden met de mogelijke effecten op de voorspellingen van de trendmatige ontwikkeling.

Vergelijking van de gemiddelde voorspelfout van de ARIMA-modellen met die van de andere - min of meer naïeve - methoden wijst uit dat de verschillen over het algemeen vrij klein zijn. Bij een voorspeltermijn van één kwartaal zijn de ARIMA-modellen systematisch (iets) beter, daarna niet meer. De conclusie moet zijn dat bij een reeks met een sterke gelijkmatige trend en relatief kleine storingen als de bouwkostenindex het specificeren van een ARIMA-model niet tot een duidelijke verbetering van de gemiddelde voorspelprestatie leidt ten opzichte van zeer eenvoudige extrapolatiemethoden. Hierbij moet evenwel de kanttekening worden gemaakt dat de voorspelprestaties van de verschillende modellen uiteen kunnen lopen in verschillende situaties zoals bijvoorbeeld bij een trendomslag. Op de stabilisatie in de jaren tachtig wordt meer adequaat gereageerd door het ARIMA-model met twee differenties dan het model met één differentie. Het eenvoudig doortrekken van tweede verschillen zonder een model te schatten is geen goed 'naïef' alternatief omdat het gemiddeld tot grote voorspelfouten leidt. Dit betekent dat men een voorkeur kan hebben voor het ARIMA-model met twee differenties, ook al zijn voor de gehele onderzochte periode de gemiddelde voorspelfouten niet kleiner dan die van naïeve methoden.

4.3. Werkloosheid

De gemiddelde voorspelfouten van de verschillende extrapolatiemethoden voor de werkloosheidscijfers zijn vermeld in tabel 4. Bij een vergelijking met de resultaten voor de bouwkostenindex valt vooral op dat het niveau van de voorspelfouten veel hoger ligt. Dit geldt ook voor de procentuele veranderingen. Zoals we reeds opmerkten, wordt de orde van grootte van de gemiddelde voorspelfout primair bepaald door het verloop van de waarnemingen en in veel geringere mate door de keuze van een specifiek model. In tabel 4 zijn in tegenstelling tot in tabel 3 geen voorspelfouten voor een voorspeltermijn van meer dan 8 kwartalen vermeld. De reden hiervoor is dat buiten deze voorspeltermijn de voorspelfouten zodanig groot zijn dat extrapolatie op die termijn blijkbaar weinig zin heeft.

Tabel 4. Werkloosheid van mannen: gemiddelde absolute procentuele voorspelfout van 68 tijdstippen, 1966-1982^{a)}

voorspel- termijn	model ^{b)}									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	7,6	7,3	8,2	7,6	9,4	8,0	21,8	9,5	9,1	20,6
2	13,3	14,2	15,0	16,8	15,1	13,3	26,0	16,4	18,7	27,3
3	18,6	20,2	21,4	25,7	20,5	17,6	28,4	22,4	26,8	25,0
4	24,1	25,6	29,4	35,6	26,2	22,1	36,5	27,6	37,2	23,4
5	31,4	33,6	42,7	52,8	37,5	27,5	49,9	38,7	59,1	33,7
6	37,1	41,7	56,7	75,1	46,7	31,3	55,4	48,2	82,1	37,8
7	42,0	49,5	67,5	98,9	52,5	34,3	60,4	55,0	100,4	37,7
8	46,6	57,4	77,6	130,9	59,1	38,0	65,8	61,3	123,5	38,8

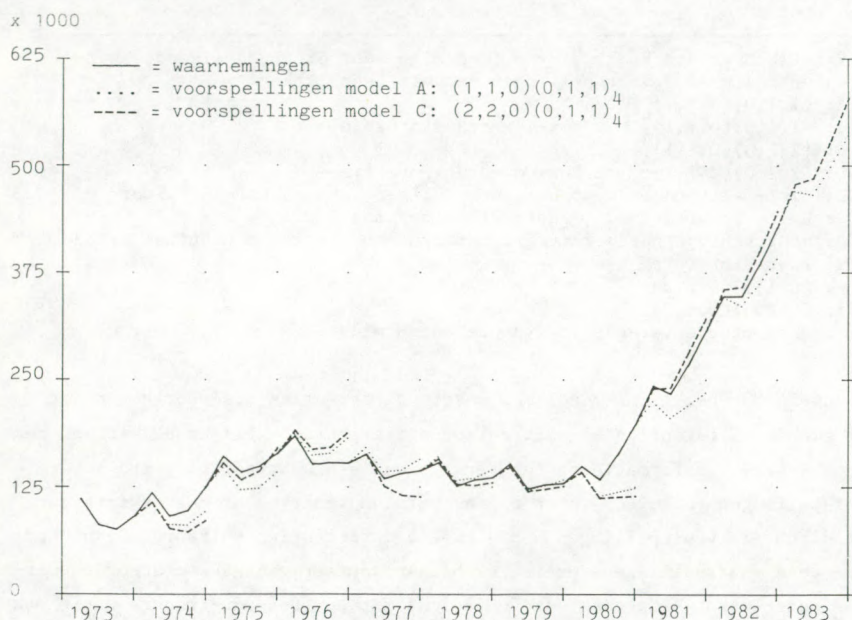
a) Vanaf het eerste kwartaal van 1966 zijn voor 68 opeenvolgende kwartalen maximaal 8 voorspellingen vooruit beschikbaar.

- b) A: (1,1,0)(0,1,1)₄
 B: (1,1,0)(0,1,1)₄ met Box-Cox-transformatie
 C: (2,2,0)(0,1,1)₄
 D: (2,2,0)(0,1,1)₄ met Box-Cox-transformatie
 E: niet-waargenomen componenten model geschat met Kalman-filter
 F: Holt-Wintersmethode, additief seizoenmodel
 G: voortschrijdende eerste-gradspolynomen, lengte schattingsperiode 8 kwartalen
 H: (0,1,0)(0,1,0)₄
 I: (0,2,0)(0,1,0)₄
 J: procentuele verandering van de waarnemingen

Zowel voor het ARIMA-model met eerste differenties als voor het model met tweede differenties - naast seizoendifferenties - blijkt de variant met een Box-Cox-transformatie op een termijn van één kwartaal tot iets betere voorspellingen te leiden, maar op een termijn van twee of meer kwartalen tot slechtere voorspellingen - bij tweede differenties zelfs tot beduidend slechtere voorspellingen. Overigens blijkt wanneer van gekwadrateerde voorspelfouten wordt uitgegaan dat de variant met een Box-Cox-transformatie ook op een termijn van één kwartaal tot slechtere voorspellingen leidt. De conclusie moet derhalve luiden dat hoewel in de schattingsperiode een Box-Cox-transformatie tot een betere aanpassing aan de waarnemingen leidt, een dergelijke transformatie niet tot betere ex ante-voorspellingen leidt. Het ARIMA-model met tweede differenties blijkt het minder goed te doen dan het model met eerste differenties, zij het dat op de zeer korte termijn de verschillen niet groot zijn. Er moet overigens op worden gewezen dat de voorspelfouten scheef zijn verdeeld. De mediaan is lager dan het gemiddelde. Voor model A is de mediaan van de voorspelfouten voor één kwartaal vooruit 4,9% en voor model C 4,7%. De grotere gemiddelde voorspelfout van model C

ten opzichte van model A kan voor een gedeelte worden toegeschreven aan uitschieters. Vergeleken met de bouwkostenindex valt op dat de voorspelfouten een veel groter percentage bedragen van de procentuele veranderingen in de waarnemingen, en dat dit percentage sterk toeneemt met de voorspeltermijn. Uitzondering vormen de voorspellingen één kwartaal vooruit. Evenals bij de bouwkostenindex blijken de ARIMA-modellen alleen bij een voorspeltermijn van 1 kwartaal tot betere voorspellingen dan de 'naïeve' methoden te leiden. Opvallend zijn vooral de goede resultaten van de Holt-Winters-methode.

Figuur 4. Werkloosheid van mannen: ex ante-voorspellingen voor maximaal 4 kwartalen vooruit



In figuur 4 zijn een aantal voorspellingen van de modellen A en C weer-gegeven. Uit de figuur blijkt dat de voorspellingen van het model met twee-differenties in een aantal gevallen minder goed zijn dan van het model met eerste differenties, maar daar staat tegenover dat ze beter reageren op de snelle trendstijging in het begin van de jaren tachtig. Ook het model in niet-waargenomen componenten blijkt redelijk goed deze trendstijging op te vangen. Dit is vooral van belang omdat dit model over de gehele periode 1966-1982 gemiddeld beter voorspelt dan het ARIMA-model met tweede differenties.

5. Conclusies

Dit rapport vormt het verslag van een empirisch onderzoek - van overigens beperkte omvang - naar de voorspelkracht van stochastische tijdreeksmodellen in vergelijking met verschillende eenvoudige alternatieven. Voor twee onderzochte tijdreeksen - de bouwkostenindex en de werkloosheid van mannen - is een groot aantal achtereenvolgende ex ante-voorspellingen berekend (namelijk vanaf ieder kwartaal in de periode 1966-1982). Er moet op worden gewezen dat het om reeksen gaat met een relatief niet zo grote storingscomponent. Dit kan gedeeltelijk worden toegeschreven aan het feit dat het niet om maand- maar om kwartaalcijfers gaat.

Voor beide onderzochte tijdreeksen geldt dat de identificatie volgens de Box-Jenkins-methode aangeeft dat modellen met eerste differenties - naast seizoendifferenties - moeten worden gekozen. Niettemin kunnen in bepaalde gevallen - met name wanneer er een wijziging in de trend optreedt - modellen met tweede differenties tot betere voorspellingen leiden. Weliswaar zijn de ex ante-voorspelfouten van modellen met eerste differenties gemiddeld over het algemeen kleiner dan van modellen met tweede differenties, maar het is mogelijk dat men toch de voorkeur geeft aan deze laatste modellen omdat men meer waarde hecht aan de - soms beduidend - betere voorspellingen na een ombuiging van de trend dan de gemiddeld wat minder goede voorspellingen in de rest van de onderzochte periode.

Gegeven de keuze van de differenties is identificatie van het ARIMA-model vaak nog niet eenduidig mogelijk. Dit blijkt echter in zoverre niet zo'n groot probleem te zijn dat schatting van de coëfficiënten voor gegeven waarnemingen de modellen naar elkaar doet tenderen. Ogenscheinlijk, wat structuur betreft, sterk verschillende modellen kunnen tot soortgelijke voorspellingen leiden. Wat de functionele vorm betreft, blijkt het moeilijk om te kiezen tussen een lineaire en een niet-lineaire vorm. Ook al is de aanpassing van een model na Box-Cox-transformatie in de schattingsperiode beter, dan betekent dat nog niet dat de ex ante-voorspellingsfouten kleiner zullen zijn. Een van de oorzaken is wellicht dat bij niet-lineaire transformatie de voorspellingen in termen van de oorspronkelijke waarnemingen vertekening vertonen (zie Granger en Newbold, 1976). Een andere oorzaak kan zijn dat bij de ARIMA-modellen de verschillende componenten niet worden onderscheiden. Dit betekent dat dezelfde transformatie op de trend en het seizoen wordt toegepast. Het zal duidelijk zijn dat dit zeker niet altijd

optimaal hoeft te zijn. Bovendien moet worden opgemerkt dat de coëfficiënten zijn geschat op grond van voorspellingen één tijdstip vooruit. Dit impliceert dat de geschatte coëfficiënten niet optimaal hoeven te zijn voor voorspellingen meerdere tijdstippen vooruit. Het zou denkbaar zijn voor iedere voorspeltermijn een afzonderlijk model te schatten.

Verder moet er op worden gewezen dat de specificatie van het stochastische seizoenmodel gevolgen kan hebben voor de voorspelling van de trendmatige ontwikkeling, met name wanneer een trendombuiging plaatsvindt, daar het seizoenmodel voor een additionele vertraging binnen het model zorgt. Wanneer het seizoenpatroon wordt geschat met behulp van dummies doet dit probleem zich niet voor, maar daar staat het bezwaar tegenover dat er dan minder goed rekening kan worden gehouden met een veranderend seizoenpatroon.

Uit de empirische resultaten blijkt dat ARIMA-modellen op de korte termijn weliswaar gemiddeld tot de kleinste voorspelfout leiden, maar dat de resultaten niet erg veel beter zijn dan van eenvoudige naïeve extrapolaties. Dit komt overeen met de conclusie die Makridakis en Hibon (1979) trekken uit een onderzoek naar de voorspelkracht van verschillende univariate methoden voor 111 tijdreeksen: "simpler methods perform well in comparison to the more complex and statistically sophisticated ARMA models" (zie ook Makridakis e.a., 1982). Dit betekent dat men in de praktijk de afweging zal moeten maken of de mogelijk slechts geringe verbetering in de nauwkeurigheid van de voorspellingen de extra kosten aan mens- en machine-tijd waard is.

Bij de interpretatie van de voorspelfouten van een bepaalde methode voor een gegeven tijdreeks dient men te bedenken dat waarschijnlijk de belangrijkste determinant van de voorspelfout het tijdstip is waarop de voorspelling wordt gedaan. In een periode met een geleidelijke regelmatige ontwikkeling doet elke methode het wel redelijk goed, terwijl in een periode van grote, elkaar snel opvolgende veranderingen elke methode tot grote fouten leidt. Chatfield (1978) merkt op dat "A useful rule-of-thumb is that if you think you can produce good forecasts for a series 'by eye', then statistical projections will probably work well. But if you can't, then they won't".

Literatuur

- Beer, J.A.A. de en H. van der Hoeven, 1984, Specificatie en voorspelkracht van tijdreeksmodellen: geavanceerde of naïeve extrapolaties. Intern CBS-rapport (Centraal Bureau voor de Statistiek, Voorburg).
- Box, G.E.P. en D.R. Cox, 1964, An analysis of transformations. Journal of the Royal Statistical Society, Series B 26, blz. 211-243.
- Box, G.E.P. en G.M. Jenkins, 1970, Time series analysis. Forecasting and control (Holden-Day, San Francisco).
- Box, G.E.P. en G.M. Jenkins, 1973, Some comments on a paper by Chatfield and Prothero and on a review by Kendall (with reply). Journal of the Royal Statistical Society, Series A 136, blz. 337-352.
- CBS (Centraal Bureau voor de Statistiek), 1984, Prijsindexcijfers van nieuwbouwwoningen; basisverlegging naar 1980=100. Maandstatistiek Bouwnijverheid 26(3), blz. 13-15.
- Chatfield, C., 1978, The Holt-Winters forecasting procedure. Applied Statistics 27, blz. 264-279.
- Chatfield, C. en D.L. Prothero, 1973, Box-Jenkins seasonal forecasting: problems in a case-study. Journal of the Royal Statistical Society, Series A 136, blz. 295-315.
- Granger, C.W.J. en P. Newbold, 1976, Forecasting transformed series. Journal of the Royal Statistical Society, Series B 38, blz. 189-203.
- Granger, C.W.J. en P. Newbold, 1977, Forecasting economic time series (Academic Press, New York).
- Harvey, A.C., 1981, Time series models (Philip Allan, Oxford).
- Harvey, A.C. en P.H.J. Todd, 1983, Forecasting economic time series with structural and Box-Jenkins models: a case study. Journal of Business and Economic Statistics 1, blz. 299-307.
- Makridakis, S. en M. Hibon, 1979, Accuracy of forecasting: an empirical investigation. Journal of the Royal Statistical Society, Series A 142, blz. 97-125.
- Makridakis, S. e.a., 1982, The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition. Journal of Forecasting 1, blz. 111-153.
- Nelson, H.L., Jr. en C.W.J. Granger, 1979, Experience with using the Box-Cox transformation when forecasting economic time series. Journal of Econometrics 10, blz. 57-69.
- Vos, A.F. de, 1983, De specificatie van relaties tussen tijdreeksen, i.h.b. (girale) geldhoeveelheden, inkomen en rente. Kwantitatieve Methoden 4 (10), blz. 10-32.

Ontvangen: 25-5-84