KM 6(1982)
pag. 153-154

NAUWKEURIGE BEREKENING VAN GEMIDDELDE EN STANDAARDDEVIATIE MET EEN REKENMACHINE

Joop M. Houtkooper *

Door van Nes (1980) is een vergelijking gemaakt van verschillende algoritmes voor het berekenen van gemiddelde en standaarddeviatie.
In dit verband verdient een algoritme dat door schrijver dezes toegepast wordt wellicht vermelding. Het is een variant op de praktijk bij handberekening, namelijk het verminderen van alle waarden met een handig gekozen bedrag dat op het oog in de buurt van het gemiddelde ligt. Bij een rekenmachine is het niet nodig hiervoor een afgerond getal te gebruiken, zodat een bruikbare waarde die van de eerste waarneming is. Bovendien maakt deze keus het mogelijk een eentrapsalgoritme te construeren, met het belangrijke voordeel boven een tweetrapsalgoritme dat de gegevens slechts eenmaal ingevoerd behoeven te worden. In sommige gevallen is een eentrapsalgoritme zelfs noodzaak bijvoorbeeld bij het bemonsteren van real-time processen.

Het betreffende algoritme dat we verder zullen aanduiden met "De Eerste De Beste", ziet er (in "steenkoolalgol") als volgt uit:

```
E1 = X(1)
SX = 0
X2 = 0
FOR I = 2,M
    DO  D = X(I) - E1
        SX = SX + D
        X2 = X2 + D * D
    OD
XP = SX / M
S2 = (X2 - XP * SX) / (M - 1)
XM = XP + E1
```

Het "De Eerste De Beste" algoritme vergt 2 delingen, m vermenigvuldigingen en 3m addities, waarmee het qua efficientie ongeveer even duur is als de definitie (tweetrapsalgoritme) en het klassieke eentrapsalgoritme (dat onnauwkeurig is), terwijl het aanmerkelijk goedkoper is dan het bijwerkende algoritme van West, dat m delingen, (2m-2) vermenigvuldigingen en (4m-3) addities vergt.
Een vergelijking van de rekennauwkeurigheid van de vier genoemde algoritmes is gemaakt door simulatie op een CDC Cyber 175 (machineprecisie ongeveer 14 significante cijfers). Hierbij werden, evenals in het door van Nes genoemde voorbeeld, telkens 20 steekproeven van 100 normaal verdeelde pseudo-random getallen gegenereerd. De waarden van de variantie, gevonden door berekening met normale precisie, werden steeds vergeleken met de

* Jan Swammerdam Instituut, Universiteit van Amsterdam,
Postbus 60000, 1005 GA Amsterdam.

waarden die het definitie-algoritme in dubbele precisie opleverde. De afwijkingen werden uitgedrukt in het aantal significante cijfers en gemiddeld over de 20 steekproeven, met het volgende resultaat:

TABEL:
Gemiddeld aantal significante cijfers van S^2

Algoritme:	Definitie	Klassiek eentraps	West's updating	De Eerste De Beste
Variatie-coefficient:				
10^{-1}	12.8	10.9	12.7	12.9
10^{-2}	12.4	8.9	12.1	12.3
10^{-3}	11.6	6.9	11.0	11.5
10^{-4}	10.6	4.9	10.1	10.5
10^{-5}	9.6	2.9	9.1	9.5
10^{-6}	8.5	0.9	8.0	8.6
10^{-7}	7.6	-	7.1	7.6

De conclusie luidt dat "De Eerste De Beste" behalve efficienter ook nauwkeuriger is dan West's updating algoritme, dat in de evaluatie van van Nes (1980) als beste naar voren kwam. We zien dat wat handig is bij de handberekening, met enige modifikatie ook handig is voor de rekenmachine.

Bij deze conclusie dienen wellicht nog enkele opmerkingen gemaakt te worden: Ten eerste, een speciaal geval treedt op wanneer de getallen toch al in het (snelle) geheugen van de rekenmachine staan, zodat zonder bezwaar het definitie-algoritme toegepast kan worden. Ten tweede, als de waarnemingen ronde getallen zijn, die een exakte interne representatie in de rekenmachine hebben, kan dit in een aantal gevallen exakte uitkomsten opleveren, in het bizonder bij het klassieke eentraps algoritme. Ten derde, als we in plaats van naar de gemiddelde nauwkeurigheid, naar de minst nauwkeurige uitkomst van de 20 kijken, valt de vergelijking tussen de algoritmes nog eens een halve decimaal slechter uit voor West's updating algoritme. Hierbij doet zich natuurlijk de vraag voor wat men als de kwaliteit van een algoritme wil hanteren.

Wat betreft toepassingen kan men bij statistische standaardpakketten ook denken aan de berekening van korrelatiematrices. Daarbij zou het verminderen van de waarden van alle variabelen met de waarden van de eerste waarneming wel eens een verbetering kunnen betekenen ten aanzien van de thans gebruikelijke algoritmes. Het zal duidelijk zijn dat deze metode gevoelig is voor pathologische waarden bij de eerste waarneming, maar in zulke gevallen lijkt het geboden de aandacht op andere zaken te concentreren dan de rekennauwkeurigheid. Het achteraf signaleren van zulke afwijkende waarden van de eerste waarneming, kan bij "De Eerste De Beste" eenvoudig gerealiseerd worden.

LITERATUUR:

Nes, F. van, Nauwkeurige berekening van gemiddelde en standaarddeviatie met een (zak)rekenmachine.
Kwantitatieve Methoden, 1 (1980) nr. 1, p. 143-152.