

EEN TIJDREEKSMODEL VOOR DE
KWARTAALVERKOPEN VAN EEN CHEMISCH BEDRIJF

door

J. Praagman en A.E. Ronner*

Samenvatting: Op verzoek van een bedrijf A, dat niet met name genoemd zal worden, hebben we een tijdreeksanalyse gemaakt van de kwartaalverkopten. We gaan in op de identificatie- en schattingsfase in de Box-Jenkinsmethode. De vraag of bedrijfstakgegevens een "leading indicator" kunnen vormen voor het bedrijf moet negatief beantwoord worden: deze gegevens komen veelal te laat ter beschikking en ook een transfermodelaanpak wees niet op een zodanig verband.

1. Inleiding

De verkoopcijfers van het bedrijf A zijn bekend vanaf het eerste kwartaal van 1962 tot en met het tweede kwartaal van 1980. Het bedrijf stelt dat de verkopen om de 3-5 jaar onderhevig zijn aan recessie-invloeden, terwijl binnen een jaar seizoeninvloeden optreden.

Deze chemische industrie penetreerde de eerste 10-15 jaar met nieuw materiaal in bestaande markten en vertoonde een overeenkomstige hoge trendgroei. Sedert 1973 lijkt er geen penetratie meer plaats te vinden ten koste van conventionele grondstoffen en wordt de (lagere) groei voornamelijk bepaald door groei van de markt zelf en het dan gevestigde marktaandeel van de industrie. Het onderzoek dient zich te richten op recessie, trend en seizoen- en ruisfluctuaties, die aanvankelijk door de sterke groei onderdrukt leken te worden maar nu prominenter beginnen te worden. Daarnaast wordt gevraagd naar verkoopvoorspellingen tot en met 1985 teneinde daarop een voorraadstrategie te kunnen baseren. Daar voorspellingen over zo'n lange periode nogal onbetrouwbaar zijn, vermelden we de predicties voor twee jaren.

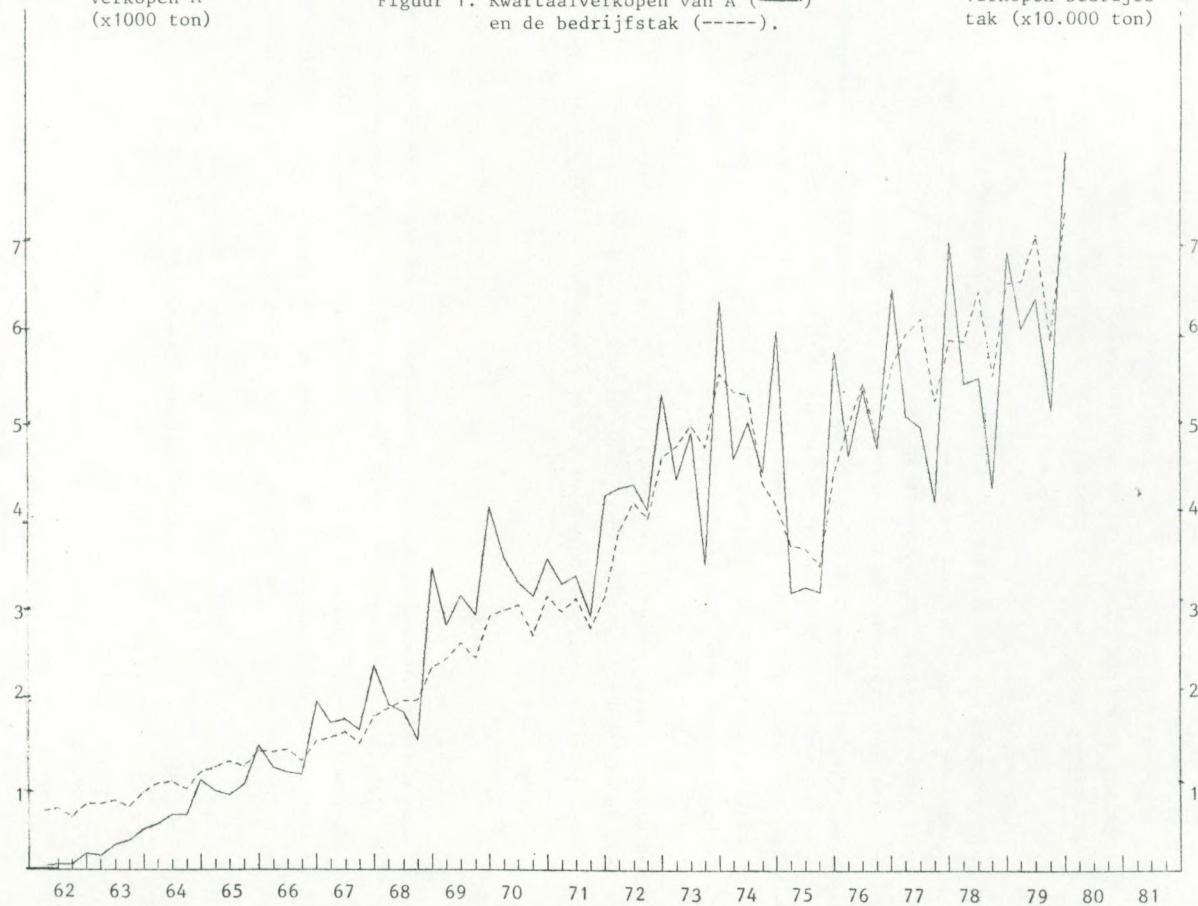
We hebben de beschikking over twee tijdreeksen, te weten: de kwartaalverkopten van bedrijf A en de kwartaalverkopten van de gehele bedrijfstak. De gegevens zijn gedeeltelijk opgenomen in Figuur 1. We hebben de reeksen geanalyseerd met Box-Jenkins methoden, [1]. Naast deze tijdreeksanalyse hebben we een

* Werkgroep TEST, Econometrisch Instituut Groningen. Tel. 050-116809.
Postbus 800, 9700 AV Groningen.

Verkopen A
(x1000 ton)

Figuur 1. Kwartaalverkopen van A (—)
en de bedrijfstak (-----).

Verkopen bedrijfs-
tak (x10.000 ton)



transfer-model gezocht voor deze twee reeksen.

In de paragrafen 2 en 3 gaan we nader in op de tijdreeksanalyse van bedrijf A resp. de bedrijfstak. Paragraaf 4 beschrijft de resultaten van het onderzoek naar een transfermodel en tenslotte vermelden we de conclusies.

2. Toepassing van de tijdreeksanalyse op de reeks van bedrijf A

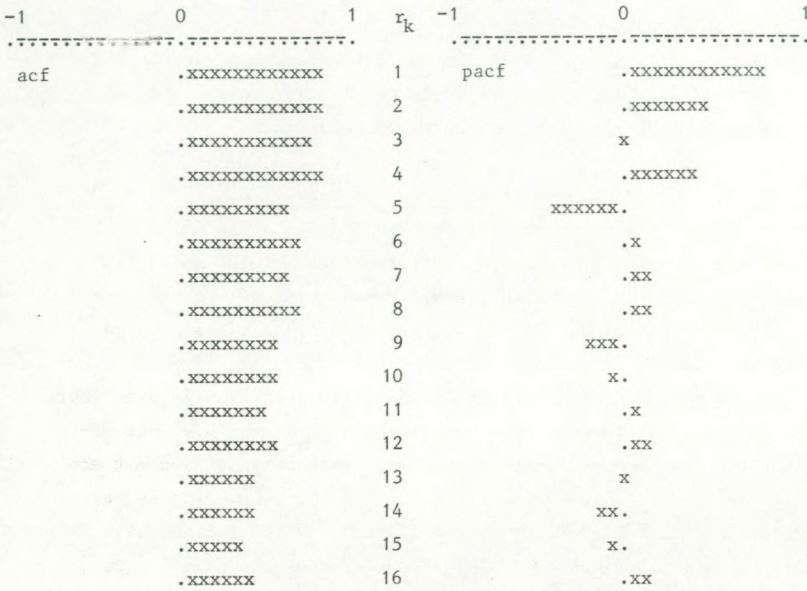
We zullen met behulp van de verkoopcijfers van bedrijf A een model schatten dat zich goed aanpast bij die verkopen, en vervolgens met dit model toekomstige verkopen voorspellen. We hebben gebruik gemaakt van de verkopen van 1962 tot en met 1979 een totaal dus van 72 waarnemingen. De terugval van de verkopen rond 1974 willen wij wijten aan de oliecrisis, terwijl wij in het verschil in groei van de verkopen in de verschillende jaren geen aanwijzingen voor een recessiecyclus zien. Dit te meer daar een nadere analyse van b.v. het geschatte model (2.2) alleen een snel uitdempende golfbeweging laat zien met een periode van 9 maanden en een dempingsfactor van $(0.7)^t$. Deze beweging is verwaarloosbaar t.o.v. het zeer duidelijke kwartaalpatroon. Wij delen derhalve de mening van bedrijf A niet, dat een duidelijk recessiecyclus aanwezig is. De verwerking van de resultaten zullen we in onderdelen onderbrengen, te weten: de identificatiefase, de schattings- en toetssingsfase en de voorspelfase.

De identificatiefase.

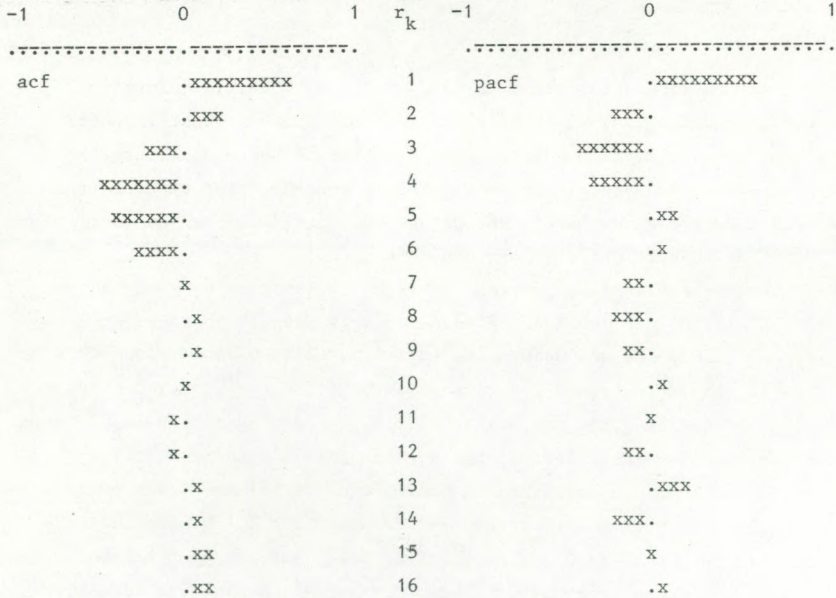
Het identificeren vindt plaats aan de hand van de autocorrelatiefunctie (acf) en de partiële autocorrelatiefunctie (pacf). Deze laatste functie geeft aanwijzingen over de orde p van een eventuele AR faktor in het model, terwijl het niet snel uitdempen van de acf een aanwijzing is voor het niet stationair zijn van de reeks. De tijdreeks levert schattingen op voor de acf en de pacf, waarvan wij bij onze identificatie 16 waarden gebruiken.

In eerste instantie hebben we getracht de reeks Y_t , waarmee we vanaf nu de reeks van bedrijf A aanduiden, te identificeren. Dat levert als beeld voor de acf en pacf Figuur 2.1 op. De acf dempt niet snel uit, hetgeen aanleiding heeft gegeven om over te gaan op de reeks $\nabla_4 Y_t$,¹⁾ dit omdat r_4 , r_8 , r_{12} en r_{16} steeds iets groter zijn, bovendien geeft het seizoenpatroon ook een indicatie in die richting. Wanneer we bij verdere identificatie geen aanwijzingen meer krijgen zouden we voor Y_t nog kunnen onderzoeken in hoeverre een AR(5) model een goede aanpassing oplevert, dit gezien het verloop van de pacf voor Y_t . De identificatie van $\nabla_4 Y_t$ levert de acf en pacf van Figuur 2.2. Zowel acf als pacf hebben een golvend karakter hetgeen wijst op een ARMA (p,q) model. Eenduidige identifi-

¹⁾ We gebruiken de Box-Jenkins notatie $BY_t := Y_{t-1}$ en $\nabla_4 Y_t := (1 - B^4)Y_t$.



Figuur 2.1: Autocorrelatie- en partiële autocorrelatiefunctie voor Y_t



Figuur 2.2: Autocorrelatie- en partiële autocorrelatiefunctie voor $\nabla_4 Y_t$

catie voor de waarden van p en q zijn uit Figuur 2.2 niet mogelijk, vandaar dat wij ons in de schattingsfase niet beperken tot één model, maar de volgende twee modellen schatten:

- a. Het ARMA (3,2) model voor $\nabla_4 Y_t$,
- b. Een "overfit" van het voorgaande model namelijk het ARMA (4,4) model voor de reeks $\nabla_4 Y_t$.

Wij willen verder nog opmerken dat we in de identificatie nog diverse reeksen onderzocht hebben. Voor zover die identificatie aanwijzingen opleverde hebben we die aanwijzingen ook in de schattingsfase onderzocht, maar deze twee modellen leverden de beste resultaten op.

De schattings- en toetsingsfase.

We hebben in de identificatiefase waarden gevonden voor d , s , p en q , nu resteert ons nog het schatten van de model parameters φ_1 t/m φ_p , θ_1 t/m θ_q en θ_0 . Schatting geschiedt aan de hand van het Marquard algoritme voor niet lineaire kleinste kwadraten, waarvan een korte beschrijving te vinden is in [1] op pagina 504-505. Het computerprogramma van D.J. Pack [2] is gebruikt. Bij de schatting van de residuen wordt geen gebruik gemaakt van back-forecasting [1] pagina 200-212. Bij de toetsing van een model zijn de χ^2 -waarde van belang en verder de significantie van de modelparameters. Hebben we eenmaal een model gevonden, dan kunnen we door het model op te starten de afwijkingen vinden van de modelwaarden ten opzichte van de werkelijke verkopen. De som van de kwadraten van deze afwijkingen, of residuen, (rss) geven een indicatie over de ruis waar- aan het model onderhevig is. Bij de verschillende modellen is de rss-waarde vermeld.

Onze eerste schatting betrof het model

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3) \nabla_4 Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2) a_t \quad (2.1)$$

De volgende gegevens staan ons ter beschikking voor de toetsing van dit model:

1. De 95% betrouwbaarheidsgrenzen voor de schattingen van de modelparameters.

Tabel 2.1: Parameterschattingen voor model (2.1).

parameter	ondergrens	schatting	bovengrens
φ_1	1,21	1,46	1,70
φ_2	-1,50	-1,17	-0,85
φ_3	0,07	0,32	0,57
θ_1	0,78	0,81	0,85
θ_2	-1,10	-1,07	-1,04

Alle parameters zijn dus op twee sigma-nivo significant.

2. De waarden van de acf en pacf van de residuen, die voor dit model geen van alle significant blijken te zijn.
3. De rss-waarde voor het model van 13,7 miljoen. Dat geeft als gemiddelde 200 duizend voor het kwadraat van het residu, hetgeen niet slecht is ten opzichte van het gemiddelde van de reeks, dat 3320 is.
4. De χ^2 -waarde van het model van 22,7. Ten opzichte van de kritieke waarde van de χ^2 -verdeling met 31 graden van vrijheid, 44 ligt deze waarde zodanig dat de hypothese dat de residuen witte ruis zijn niet behoeft te worden verworpen. Het model (2.1) behoeft dus geen uitbreiding meer.
5. De correlaties tussen de parameterschatters zijn laag.
6. De complexe wortels $(0,7 \pm 0,95i)$ van het AR-gedeelte leiden tot een cyclische component met een dempingsfactor $(0,8)^t$ en periode 7 jaren. De demping is zo snel dat niet van een recessiecyclus kan worden gesproken

Vervolgens onderzoeken we of het opnemen van meer parameters tot een betere specificatie leidt. We starten met het model

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3 - \varphi_4 B^4) \nabla_4 Y_t = \theta_0 + (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \theta_3 B^3 - \theta_4 B^4) a_t.$$

Niet alle geschatte parameters in dit model blijken significant te zijn. Als we de niet significante parameters weglaten vinden we het volgende model

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_3 B^3) \nabla_4 Y_t = \theta_0 + (1 - \theta_1 B - \theta_4 B^4) a_t,$$

met de volgende schattingen

parameter	ondergrens (95%)	schatting	bovengrens (95%)
φ_1	0,67	0,88	1,09
φ_3	-0,48	-0,30	-0,11
θ_0	80,53	143,11	205,69
θ_1	0,64	0,74	0,84
θ_4	0,29	0,56	0,83

Bovendien vermelden we de correlaties tussen de schattingen.

Correlatiematrix van de parameters

	φ_1	φ_3	θ_0	θ_1	θ_4
φ_1	1				
φ_3	-0,53	1			
θ_0	-0,61	-0,35	1		
θ_1	0,59	-0,41	-0,21	1	
θ_4	-0,61	0,45	0,17	-0,92	1

Het blijkt dat de schatters voor θ_1 en θ_4 hoog correleren. Derhalve hebben we tenslotte het volgende model geschat

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_3 B^3) \nabla_4 Y_t = \theta_0 + (1 - \theta_4 B^4) a_t \quad (2.2)$$

met als resultaat

parameter	ondergrens (95%)	schatting	bovengrens (95%)
φ_1	0,63	0,42	0,85
φ_3	-0,22	-0,45	0,04
θ_0	215,43	100,72	330,15
θ_4	0,46	0,72	0,71

Tabel 2.2: Parameterschattingen voor model (2.2).

1. Alle parameters zijn op twee sigma-nivo significant.
2. De acf en pacf geven bij de eerste zestien waarden geen significante waarde te zien.
3. De rss-waarde is 14,1 miljoen. De gemiddelde kwadratische afwijking is dus ongeveer 230 duizend, wat ten opzichte van de gemiddelde verkoop van 3220 niet slecht is.
4. De χ^2 -waarde van het model is 21.9. Ten opzichte van de kritieke waarde 44 van de χ^2 -verdeling met 32 vrijheidsgraden, is dit laag genoeg. De hypothese dat de residuen witte ruis zijn hoeft dus niet te worden verworpen.
5. De complexe wortels van het AR-gedeelte leiden tot een cyclische component van de volgende gedaante

$$w_t = c_1 (0,7)^t \cos[0,7t + c_2]$$

De periode is ca. 9 maanden, maar deze beweging dempt zo snel uit dat de kwartaalschommeling zeer duidelijk domineert. We zien derhalve geen duidelijke recessiecyclus.

Wanneer we nu tot slot de modellen (2.1) en (2.2) onderling vergelijken, blijkt model (2.2) iets beter uit de toetsing te voorschijn te komen. Het verschil is echter zo gering, dat we eerst de voorspellingen willen bekijken alvorens een keus tussen de modellen te maken.

De voorspelfase.

In Figuur 2 vinden we de voorspellingen gebaseerd op model (2.1):

$$(1-1,46B+1,17B^2-0,32B^3)\nabla_4 Y_t = (1-0,81B+1,07B^2)a_t$$

Tabel 2.3: Voorspellingen op basis van model (2.1), met daarbij 95% betrouwbaarheidsintervalgrenzen, voor bedrijf A.

jaar	kwartaal	ondergrens	voorspelling	bovengrens	jaartotaal
1980	1	5632	6537	7441	25728
	2	5317	6392	7476	
	3	3618	4928	6239	
	4	6385	7871	9357	
1981	1	4631	6561	8491	26063
	2	4549	6536	8524	
	3	3027	5062	7079	
	4	5814	7904	9994	

In Figuur 3 staan de voorspellingen op basis van model (2.2) weergegeven:

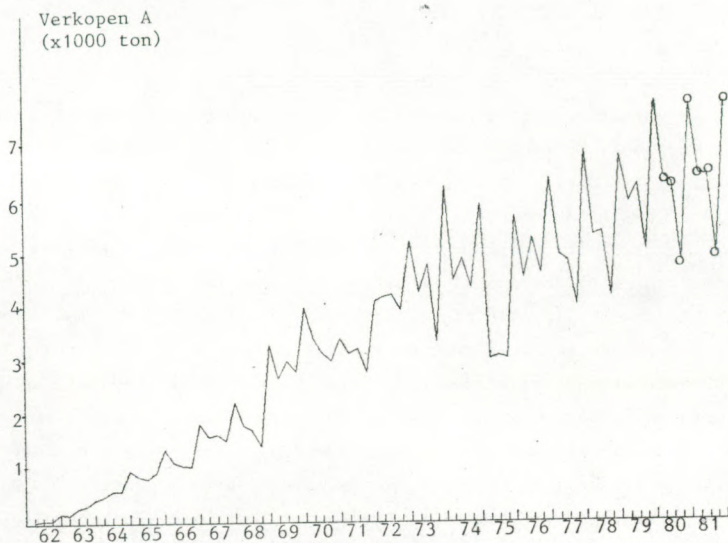
$$(1-0,63B+0,22B^3)\nabla_4 Y_t = 215,43+(1-0,46B^4)a_t.$$

Gedetailleerder vonden we:

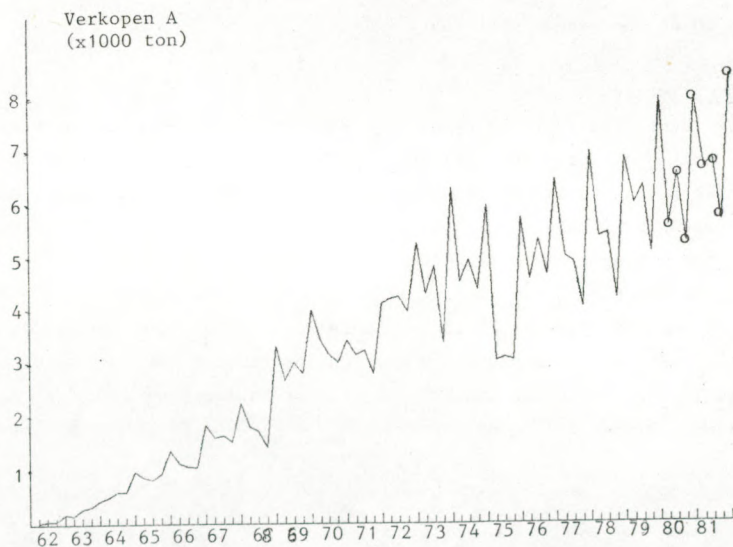
Tabel 2.4: Voorspellingen op basis van model (2.2), met daarbij 95% betrouwbaarheidsintervalgrenzen, voor bedrijf A.

jaar	kwartaal	ondergrens	voorspelling	bovengrens	jaartotaal
1980	1	5581	6525	7469	26499
	2	5493	6612	7731	
	3	4143	5327	6510	
	4	6851	8035	9218	
1981	1	5451	6699	7947	27775
	2	5636	6895	8154	
	3	4456	5719	6982	
	4	7198	8462	9725	

Figuur 2. Voorspellingen (o) op basis van model (2.1)
voor bedrijf A.



Figuur 3. Voorspellingen (o) op basis van model (2.2)
voor bedrijf A.



Ook nu komt model (2.2) weer beter naar voren als we letten op de breedte van de betrouwbaarheidsintervalgrenzen voor de voorspellingen. Als slot van dit hoofdstuk willen we dan ook opmerken dat wij vinden dat model (2.2) zich het best aanpast aan de A-reeks.

Opmerking.

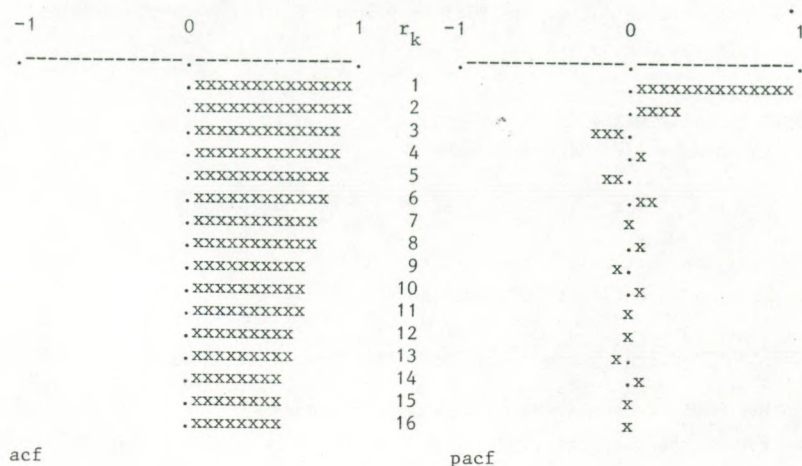
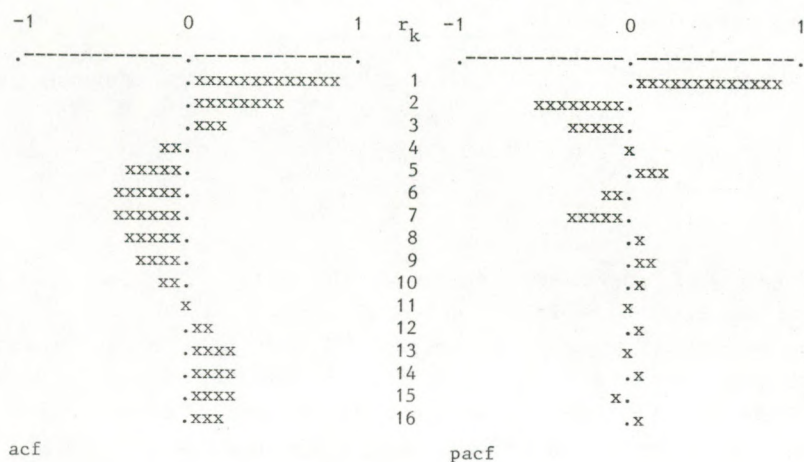
Een referee suggereerde over te gaan op logaritmes omdat de tijdreeks toenemende fluctuaties vertoont. We vonden via logaritmes echter geen modellen met betere fit. Waarschijnlijk "overcorrigeert" de log-transformatie met name voor de vrij vlak verlopende beginwaarnemingen.

3. Toepassing van de tijdreeksanalyse op de reeks van de bedrijfstak

Met dezelfde werkwijze als die beschreven in paragraaf 2, zullen we een model identificeren en schatten voor de reeks X_t , waarmee in het vervolg de reeks van de bedrijfstak zal worden aangeduid. Er is gebruik gemaakt van de bekende verkopen van 1955 tot en met 1979 om tot een modelspecificatie te komen. Om ook hier te onderzoeken of er een recessiecyclus blijkt uit de verkoopcijfers, zijn in Figuur 1 de verkopen grafisch weergegeven. Dezelfde conclusie als die met betrekking tot de reeks Y_t trekken wij ook hier weer, namelijk dat wij geen aanleiding zien om op grond van de gegevens te constateren dat er een recessiecyclus zou zijn. De complexe wortels van het A.R.-gedeelte van b.v. model (3.1) leiden tot een snel dempende cyclische beweging van de orde $(0,8)^t$ en een periode van 13 jaren. De resultaatverwerking vindt op dezelfde manier plaats als in de voorgaande paragraaf.

De identificatiefase.

Bij de identificatie van de reeks X_t , waarmee we zijn begonnen, kregen we een acf en pacf zoals verkort weergegeven in Figuur 3.1. We gebruiken ook nu bij identificatie alleen de eerste 16 waarden van acf en pacf. De acf dempt niet snel uit hetgeen aanleiding geeft om een differentie te nemen voor de reeks X_t . Gezien de aard van de cijfers ligt het voor de hand een differentie ∇_4 te nemen, ook al zijn de waarden r_4 , r_8 , r_{12} en r_{16} niet groter dan de andere autocorrelaties. Als bij verdere identificatie geen model uit de bus komt dan kunnen we op basis van de pacf misschien zoeken in de richting van een AR(3) model of een AR(6) model. De identificatie van $\nabla_4 Y_t$ levert het verloop van de acf en pacf zoals die zijn te vinden in Figuur 3.2.

Figuur 3.1: Acf en pacf voor X_t .Figuur 3.2: Acf en pacf voor $\nabla_4 X_t$.

Voor de acf maar ook wel pacf heeft een golvend karakter hetgeen een verwijzing is naar een ARMA(p,q) proces. Gezien het feit dat de pacf na de eerste 7 waarden vrijwel 0 is, willen we ook nog zoeken in de richting van een AR(p) proces. Eenduidige identificatie is ook nu dus weer moeilijk daarom willen we weer twee modellen schatten:

- Een ARMA(4,4) model op basis van reeks $\nabla_4 Y_t$.
- Een AR(7) model, ook op basis van $\nabla_4 Y_t$.

Tenslotte nog de opmerking dat we ook hier meer specificaties hebben onderzocht dan in dit rapport beschreven staan.

De schattings- en toetsingsfase.

Als eerste model willen we onderzoeken

$$(1-\varphi_1 B-\varphi_2 B^2-\varphi_3 B^3-\varphi_4 B^4)\nabla_4 Y_t = \theta_0 + (1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\theta_3 B^3-\theta_4 B^4)a_t.$$

Van dit model blijken niet alle parameters significant te zijn en na enkele aanpassingen komen we tenslotte uit bij model (3.1):

$$(1-\varphi_1 B-\varphi_2 B^2)\nabla_4 Y_t = \theta_0 + (1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-\theta_4 B^4)a_t. \quad (3.1)$$

Toetsing van het model is gebaseerd op de volgende gegevens:

1. De 95% betrouwbaarheidsgrenzen voor de geschatte modelparameters die in Tabel 3.1 opgenomen zijn.

parameter	ondergrens	schatting	bovengrens
φ_1	1,25	1,46	1,67
φ_2	-0,84	-0,66	-0,47
θ_0	88,05	576,77	1065,50
θ_1	0,11	0,30	0,50
θ_2	-0,67	-0,38	-0,09
θ_4	0,11	0,42	0,72

Tabel 3.1: Parameterschattingen voor model (3.1).

Alle parameters zijn dus significant op twee sigma-nivo.

2. De waarden voor de acf en pacf van de residuen, die geen van alle significant blijken te zijn.
3. De rss-waarde van 368 miljoen voor het model. Dat betekent dat de gemiddelde afwijking in het kwadraat rond 4 miljoen ligt, hetgeen niet slecht is ten opzichte van de gemiddelde waarde 24 duizend van de reeks X_t .
4. De χ^2 -waarde van 15,3 van het model. Vergelijking met de kritieke waarde van de χ^2 -verdeling met 30 vrijheidsgraden laat zien dat de hypothese dat de residuen witte ruis zijn niet behoeft te worden verworpen. Wij achten derhalve toevoegingen aan dit model niet noodzakelijk.

Vervolgens onderzoeken we het tweede model dat we vonden in de identificatiefase:

$$(1-\varphi_1 B-\varphi_2 B^2-\varphi_3 B^3-\varphi_4 B^4-\varphi_5 B^5-\varphi_6 B^6-\varphi_7 B^7)\nabla_4 Y_t = \theta_0 + a_t$$

Van dit model blijkt de parameter φ_2 niet significant te zijn, waardoor we overgaan op:

$$(1 - \varphi_1 B - \varphi_3 B^3 - \varphi_4 B^4 - \varphi_5 B^5 - \varphi_6 B^6 - \varphi_7 B^7) \nabla_4 Y_t = \theta_0 + a_t. \quad (3.2)$$

Toetsing van dit model is gegrond op:

1. De 95% betrouwbaarheidsgrenzen voor de geschatte modelparameters, die te vinden zijn in Tabel 3.2.

parameter	ondergrens	schatting	bovengrens
φ_1	1,01	1,15	1,29
φ_3	-0,71	-0,43	-0,16
φ_4	-0,70	-0,37	-0,03
φ_5	0,05	0,39	0,73
φ_6	0,07	0,19	0,39
φ_7	-0,52	-0,31	-0,09
θ_0	474,81	1092,20	1709,60

Tabel 3.2: Parameterschattingen voor model (3.2).

Alle parameters zijn dus op twee sigma-nivo significant.

2. De acf en pacf van de residuen, die geen significante waarden laat zien.
3. De rss-waarde voor model (3.2) van 372 miljoen leidt tot dezelfde conclusie als de rss-waarde voor model (3.1).
4. De χ^2 -waarde van 11,5, die het laagste is van alle modellen die we onderzocht hebben, de residuen mogen dan ook geacht worden witte ruis te zijn.

Vergelijken we nu tot slot de modellen (3.1) en (3.2), dan blijkt model (3.2) gezien de χ^2 -waarde beter te zijn. Het enige waarin model (3.1) beter te voorschijn komt is het aantal modelparameters, 6 voor model (3.1) tegen 7 voor model (3.2).

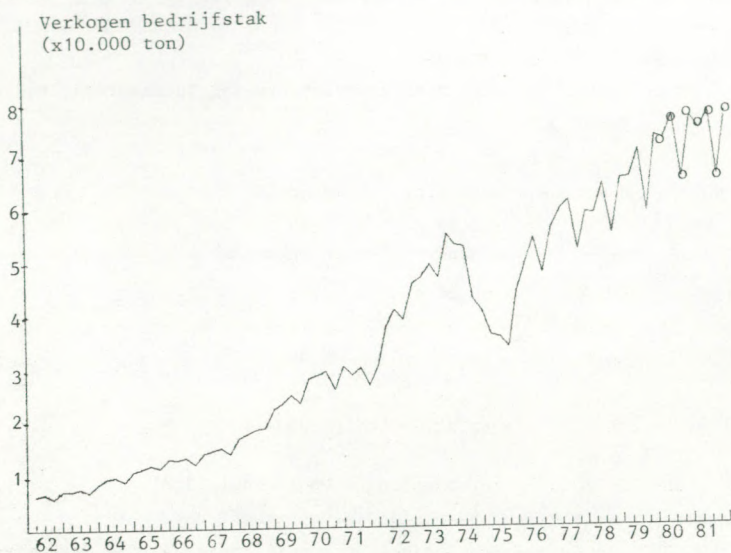
Ondanks bovenstaande conclusie willen we de voorspellingen geven op basis van beide boven geschatte modellen, dit om te laten zien hoe beide totaal verschillende modellen toch tot overeenkomstige voorspellingen voor de toekomstige verkopen leiden.

De voorspelfase.

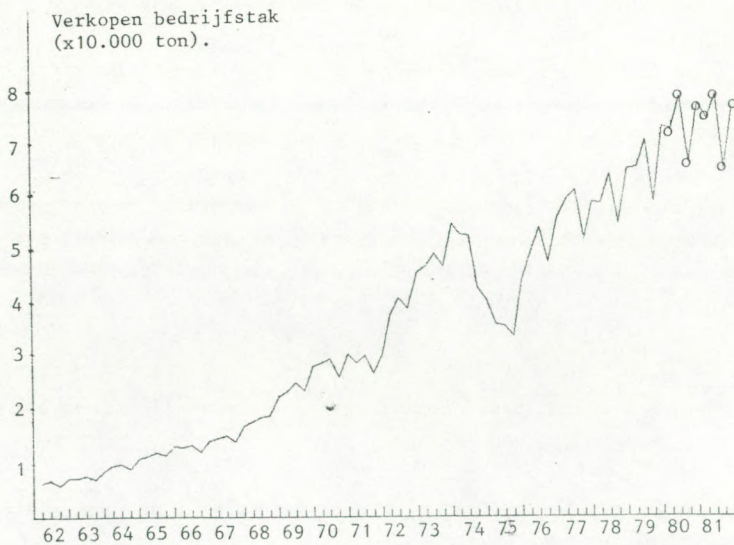
In de Figuren 4 en 5 staan respectievelijk de voorspellingen op basis van model (3.1) en model (3.2) weergegeven.

Conclusie: Als we nu aan het eind van de paragrafen 2 en 3 de voorspellingen

Figuur 4. Voorspellingen (o) op basis van model (3.1)
voor de bedrijfstak.



Figuur 5. Voorspellingen (o) op basis van model (3.2)
voor de bedrijfstak.



voor bedrijf A en de voorspellingen voor de gehele bedrijfstak naast elkaar houden, dan blijkt dat daarin hetzelfde beeld te zien is als in de verkopen tot 1980. Bedrijf A had eerst een aandeel van ruim 10% in de markt, maar verliest daarvan geleidelijk een deel tot een marktaandeel resteert van ca. 8,5% in 1981.

4. Toepassing transfer-model op de reeksen van bedrijf A en van de gehele bedrijfstak

We duiden evenals in de vorige paragrafen de reeksen aan met Y_t (bedrijf A) en X_t (bedrijfstak). Om eventueel betere voorspellingen te kunnen geven voor bedrijf A onderzoeken we of X_t opgevat kan worden als "leading indicator" van de reeks Y_t . Bij dit alles is gebruik gemaakt van de verkoopcijfers voor de jaren 1962 tot en met 1979. Om te beginnen is van de reeksen X_t en Y_t overgegaan op de reeksen $x_t = \nabla_4 Y_t$ en $y_t = \nabla_4 X_t$, die beide stationair zijn. Het transfer-model luidt

$$y_t = v(B)x_t + \eta_t, \quad (4.1)$$

waarbij $v(B)$ de transferfunctie en η_t witte ruis voorstelt. Vervolgens wordt de invoer voor het transfermodel gezuiverd: we hebben het volgende model voor x_t geschat

$$x_t = \varphi_x^{-1}(B)\theta_x(B)u_t + \theta_0, \quad (4.2)$$

waarbij u_t witte ruis is en

$$\begin{aligned}\varphi_x(B) &= 1 - 1,77B + 1,10B^2 - 0,22B^3 + 0,01B^4 \\ \theta_x(B) &= 1 - 0,78B + 0,37B^2 - 0,34B^3 - 0,54B^4\end{aligned}$$

en

$$\theta_0 = 312,18.$$

Wellicht door de veranderde basisperiode vonden we andere prewhiting-modellen dan in paragraaf 3 naar voren kwamen. Vanuit aanpassingsoogpunt bekeken bleek echter (4.2) de beste fit te geven.

Door y_t analoog te zuiveren

$$y_t = \varphi_x^{-1}(B)\theta_x(B)m_t + \theta_0 \quad (4.3)$$

geldt

$$m_t = v(B)u_t + e_t, \quad (4.4)$$

waarbij $e_t = \varphi_x(B)\theta_x^{-1}(B)\eta_t$. Uit de kruiscorrelatiefunctie van u_t met m_t moeten nu de schattingen voor de parameters van de transfer-functie gevonden worden. Als we echter de kruiscorrelatiefunctie bekijken, zien we dat m_t gecorreleerd is met u_{t+k} , dat wil dus zeggen dat een huidige waarde van de reeks y verklaard zou worden uit (een) toekomstige waarde(n) van de reeks X_t . Op zich vinden we deze uitkomst niet zo bevreemdend omdat A zelf een deel van die bedrijfstak is. Verder concluderen we hieruit dat A een beleid voert dat sneller reageert op veranderingen in de markt dan de "gemiddelde" representant van de bedrijfstak. Het zou dus best mogelijk zijn dat een transfer-model gevonden kan worden, waarbij A als "leading indicator" fungeert voor de hele bedrijfstak. Wij hebben dat echter niet onderzocht omdat dit voor het voorspellen van verkoopcijfers van bedrijf A verder niet interessant is.

5. Conclusies:

1. We kunnen in de verkoopcijfers geen aanwijzingen vinden die wijzen op een recessiecyclus.
2. Het is niet mogelijk de resultaten van de tijdreeksanalyse en het transfer-model naast elkaar te leggen aangezien het transfer-model geen perspectieven biedt.
3. Uit de analyse nodig bij het vinden van een transfer-model blijkt dat bedrijf A geen bedrijfstakstrend volgt, hetgeen tot gevolg heeft dat de A reeks niet voorspeld kan worden uit de bedrijfstakreeks.
4. Het marktaandeel van bedrijf A vertoont een dalende trend.

Literatuur:

1. Box, G.E.P. and Jenkins, G.M.: Time Series Analysis. forecasting and control, (1976) Holden Day.
2. Pack, D.J., Box-Jenkins Programs. AFS, Inc., Hatboro, Pennsylvania, USA.