

## KAPACITEITSPLANNING IN HET STUWADOORSBEDRIJF

door

K.M. van Hee en D.K. Leegwater - AKB (Adviesbureau voor Kwaliteitsbeleid  
en Besliskunde B.V.)

### 1. INLEIDING

In dit artikel wordt de problematiek van de capaciteitsplanning beschreven, die zich voordoet in het stuwadoorsbedrijf.

Aandacht wordt besteed aan de praktijkproblemen van het management, de modelvorming en het planningsgereedschap dat werd ontwikkeld voor het management.

Deze praktijkstudie is gebaseerd op ervaringen bij een drietal stuwadoorsbedrijven. Het modelvormingsproces dat in dit verhaal veel aandacht krijgt, wordt gekenmerkt door veel heuristische methoden die veelal geverifieerd zijn met simulaties en praktijkmetingen. In sectie 8 wordt aan dit onderwerp nog enige aandacht besteed.

Allereerst wordt in het kort geschetst hoe een stuwadoorsbedrijf funktioneert.

Het stuwadoorsbedrijf vormt een essentiële schakel in vrijwel iedere transportketen waar zeescheepvaart deel van uitmaakt. De stuwadoord zorgt voor het overhevelen van de goederen van de zeeschepen naar de transportmiddelen die in het binnenland worden gebruikt, zoals treinwagons, vrachtwagens en lichters enz. vice versa. Bovendien zorgt de stuwadoord voor de tijdelijke opslag van de goederen. Deze opslag is noodzakelijk omdat de ontvangers van de goederen die het schip meevoert niet direkt transportmiddelen gereed hebben om de lading af te halen en een analoge diskrepantie bestaat tussen het tijdstip waarop de aflader zijn goederen brengt en het tijdstip van verscheping. Een belangrijke faktor hierbij is dat de aankomst van de schepen in het algemeen slecht voorspelbaar is.

De goederenstroom die hierbij optreedt is onder te verdelen in: bulktransport (onverpakt, bijvoorbeeld graan, olie, erts, kolen) containertransport (gestandaardiseerde verpakking) en stukgoedtransport (verpakt of gebundeld, bijvoorbeeld zakgoed, vaten, pallets, houtbundels)

Onze ervaringen zijn gebaseerd op de stukgoedsector, hoewel veel schepen voor stukgoed (ook wel break-bulk genoemd) tegenwoordig een aantal containers aan boord hebben.

Keywords: capacity planning, multi-server queues, estimation of Poisson parameters, decision support systems.



Wij hebben echter het vermoeden dat onze aanpak ook goed toepasbaar is bij het bulktransport en het containertransport.

De kapaciteit van een stuwadoorsbedrijf kan ruwweg worden omschreven als de omvang van de goederenstroom die in het bedrijf kan worden behandeld.

Deze grootheid wordt voornamelijk bepaald door:

- a) kaderuimte (aantal ligplaatsen voor zeeschepen en lichters)
- b) beschikbaar personeel (kraanmachinisten, chauffeurs en stuwars)
- c) produktiemiddelen (vorkwagens, kranen etc.)
- d) opslagruimte (loodsruimte, open terrein).

De kade en opslagruimte zijn grootheden die op korte termijn qua omvang niet gewijzigd kunnen worden. Het onderzoek naar de vaststelling van de juiste capaciteit zal dan ook incidenteel worden uitgevoerd. Het is één van de strategische vraagstukken van het management.

Het beschikbaar personeel is echter een grootheid die redelijk te "besturen" is, evenals de hoeveelheid produktiemiddelen. Kapaciteitsvragen met betrekking tot deze grootheden komen dan ook regelmatig voor en behoren tot het terrein van het operationele management.

De aankomst van schepen is, zoals gezegd, slecht voorspelbaar en kan in feite (zie sectie 2) goed worden beschreven met behulp van een Poissonproces. Dit impliceert dat het werkaanbod en de opslagbehoefte van het stuwadoorsbedrijf sterk aan fluktuaties onderhevig zijn hetgeen het management voor onplezierige problemen stelt: bijvoorbeeld het ene moment is er mankracht te weinig, het andere moment is er leegloop.

De stuwadoors in Rotterdam kunnen, evenals die in Amsterdam, een beroep doen op een pool van havenwerkers (in vaste dienst), ondergebracht in een stichting. Als zij het druk hebben dan vragen zij arbeiders uit de pool en als zij het rustig hebben niet. In feite is dit een gekanaliseerde uitwisseling van arbeiders. Iets dergelijks is mogelijk met de produktiemiddelen van de stuwadoos: de vorkwagens. Deze kunnen worden gehuurd bij verhuurbedrijven.

Deze "poolvorming" is natuurlijk alleen zinvol als sprake is van een niet te grote correlatie in de werkdruktes der bedrijven en dit blijkt in de praktijk ook het geval te zijn. (Voor informatie betreffende het funktioneren van zulke pools, zie Leegwater (1979).

In de Rotterdamse pool van havenarbeiders moet ieder stuwadoorbedrijf aan het begin van een periode (bijvoorbeeld een kwartaal) opgeven voor hoeveel havenwerkers hij in dat kwartaal garant wil staan. Deze hoeveelheid, de garantie genoemd, is een aantal werkers dat in ieder geval beschikbaar is voor dat bedrijf (iedere dag). Heeft het bedrijf meer mensen nodig dan kan dat, indien andere bedrijven hun garantie niet opnemen. Doch heeft het bedrijf minder nodig dan zijn garantie, en nemen andere bedrijven niet extra af, dan is het bedrijf verplicht de kosten voor deze minderafname te dragen. Een ander kenmerkend verschijnsel is dat uitbreiding of inkrimping van het eigen personeelsbestand slechts langzaam kan plaatsvinden en dus is het zaak, ruim van te voren te schatten wat de personeelsbehoefte in de komende periode zal zijn, en daarbij in welk deel van deze behoefte moet worden voorzien door eigen mensen en in welk deel door de garantie. Hiermee is het vraagstuk van de personeelskapaciteit geschetst.

## 2. MODELVORMING VAN HET AANKOMSTPROCES

Zoals reeds opgemerkt, is het aankomstproces van schepen uitstekend te beschrijven met behulp van een Poissonproces (hetgeen empirisch is vastgesteld door de tussenaankomsttijden te beschouwen). Theoretische argumenten voor dit verschijnsel zijn tweërlei. Enerzijds zorgt de weersinvloed op de schepen dat schepen vertraagd of versneld worden op een puur stochastische wijze. Een ander effect is dat veel stuwadoorsbedrijven een aantal vaste lijndiensten behandelen en de aankomsten van de schepen van iedere lijndienst zijn op te vatten als gebeurtenissen in een vernieuwingsproces. Volgens een bekend resultaat (stelling van Grigelionis, zie bijv. Barlow e.a.) is de superpositie van voldoende vernieuwingsprocessen te beschouwen als een Poissonproces. Het is belangrijk om de intensiteit van dit Poissonproces te kunnen voorspellen, want hiermee kunnen, via de wachtrijtheorie, de meeste capaciteitsproblemen worden opgelost.



Hoewel de commerciële afdelingen van de stuwadoorsbedrijven absoluut niet kunnen voorspellen welke goederen wanneer zullen arriveren hebben zij wel goed inzicht in wat in het totaal in een periode (bijvoorbeeld semester) aan tonnen behandeld zal worden, waarbij men zelfs een ruwe indicatie kan geven van de soort goederen. Deze informatie komt uit lopende en nog af te sluiten kontrakten. Het is gebleken dat uit deze informatie de intensiteitsparameter van het Poissonproces redelijk te schatten is. Hiervoor wordt de volgende procedure gevolgd.

Laat  $X_{i,j}$  de stochast zijn die aangeeft hoeveel het schip met nummer  $i$  van de goederensoort  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, \bar{J}$ ) meeneemt (laden of lossen of beiden). Verondersteld wordt dat de vektoren  $(X_{i,1} \dots X_{i,\bar{J}})$  onderling onafhankelijk en identiek verdeeld zijn. Laat het totaal aantal schepen in de betrokken periode worden voorgesteld door de stochast  $N$ . Dan is de totale tonnage van de goederensoort  $j$  die in die periode wordt behandeld:

$$M_j = \sum_{i=1}^N X_{i,j}$$

Verondersteld wordt nu dat de commerciële afdeling van het bedrijf de stochast  $M_j + S_j$  waarneemt waarbij  $S_j$  een stochastische storingsterm is, onafhankelijk van  $M_j$ . Merk op dat

$$\mathbb{E} M_j = \mathbb{E} N \cdot \mathbb{E} X_{i,j}$$

Uit het verleden is de grootte  $\mathbb{E} X_{i,j}$  te schatten en wij veronderstellen dan ook dat  $m_j = \mathbb{E} X_{i,j}$  bekend is.

Verder is  $\mathbb{E} N = \lambda t$  waarbij  $\lambda$  de intensiteitsparameter is en  $t$  de lengte van de planningsperiode.

Als schattingsprocedure hebben wij gekozen:

Bepaal  $\lambda$  zodanig dat

$$\sum_{j=1}^{\bar{J}} \{ M_j + S_j - \mathbb{E} M_j \}^2$$

minimaal is.

Hieruit volgt dat de schatter  $\hat{\lambda}$  voor  $\lambda$ :

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^J (M_j + S_j) m_j / \sum_{j=1}^J m_j^2$$

(In feite is dit een kleinste kwadratschatting).

Om de notatie te vereenvoudigen noemen wij

$$d_j := m_j / (t \sum_{j=1}^J m_j^2)$$

Eenvoudig is na te gaan dat  $E\hat{\lambda} = \lambda + \sum_{j=1}^J d_j ES_j$

Dus als de systematische fout (eventueel 0) van de commerciële afdeling bekend is, is  $\lambda$  zuiver te schatten. Voor de nauwkeurigheid van de schatting is het van belang ook de standaardafwijking te kennen. Hierbij speelt de correlatie tussen de  $X_{i,j}$  en  $X_{i,k}$  ( $j \neq k$ ) een rol. Deze is negatief, want als een schip veel van de ene goederensoort vervoert, dan weinig van de andere. Daarom kan de volgende bovengrens voor de variantie van  $\hat{\lambda}$  worden gegeven:

$$\sigma^2(\hat{\lambda}) \leq \frac{\lambda}{t} + \frac{\lambda}{t} \sum_{j=1}^J d_j^2 \sigma^2(X_{i,j}) + \sigma^2\left(\sum_{j=1}^J d_j S_j\right)$$

In de praktijk is steeds, bij gebrek aan informatie, gewerkt met  $S_j = 0$  ( $j = 1, \dots, J$ ) hetgeen tot nu toe bevredigende resultaten heeft opgeleverd. Resumerend kan nu worden gesteld dat het aankomstproces redelijk te voorspellen is uit de summier informatie afkomstig van de commerciële afdeling van het stuwadoorsbedrijf.

### 3. MODELVORMING VAN DE BEHANDELING VAN DE SCHEPEN EN GOEDEREN

Bij de verdere modelvorming (zie sectie 4) speelt de ligtijd van een schip een essentiële rol. Voorlopig nemen wij aan dat het schip niet wordt vertraagd en dus zijn ligtijd en behandelijd gelijk. Deze ligtijd wordt bepaald door de hoeveelheid goederen in het schip en de plaats in het schip waarin deze geladen of waaruit deze gelost moeten worden. Een zeeschip heeft maximaal 5 en een enkele keer 6 ruimen. Per ruim kan in beginsel maar met één ploeg havenwerkers worden gewerkt en één kraan. Als al de goederen in één ruim zitten (of moeten komen) dan ligt het schip uiteraard langer aan de kade dan wanneer op 5 ruimen tegelijk kan worden gewerkt.



Het ruim waarin het meeste werk moet worden verricht wordt het zware ruim genoemd. In feite bepaalt dit ruim het los- of laadtempo en dus de ligtijd van het schip. In de berekeningen blijkt alleen de verwachting van de ligtijd een rol te spelen en deze kan worden geschat met behulp van de gemiddelde fraktie van het werk in het zware ruim.

Laat gemiddeld  $b_j$  ton in één ploegdag kunnen worden behandeld van goederensoort  $j$ . Dan is de gemiddelde hoeveelheid werk aan goederensoort  $j$  per schip  $m_j/b_j$ .

De prestatienormen  $b_j$  moeten worden geschat uit het verleden en zijn behalve voor de planning, ook voor efficiency bewaking interessant. De totale verwachte hoeveelheid werk in een schip  $i$  is dus

$$EW_i = \sum_{j=1}^J m_j/b_j$$

De fraktie van het werk in het zware ruim  $F_i$  is ook een stochast en daarmee de hoeveelheid werk in het zware ruim  $Z_i (= W_i \cdot F_i)$  eveneens.

Verondersteld wordt dat  $F_i$  en  $Z_i$  onafhankelijk zijn, hetgeen niet juist is doch in de praktijk bleek de correlatiecoëfficiënt tussen  $F_i$  en  $Z_i$  klein te zijn. Dus  $EZ_i = EW_i / E(1/F_i)$

De grootte  $E(1/F_i)$  wordt weergeschat uit het verleden. Zo kan de verwachte ligtijd  $\alpha$  worden bepaald:

$$\alpha = \left( \sum_{j=1}^J m_j/b_j \right) / E(1/F_i)$$

Uit empirisch materiaal is gebleken dat de ligtijdverdeling redelijk te benaderen is met een exponentiële verdeling. Deze eigenschap wordt later ook gebruikt.

Naast de ligtijd van een schip is ook het aantal ploegen dat tegelijk op een schip werkt van belang. In feite is dit aantal bepalend voor de werkdrukterverdeling (zie sectie 4).

De toewijzing van personeel aan het schip wordt dagelijks geregeld door de bedrijfsleiding. Een "optimale" toewijzing is niet eenvoudig te bepalen daar het aan een eenvoudig hanteerbaar criterium ontbreekt: het gaat hierbij niet alleen om de totale hoeveelheid die nu bekend is, doch ook om nieuw werk dat nog binnen moet komen.

In de praktijk blijkt men in het algemeen de volgende regel te hanteren:  
 "zet iedere dag gedurende de ligtijd  $1/F_i$  ploegen op het schip."  
 (eventueel naar boven afgerond)

Dat deze toewijzing altijd mogelijk is, is niet vanzelfsprekend: stel dat

$1/F_i = 3$ , dan moet gedurende de gehele ligtijd van het schip op tenminste 3 ruimen kunnen worden gewerkt. (In de appendix wordt bewezen dat deze toewijzing uitvoerbaar is).

De grootheid  $E(1/F_i)$  is dus tevens belangrijk voor de werkdrukke.

Om de werkdrukke uit te drukken in mandagen is het nodig het aantal personen dat in een ploeg werkt (ploegsterkte) vast te stellen. Dit aantal hangt af van de aard van de goederen en de behandelingswijze (laden of lossen, vanuit het schip in een lichter, vrachtwagen etc.). Nodig is de verwachting van de ploegsterkte en de variantie. Deze zijn te berekenen uit het verwachte werkpakket en de ploegsterkteverdeling per goederensoort, die weer uit het verleden kan worden geschat.

#### 4. KAPACITEITSMODEL MET KADERUIMTE ALS ENIGE BOTTLENECK

Om de capaciteit van het bedrijf te bepalen wordt eerst bepaald hoeveel schepen kunnen worden behandeld als voldoende mankracht, produktiemiddelen en opslagcapaciteit beschikbaar is.

Zoals wij hebben gezien in de vorige sectie, is er een minimale ligtijd van een schip, die wordt bepaald door de hoeveelheid werk in het zware ruim.

Schepen die geen ligplaats kunnen krijgen gaan naar een ander bedrijf en moeten als "verloren" worden beschouwd. Het is voor de goodwill, en uiteraard de inkomsten van het bedrijf, slecht als schepen moeten worden doorgestuurd.

Het aantal doorgestuurde schepen, afgifte geheten, is dan ook een maatstaf voor het functioneren van het bedrijf.

Een andere maatstaf is de vertraging van het schip doordat met onvoldoende ploegen aan het schip kan worden gewerkt. Deze faktor wordt in de volgende sectie besproken.

Het stuwadoorsbedrijf kan nu als een m/g/s wachtrijmodel zonder wachtkamer worden beschouwd. De  $s$  geeft hierbij het aantal bedieningseenheden aan, d.w.z. het aantal ligplaatsen. De kansverdeling van het aantal bezette ligplaatsen in de stationaire fase is nu bekend (vgl Kosten, 1973). Laat  $p_n$  de kans op  $n$  bezette ligplaatsen zijn:

$$p_n = \frac{\rho^n}{n!} \cdot 1/c$$

$$\text{met } c = \sum_{n=0}^s \rho^n / n! \quad \text{waarbij } \rho = \lambda \alpha$$

Merk op dat hierbij alleen de verwachte ligtijd een rol speelt.



De werkdrukteverdeling en de afgifte zijn uit deze kadebezetting af te leiden. Stel dat M schepen worden behandeld. Dan is de werkdrukte

$$W = \sum_{i=1}^M \frac{1}{F_i} \sum_{j=1} V_j$$

waarbij  $V_i$  de ploegsterkte is en  $1/F_i$  het aantal ploegen dat per dag op schip  $i$  werkt.

Omdat  $Z_i$  en  $F_i$  onafhankelijk zijn verondersteld, zijn  $F_i$  en  $M$  onafhankelijk.  $V_i$  wordt eveneens onafhankelijk van de overige grootheden verondersteld. Dus de verwachte werkdrukte wordt:

$$\mathbb{E} \left( \sum_{i=1}^M \frac{1}{F_i} \sum_{j=1} V_j \right) = \mathbb{E}M \cdot \mathbb{E}V_i \cdot \mathbb{E}(1/F_i)$$

en de variantie van de werkdrukte:

$$\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^M \frac{1}{F_i} \sum_{j=1} V_j \right) = \sigma^2(M) \{ \mathbb{E}(1/F_i) \mathbb{E}V_j \}^2 + \mathbb{E}M \{ \sigma^2(1/F_i) \cdot \mathbb{E}(V_j)^2 + \mathbb{E}(1/F_i) \cdot \sigma^2(V_j) \}$$

Al deze grootheden zijn bekend, want

$$\mathbb{E}M = \rho(1-p_s) \quad \text{en} \quad \sigma^2(M) = \rho(1-p_s) + \rho^2 p_s (1-p_s - \frac{s}{\rho})$$

De verwachte afgifte is eenvoudig te berekenen, namelijk

$$\lambda t \cdot p_s$$

De variantie van de afgifte hebben wij alleen kunnen benaderen voor het geval de bedieningstijd exponentieel is (vgl sectie 5 en de appendix). Deze grootte wordt benaderd door

$$\lambda t p_s (1 + \frac{\rho}{s})$$



## 5. KAPACITEITSMODEL MET KADE EN MANKRACHT BEIDE BOTTLENECKS

Nadat in sectie 4 is vastgesteld wat de "onvermijdelijke" afgifte van het bedrijf is, gaan wij nu onderzoeken welke invloed beperking van de mankracht heeft op de dienstverlening van het bedrijf. Zoals gezegd beschouwen wij daartoe de afgifte en de vertraging van het schip.

Er wordt verondersteld dat in totaal A havenwerkers beschikbaar zijn (te weten eigen personeel + garantie uit de pool). Daarnaast kan nog extra personeel uit de pool ter beschikking worden gesteld indien daartoe ruimte is in de pool. In deze sectie wordt steeds met een vast aantal ploegen per schip gewerkt, waarbij een ploeg een vast aantal personen bevat.

Wij noemen vanaf nu het aantal havenwerkers die tezamen één schip bedienen, een team.

Veronderstel dat een bedrijf boven zijn garantie uit de pool X teams kan krijgen. Verondersteld wordt dat X een stochast is en dat X een geometrische verdeling heeft. Hierbij wordt aangenomen dat de invloed van één bedrijf op de pool zo gering is dat X onafhankelijk van de overige stochasten is. Dit impliceert, dat indien het bedrijf  $\alpha$  teams beschikbaar heeft (eigen + garantie) en er n nodig zijn ( $n \geq a$ ) het verwachte aantal werkzame teams gelijk is aan

$$E \min (X+a, n) = a + q^1 + q^2 + \dots + q^{n-a}$$

waarbij q de parameter van de verdeling van X is. De grootte q is te schatten uit de registratie van de organisatie die de pool beheert. Verder wordt verondersteld dat steeds het verwachte aantal teams beschikbaar is.

Omdat verondersteld is dat de behandeltijd exponentieel verdeeld is, is de kadebezetting met een geboorte-sterfte proces te bepalen.

De verdeling van de kadebezetting wordt:

$$p_n = \frac{1}{n!} \rho^n / c \quad \text{voor } n \leq a$$

$$p_n = \frac{1}{a!} \rho^n \prod_{i=1}^{n-a} \left\{ 1 / \left( a + \sum_{j=1}^i q^j \right) \right\} / c \quad \text{voor } a < n \leq s$$

waarbij  $\rho = \lambda \alpha$ ,  $\alpha$  de gemiddelde behandeltijd van een schip, a het aantal teams dat kan worden gevormd uit het eigen personeel plus de garantie, q de kans dat tenminste één extra team uit de pool verkregen kan worden, s het totaal aantal ligplaatsen en c de normeringskonstante.

Uit de kadebezetting zullen wij weer de afgifte, de werkdruk en nu ook de ligtijd afleiden.

Omdat schepen nu niet meer direkt bediend behoeven te worden als zij een ligplaats hebben gekregen, geeft vergelijking van de verwachte ligtijd in dit model en in het model besproken in sectie 4, een maatstaf voor de vertraging van het schip.

- Verwachte afgifte:  $\lambda t p_s$

- Variantie van de afgifte (bij benadering vgl appendix):

$$\lambda t p_s \left\{ 1 + \rho / \left( a + \sum_{j=1}^{s-a} q^j \right) \right\}$$

- Verwachte ligtijd:

$$\frac{1}{\lambda(1-p_j)} \sum_{n=0}^s n p_n$$

De variantie van de ligtijd is ook eenvoudig te berekenen (zie de appendix). Hoewel de kadebezetting berekend is met behulp van een vast aantal arbeiders per schip dat wordt behandeld, laten wij bij de bepaling van de werkdruk de ploegomvang en werkverdeling over de ruimen van het schip weer stochastisch zijn.

De werkdruk  $W$  is

$$W = \sum_{i=1}^M \frac{1}{(X+a \geq i)} \sum_{j=1}^s \frac{1}{F_i} v_j$$

waarbij  $X$  het aantal teams is dat extra uit de pool kan worden verkregen en  $M$  het aantal schepen aan de kade.

Omdat  $X$  onafhankelijk van de overige stochasten mag worden verondersteld, zijn door conditioneren van de werkdruk  $W$  te bepalen:

$$EW = \mu_1 \left\{ \sum_{n=1}^a n p_n + \sum_{n=a+1}^s (a + q + \dots + q^{n-a}) p_n \right\}$$

en

$$\begin{aligned} \sigma^2(W) = \mu_1^2 & \left\{ \sum_{x=0}^{s-a} (1-q) q^x \sum_{n=0}^s \min^2(x+a, n) p_n + \sum_{n=1}^s n^2 p_n q^{s-a+1} \right\} + \\ & + \sigma_1^2 \left\{ \sum_{n=a+1}^s p_n (a + q + \dots + q^{n-a}) + \sum_{n=1}^a n p_n \right\} - (EW)^2 \end{aligned}$$



waarbij  $\mu_1 = \mathbb{E}V_j \cdot \mathbb{E} 1/F_j$  en

$$\sigma_1^2 = \sigma^2(1/F_j) \cdot (\mathbb{E}V_j^2) + \mathbb{E}(1/F_j)^2 \cdot \sigma^2(V_j)$$

De werkdrukke van de vorkwagens is op identieke wijze af te leiden, hetgeen hier niet verder wordt uitgewerkt.

## 6. OPTIMALE VERDELING INTERN - EXTERN

Als de werkdrukkeverdeling bekend is voor een personeelsbestand bestaande uit eigen personeel en de garantie uit de pool, of voor een vorkwagenbestand bestaande uit eigen en gehuurde machines, dan rest de vraag welke verdeling tussen intern en extern optimaal is.

Wij bespreken dit (eenvoudige) optimaliseringsvraagstuk alleen voor het personeel.

Wij gebruiken twee benaderingsmethoden:

- 1) gebaseerd op de verdeling van de kadebezetting met vaste omvang van het behandelend team
- 2) gebaseerd op de normale benadering van de werkdrukkeverdeling waarbij verwachting en variantie berekend zijn volgens de methode van sectie 5.

Zoals bekend uit waarnemingen bij veel bedrijven is deze normale benadering acceptabel.

De verwachte kosten per dag zijn:

$$c \cdot D + e \int_D^{\infty} (w-D) F(dw) + \gamma \cdot e \cdot \left\{ (A-D) \int_0^D F(dw) + \int_D^A (A-w) F(dw) \right\}$$

waarbij  $D$  = beschikbare eigen bestand

$A$  = totale bestand intern + extern

$c$  = kosten van een beschikbare mandag eigen personeel

$e$  = kosten van een mandag in de pool.

$F$  = werkdrukkeverdeling

$\gamma$  = fraktie van de kosten van een mandag indien een personeelslid uit de garantie niet wordt opgenomen.

De faktor  $\gamma$  wordt geschat uit de registratie van de poolorganisatie.

Wij volstaan hier met de opmerking dat de kosten van leegloop van de pool verdeeld worden over de bedrijven, evenredig naar hun minderafname.

Bij de eerste benadering wordt verondersteld dat  $F$  een roosterverdeling heeft op de punten  $0, b, 2b, \dots, sb$  waarbij  $b$  de omvang is van een schipbehandelend team. Bij de tweede benadering is  $F$  een normale verdeling.

De optimale keuze van  $D$  is de minimale  $x$  waarvoor  $F(x) \geq (1 - c/e)/(1-\gamma)$   
De resultaten van beide methoden waren niet erg verschillend.

## 7. BEPALING OPSLAGBEHOEFTE

Tot nu toe is de opslagruimte nog buiten beschouwing gelaten, omdat deze in de praktijk geen bottleneck bleek te zijn. Momenteel echter doet zich vanuit de bedrijven de vraag voor wat de juiste capaciteitsafstemming is tussen kaderuimte en opslagruimte. Dit in verband met veranderende goederenpakketten of uitbreidingsplannen.

Momenteel hebben wij de opslagbehoefte-verdeling benaderd met behulp van een  $m/g/\infty$  wachtrijsysteem waarbij wordt verondersteld dat hele scheepsladingen volgens een Poissonproces binnenkomen en moeten worden opgeslagen gedurende een stochastisch tijdsinterval dat onafhankelijk is van de omvang van de lading. Deze veronderstelling blijkt realistisch.

De Poisson parameter van het aankomstproces is afgeleid uit die van het aankomstproces van schepen aan de kade ( $\lambda$ ) door te corrigeren voor de afgifte. Gebruikt wordt  $\lambda(1-p_s)$  waarbij  $p_s$  de kans op een volbezette kade is. Opgemerkt dient te worden dat de scheepsladingen die in de opslagruimte arriveren geen Poissonproces meer vormen juist vanwege deze afgifte, doch als benadering is het Poissonproces bruikbaar.

Uit de  $m/g/\infty$  benadering volgt dan de stationaire verdeling van het aantal scheepsladingen in opslag en dit is dan de basis voor de oppervlakteverdeling. Laat  $M$  het aantal scheepsladingen zijn en de oppervlaktebehoefte van lading  $i$  is  $V_i$ .

Dan is de totale behoefte  $\sum_{i=1}^M V_i$  en onder de veronderstelling dat  $M$  en  $V_i$

onderling onafhankelijk zijn, zijn verwachting en variantie van de opslagbehoefteverdeling eenvoudig te bepalen:



$$E \left( \sum_{i=1}^M V_i \right) = EM \cdot EV_i$$

$$\text{en } \sigma^2 \left( \sum_{i=1}^M V_i \right) = \sigma^2(M) (EV_i)^2 + EM \cdot \sigma^2(V_i)$$

Naast deze twee grootheden is het van belang de kansen te bepalen dat de opslagruimte ontoereikend is:

$$P \left[ \sum_{i=1}^M V_i \geq c \right] \quad \text{waarbij } c \text{ de capaciteit voorstelt.}$$

Teneinde dit te doen hebben wij de verdeling van  $V_i$  benaderd met een gamma-verdeling met parameters  $\mu$  en  $k$  ( $k$  geheel,  $\mu$  de Poissonparameter), zodat

$\sum_{i=1}^m V_i$  ook weer gammaverdeeld is met parameters  $\mu$  en  $mk$  (waarbij  $m$  de

realisering van  $M$  is). Door conditioneren naar  $M$  zijn deze overschrijdingskansen dan te berekenen.

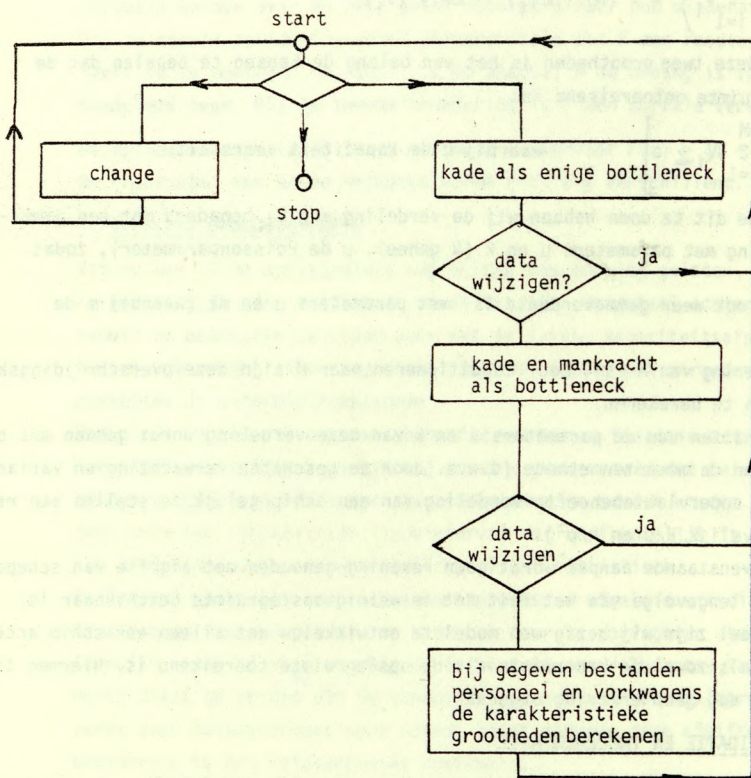
Het schatten van de parameters  $\mu$  en  $k$  van deze verdeling wordt gedaan met behulp van de momentenmethode (d.w.z. door de geschatte verwachting en variantie van de oppervlaktebehoefte-verdeling van een schip gelijk te stellen aan respectievelijk  $k/\mu$  en  $k/\mu^2$ ).

Bij bovenstaande aanpak wordt geen rekening gehouden met afgifte van schepen louter tengevolge van het feit dat te weinig opslagruimte beschikbaar is. Momenteel zijn wij bezig een model te ontwikkelen dat alleen een schip accepteert als zowel de kaderuimte als de opslagruimte toereikend is. Hiermee is echter nog geen ervaring opgedaan.

## 8. VALIDATIE EN IMPLEMENTATIE

Zoals in de inleiding reeds is aangegeven, is deze modelstudie gebaseerd op tal van op zich ongeverifieerde heuristische benaderingen. Gezien de ontwikkeling (ca 40 mandagen) van dit totale model, inclusief analyse van basisinformatie en ontwikkeling van een computerprogramma dat als decision support system door het management kan worden gebruikt, was verifikatie van de benaderingen afzonderlijk niet uitvoerbaar. Veel van onze benaderingen tonen grote verwantschap met benaderingen in analoge situaties waar gebleken is dat zij goed zijn. Wel hebben wij een simulatiemodel ontwikkeld in Basic, waarmee het hele proces van de behandeling van de schepen nagespeeld kan worden en tot onze vreugde bleken de karakteristieke grootheden, zoals de werkdrukverdelingen goed overeen te stemmen. Ook is ervaring opgedaan met gegevens uit het verleden en ook hiermee bleek het model goed overeen te komen.

Het management gebruikt dit model nu middels een decision support system dat de volgende structuur heeft:



In de "change" module kunnen alle in het model voorkomende gegevens worden gewijzigd, dus ook de invoering van nieuwe gegevens past in deze module. De meeste gegevens zijn afkomstig van historische bestanden, alleen het verwachte werkpakket heeft betrekking op de toekomst.



Iedere rekenmodule beeldt de karacteristieke verdelingen af door weergave van verwachting en standaardafwijking:

1. afgifte
2. ligtijd
3. vertraging
4. opslagbehoefte (ook overschrijdingskans)
5. kosten (alleen de verwachting).

In de presentatie van de grootheden wordt hier en daar ook de gevoeligheid voor bepaalde beslissingsvariabelen (bijvoorbeeld kadelenkte) weergegeven, zodat de manager een beeld krijgt van de invloed van zijn beslissingen. Het is ons gebleken dat het weergeven van standaardafwijkingen (die bij wachtrijmodellen meestal zeer groot zijn) op de praktijkmensen een verwarrende indruk maken.

Zij konkluderen dat de verwachte (voorspelde) waarde sterk van de te realiseren waarde kan afwijken en verliezen daardoor het vertrouwen in het model. Zij moeten leren dat de voorspelde waarde toch veelal de waarde is waarmee zij moeten sturen.

Simulatiestudies zijn dikwijls overtuigender voor de praktijkmensen dan wiskundige modelstudies, echter de kosten van computertijd om een bepaalde grootheid te bepalen zijn bij simulatiestudies vaak prohibitief, zeker als men snel varianten wil doorrekenen.

## 6. LITERATUUR

- |                                 |                                                                                                     |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Barlow R, en F. Proschan (1975) | Statistical theory of reliability and life testing probability models<br>Holt, Rinehart and Winston |
| Leegwater, D.K. (1979)          | Arbeidspools<br>Intermediair 15e jaargang no 39                                                     |
| Kosten, L. (1973)               | Stochastic theory of service systems<br>Pergamon                                                    |

### 1. De toewijzingsregel voor scheepsbehandeling

Stel een schip heeft  $n$  ruimen met werk per ruim in dalende volgorde:  
 $y_1 \geq y_2 \geq y_3, \dots \geq y_n$  (Het werk wordt gemeten in ploegdagen).

Dan is de totale werklast:  $W = \sum_{i=1}^n y_i$  en het werk in het zware ruim  $Z = y_1$ .

De toewijzingsregel zegt dan dat iedere dag met  $W/Z$  ploegen moet worden gewerkt. Stel nu dat  $W/Z > k$  ( $k$  natuurlijk getal) en stel bovendien dat  $y_{k+1} = 0$ . Dan zou deze regel de eerste dag al niet uitvoerbaar zijn.

Omdat  $W = y_1 + \dots + y_k \leq ky_1$  geldt  $W/Z \leq k$  en dus als  $W/Z > k$  dan moet  $y_{k+1} > 0$  zijn. Dus de eerste dag is de regel uitvoerbaar.

Na de eerste dag is bovendien nog steeds het eerste ruim een zwaar ruim, want stel  $y_1 = y_2 = \dots = y_m$ , dan geldt  $W/y_1 \geq my_1/y_1 = m$  en wordt dus op minstens  $m$  ruimen gewerkt.

Na de eerste dag is over:  $W - W/y_1$  in totaal en  $y_1 - 1$  in ruim 1.

Wij kunnen nu de tweede dag op dezelfde wijze beschouwen, en nu geldt dat volgens de toewijzingsregel met

$$(W - W/y_1) / (y_1 - 1) = W/y_1$$

ploegen kan worden gewerkt. Met inductie is dit nu voor de hele ligtijd bewezen.

(In de praktijk wordt natuurlijk met een geheel aantal ploegen gewerkt doch dit betekent dat de laatste dag een paar ploegen minder dan een volledige dag op het schip werken).

Deze toewijzingsregel heeft de eigenschap dat het maximale aantal ploegen dat men tegelijk nodig heeft minimaal is, hetgeen verstandig is als men niet weet welke taken de komende dagen moeten worden verricht.



## 2. Variantie van de afgifte

Voor de plan-periode wordt de variantie van de afgifte benaderd waarbij de modelaannamen van sectie 5 worden voorondersteld.

Beschouw het tijdstip waarop de kade volraakt (d.w.z. toestand  $s$ ) als regeneratiepunt in het stochastisch proces. Dan is in één regeneratiecyclus de variantie van de afgifte te berekenen door te conditioneren naar de verblijftijd in deze toestand. Vervolgens maken we gebruik van het feit dat de afgifte in verschillende cycli onafhankelijke stochasten zijn.

De enige benaderingen die wij gebruiken zijn dat het systeem wordt verondersteld stationair te zijn en dat wij het aantal cycli in de plan-periode benaderen met een constante.

Laat  $X$  het aantal aankomsten zijn in een cyclus terwijl de kade vol is, en laat de verblijftijd in deze toestand  $S$  zijn. Dan geldt:

$$\begin{aligned}\sigma^2(X) &= \mathbb{E} \left[ \mathbb{E} [X^2 | S] \right] - \left( \mathbb{E} \left[ \mathbb{E} [X | S] \right] \right)^2 = \\ &= \mathbb{E} [\lambda^2 S^2 + \lambda S] - \{\lambda \mathbb{E} S\}^2 = \lambda^2 \sigma^2(S) + \lambda \mathbb{E} S\end{aligned}$$

Merk op dat  $S$  exponentieel verdeeld is met parameter

$$\mu := \{a + q + q^2 + \dots + q^{s-a}\} / \alpha \quad \text{dus } \sigma^2(S) = 1/\mu^2 \quad \text{en } \mathbb{E} S = 1/\mu$$

Noem het aantal voltooide cycli in de plan-periode  $t$ :  $N(t)$

dan geldt  $\mathbb{E} \left[ \sum_{i=1}^{N(t)} S_i \right] \approx t p_s$  waarbij  $S_i$  de verblijftijd in  $s$  is gedurende de  $i$ -de cyclus en  $p_s$  de fraktie van de tijd dat het systeem in toestand  $s$  zit. Dus: volgens Wald's stelling:

$$\mathbb{E} N(t) \cdot \mathbb{E} S_i \approx t p_s$$

$$\text{en} \quad \mathbb{E} N(t) \approx t p_s \mu$$

Wij benaderen nu de variantie van de afgifte

$$\begin{aligned}\sigma^2 \left( \sum_{i=1}^{N(t)} X_i \right) &\approx t p_s \mu \{ \lambda^2 / \mu^2 + \lambda / \mu \} = \\ &= \lambda t p_s \left( 1 + \rho / (a + q + \dots + q^{s-a}) \right).\end{aligned}$$

(Merk op dat geen rekening wordt gehouden met de spreiding van  $N(t)$  en het feit dat  $N(t)$  van de  $X_i$ 's afhankelijk is).

### 3. Variantie van de ligtijd

Deze wordt bepaald voor het model dat is besproken in sectie 5.

Laat bij binnenkomst op een willekeurig tijdstip  $M$  ligplaatsen bezet zijn, dan geldt voor de ligtijd  $L$  van dit schip:

$$L = X \quad \text{als } M \leq a-1$$

$$L = \sum_{i=1}^{M+1-a} Y_i + X \quad \text{als } M \geq a$$

waarbij  $X$  de behandeltime van het schip is en  $Y_i$  de opeenvolgende tijdsintervallen tot een behandelteenheid vrijkomt.

$X$  is exponentieel verdeeld met verwachting  $\alpha$  en  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$  zijn eveneens exponentieel verdeeld met respectievelijk verwachtingen  $\frac{\alpha}{a}, \frac{\alpha}{a+q}, \dots$

$$\frac{\alpha}{a+q^2}, \dots$$

Merk op dat  $X, Y_1, Y_2, \dots$  onafhankelijk zijn.

$$\text{Dus } E[L|M] = \alpha + \alpha 1_{\{M \geq a\}} \left\{ 1/a + \dots + 1/(a+q + \dots + q^{M-a}) \right\}$$

$$\text{en } \sigma^2(L|M) = \alpha^2 + \alpha^2 1_{\{M \geq a\}} \left\{ 1/a^2 + \dots + 1 / (a+q + \dots + q^{M-a})^2 \right\}$$

Tenslotte merken wij op dat

$$\sigma^2(L) = \sum_{m=0}^S p_m \left\{ \sigma^2(L|M=m) + E[L|M=m]^2 \right\} - \left\{ \sum_{m=0}^S p_m E[L|M=m] \right\}^2$$

waarbij  $\sigma^2(L|M=m)$  en  $E[L|M=m]$  verkregen worden door  $M$  door  $m$  te vervangen.