

# STRATEGIE BIJ HET BORDSPEL MENS-ERGER-JE-NIET

Bij het bordspel Mens-erger-je-niet kunnen verschillende spelstrategieën worden toegepast. We formuleren de gebruikelijke speltactieken als drie klassieke strategieën. Ook tonen we aan dat deze strategieën sterk verbeterd kunnen worden door een nieuwe strategie die vrij eenvoudig kan worden toegepast. Dit geldt voor alle gebruikelijke varianten van bordformaat en het aantal spelers.

BEN VAN DER GENUGTEN & MARCEL DAS

De huidige literatuur over strategie bij het populaire bordspel Mens-erger-je-niet is vrijwel beperkt tot kwalitatieve suggesties over een verstandige manier van spelen (zie bijvoorbeeld Wikipedia, 2019). In dit artikel bespreken we de winstkansen bij eenvoudig toepasbare spelstrategieën. In onze *working paper* (Van der Genugten & Das, 2018) worden meer ingewikkelde spelstrategieën besproken.

Eerst geven we de precieze spelregels van de meest

gebruikelijke versie van het spel. We formuleren drie eenvoudige spelstrategieën die de kwalitatieve suggesties voor een manier van spelen formaliseren. Vervolgens beschrijven we een nieuwe spelstrategie die ook vrij eenvoudig kan worden toegepast. Daarna analyseren we deze vier strategieën. We tonen aan dat deze nieuwe strategie de drie eenvoudige strategieën sterk domineert. Ten slotte geven we suggesties voor verder onderzoek.

## Spelregels

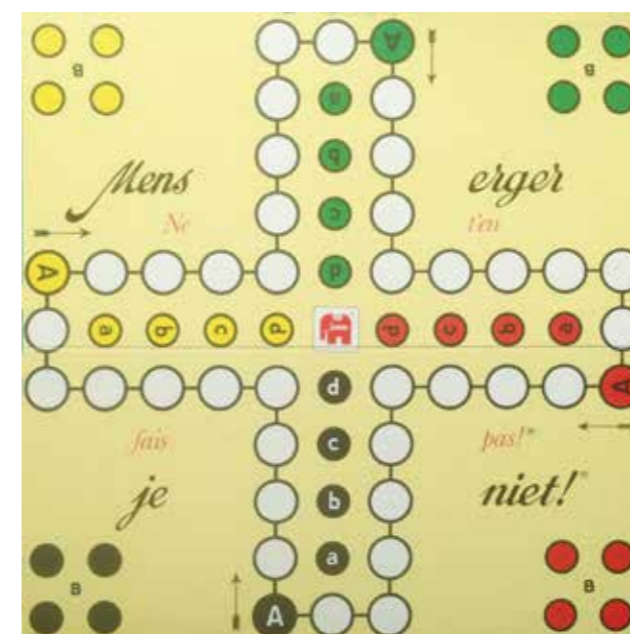
Het spel wordt gespeeld op de voorzijde (figuur 1) of op de achterzijde (figuur 2) van het bord afhankelijk van het aantal spelers  $M$ : voor  $M = 2$  en  $4$  de voorzijde en voor  $M = 3$  en  $6$  de achterzijde.

Iedere speler heeft zijn eigen kleur met  $P = 4$  pionnen, een startgebied voor de pionnen (aan de randen van het bord) en thuisvelden voor de pionnen in het midden van het bord. Het circuit van witte velden moet door alle pionnen klokgewijs worden afgelegd (zie de pijlen in figuren 1 en 2). De lengte  $C$  van het circuit is  $C = 40$  aan de voorzijde en  $C = 48$  aan de achterzijde. De startgebieden van de spelers zijn symmetrisch op het bord geplaatst.

Voor aanvang van het spel plaatsen de spelers hun pionnen in het startgebied (positie 0). Beurtelings verplaatsen zij hun pionnen afhankelijk van het aantal ge-

worpen ogen met een dobbelsteen met  $D = 6$  ogen, te beginnen met hun eigen startveld  $A$  (positie 1) en na het circuit volledig afgelegd te hebben (positie  $C$ ) te eindigen op een eigen thuisveld (posities  $C+1, \dots, C+P$ ). De speler die het eerst al zijn pionnen op de thuisvelden heeft is winnaar. De volgorde van de spelers is rechtsonder op het bord waarbij de speler met het startgebied linksonder het eerst aan de beurt is. (In de praktijk wordt meestal om de posities van de startgebieden geloot.)

De precieze omschrijving van de spelregels voor het verplaatsen van de pionnen afhankelijk van de bordsituatie is als volgt. Laat in een zekere bordsituatie de beurt aan een bepaalde speler zijn. Neem aan dat hij met de dobbelsteen  $d$  ogen gooit. Als  $d = D$  behoudt hij zijn beurt en als  $d < D$  dan gaat de beurt naar de volgende speler (na verplaatsing van de pion). Of en hoe hij met zijn worp een pion kan verplaatsen hangt af van de bordsituatie.



Figuur 1. Voorzijde van het bord



Figuur 2. Achterzijde van het bord

Als hij een pion op zijn startveld 1 heeft moet hij deze  $d$  velden verplaatsen tenzij op de eindpositie  $d+1$  al een eigen pion staat; in dat geval gaat de pion op het startveld weer naar het startgebied (positie  $o$ ). Als het startveld leeg is en  $d < D$  dan mag hij naar keuze één van zijn pionnen op het circuit of op een thuisveld verplaatsen over  $d$  velden mits op de eindpositie geen eigen pion staat. Hierbij mag in de thuisvelden ook vanaf het verste thuisveld teruggeteld worden maar uiteindelijk moet de pion wel voorwaarts zijn verplaatst. (Een spelregelvariant is dat niet teruggeteld mag worden). Als het startveld leeg is en  $d = D$  dan geldt precies hetzelfde tenzij het startgebied niet leeg is. In dat geval moet een pion uit het startgebied op het startveld geplaatst worden en is dit de eindpositie.

Bij de verplaatsing kan de pion andere pionnen passeren. Als op de eindpositie van de pion een pion van een tegenstander staat, dan wordt deze pion verwijderd (geslagen) en teruggeplaatst in het startgebied van diens spelerskleur.

In zijn eerste beurt plaatst een speler een pion uit zijn startgebied op zijn startveld net alsof hij  $D$  ogen gegooid heeft. (Een spelvariant is dat geen uitzondering voor de eerste beurt gemaakt wordt en gewacht moet worden op een worp  $d = D$ .)

Het spel dankt zijn naam Mens-erger-je-niet aan de ergernis die het slaan van eigen pionnen door die van tegenstanders opwekt. Deze pionnen moeten immers weer helemaal vanaf het startgebied beginnen. Dit wordt enigszins gecompenseerd door de vreugde die het slaan van pionnen van de tegenstanders door eigen pionnen opwekt.

## Spelstrategieën

Zodra een speler bij zijn worp twee of meer pionnen kan verzetten, moet hij een keuze maken welke pion hij verplaatst. Uiteraard wil hij die pion verplaatsen welke de kans op zijn winst zo groot mogelijk maakt. Maar in vrijwel alle bordsituaties is helemaal niet duidelijk welke dit is. Er is een aantal overwegingen te geven dat hierbij een rol speelt. Zo kan hij proberen

- de verst gevorderde pion zo snel mogelijk op een thuisveld te krijgen;
- indien mogelijk de pion van een tegenstander slaan;
- de tegenstander te verwarren door willekeurig een pion te kiezen;
- zijn pionnen zo veel mogelijk buiten het 'slaan bereik'

van vijandelijke pionnen te houden.

In de laatste fase van het spel beschikt een speler die achterstaat (dus meer pionnen op de startvelden en op het circuit heeft) doorgaans over meer keuzemogelijkheden dan een speler die voorstaat omdat hij meer pionnen in de thuisvelden heeft.

We formuleren eerst drie eenvoudige, veel gebruikte strategieën die bovengenoemde aspecten in enigerlei vorm concretiseren.

### F(ar)strat

De verst gevorderde pion wordt verzet. Daardoor wordt getracht een pion zo snel mogelijk in een thuisveld te krijgen. Er worden geen beurten verspild aan het zetten van andere pionnen om die van tegenstanders te slaan of om eigen pionnen te beveiligen voor het slaan door tegenstanders. Dit is een zeer eenvoudige strategie en wordt veelvuldig gebruikt.

### H(it)strat

Als Fstrat, maar voorrang krijgt nu het slaan van een pion van een tegenstander. Als er met meerdere pionnen geslagen kan worden, dan wordt die pion genomen welke de verst gevorderde pion van een tegenstander slaat. In het uitzonderlijke geval dat meerdere pionnen dit kunnen bewerkstelligen, wordt de verst gevorderde pion van de eerstvolgende tegenstander genomen.

Deze strategie schenkt dus geen aandacht aan het beveiligen van de eigen pionnen. Ook deze strategie is relatief eenvoudig en schenkt het genoeg door slaan tegenstanders te ergeren.

### R(andom)strat

De keuze van de pion wordt random gemaakt. Dit is de meest simpele strategie die met geen enkele van vernoemde overwegingen rekening houdt. Deze strategie van 'lakraak' spelen wordt nauwelijks gebruikt omdat dit als dom spelen beschouwd wordt.

### T(hreat)strat

Het aspect 'pionnen zo veel mogelijk buiten het slaan bereik van vijandelijke pionnen te houden' komt aan bod bij de constructiemethode van de nieuw te introduceren strategie T(hreat)strat. Hiertoe formuleren we eerst precies wat een *directe* dreiging van een pion is. Een pion  $I$  van de ene speler wordt direct bedreigd door een pion  $II$



Figuur 3. Bordsituatie behorende bij spelpositie in tabel 1

SPELPOSITIE (C = 48)	m=1 (geel)	m=2 (blauw)	m=3 (groen)
p = 1	0	20	0
p = 2	0	21	0
p = 3	3	22	10
p = 4	52	43	14

Tabel 1. Spelposities voor speler  $m = 3$  en een worp met de dobbelsteen van  $d = 3$  ogen

van een andere speler als deze bij diens eerstvolgende worp direct geslagen kan worden. Dit is het geval als

- voor de onderlinge afstand van  $II$  naar  $I$  geldt  $< D$ ,
- of ook  $= D$  als de andere speler geen pionnen meer in het startgebied heeft,
- of ook als de pion  $I$  op het startveld van de andere speler staat en diens startgebied niet leeg is.

De strategie Tstrat is gebaseerd op verschillcores. De verschilscore TVScore van een pion die resulteert in het verzetten van deze pion naar een nieuwe positie is gelijk aan het aantal directe dreigingen van de eigen pionnen op de pionnen van de tegenstanders verminderd met het aantal directe dreigingen die de pionnen van de tegenstanders op de eigen pionnen hebben; dit nog met  $S = 2$  vermeerderd als een pion van de tegenstander geslagen wordt of als een (veilig) thuisveld bereikt wordt. De beslissing volgens Tstrat is de verste pion te verzetten met de maximale TVScore.

(Na een meer specifieke analyse van spelstrategieën met verschillende waarden van het startgebied en thuisvelden is gekozen voor de waarde  $S = 2$  die de strategie bepaling op basis van verschillcores zeer eenvoudig maakt.)

### Voorbeeld (Tstrat)

In dit voorbeeld geven we de bordsituatie aan met de relatieve posities van de pionnen van de spelers op het bord ten opzichte van hun startveld. Beschouw voor  $M =$

3 spelers de bordsituatie op de achterzijde van het bord ( $C = 48$ ) in tabel 1. In figuur 3 is deze bordsituatie gevisualiseerd. Laat hierbij speler  $m = 3$  aan de beurt zijn met een worp van  $d = 3$  ogen. Hij moet dan een keuze maken tussen het verzetten van pion  $p = 3$  en  $p = 4$ .

Na het verzetten van pion 3 (door speler 3) bedreigt deze geen vijandelijke pion en wordt ook niet bedreigd; pion 4 van speler 3 bedreigt pion 3 van speler 1 en wordt zelf niet bedreigd. De TVScore van pion 3 is dus gelijk aan  $0$  (pion 3) +  $1$  (pion 4) =  $1$ . Na het verzetten van pion 4 (door speler 3) blijft pion 3 van speler 3 door drie pionnen van speler 2 bedreigd en pion 3 bedreigt zelf niets; pion 4 bedreigt nu pion 3 van speler 1 en wordt zelf bedreigd door pion 2 van speler 1. Deze speler heeft immers nog pionnen in zijn startgebied en bij een worp van  $d=6$  ogen slaat pion 2 van speler 1 pion 4 van speler 3. De TVScore van pion 4 is dus gelijk aan  $-3$  (pion 3) +  $0$  (pion 4) =  $-3$ . Pion 3 geeft dus de maximale TVScore en dus is de beslissing van speler 3 het verzetten van pion 3.

## Winstkansen voor alle borden en spelers

Voor de spelanalyse is een speciaal MATLAB-computerprogramma geschreven, geschikt voor allerlei waarden van  $M$ ,  $P$ ,  $C$ ,  $D$  en strategiecombinaties (ook voor afwijkende startveldposities en bij coalitievorming van spelers). Winstkansen zijn hiermee bepaald door simulatie

Nr	StratComb	M = 2	M = 3	M = 4	M = 6
1	F(F) (F)F	51 49	34 33	25 25	17 16
2	H(F) (F)H	61 59	41 41	31 31	19 18
3	R(F) (F)R	62 60	51 50	38 37	22 21
4	T(F) (F)T	86 85	79 78	61 60	44 44
5	F(H) (H)F	41 39	26 27	20 19	15 15
6	H(H) (H)H	50 50	34 33	25 25	16 17
7	R(H) (H)R	47 46	33 32	30 29	18 17
8	T(H) (H)T	81 80	75 74	60 59	45 45
9	F(R) (R)F	40 38	17 17	15 14	11 11
10	H(R) (R)H	54 53	27 26	19 19	14 13
11	R(R) (R)R	51 49	34 33	25 25	17 17
12	T(R) (R)T	82 81	72 71	52 51	42 41
13	F(T) (T)F	15 14	05 04	05 05	04 04
14	H(T) (T)H	20 19	06 06	07 07	05 05
15	R(T) (T)R	19 18	08 08	09 09	06 06
16	T(T) (T)T	51 49	34 33	26 25	17 16

Tabel 2. Winstkansen van een strategie tegen tegenstanders met allen dezelfde strategie (in %)

met een simulatie van 100.000 spelen, leidend tot een nauwkeurigheid van  $\pm 0,5\%$ . Het verschil van twee kansen heeft dus steeds een nauwkeurigheid van  $\pm 1\%$ .

Tabel 2 geeft voor een speler met een bepaalde strategie zijn winstkansen tegen tegenstanders die allemaal op hun beurt dezelfde strategie voeren. De tabel bevat 16 maal twee strategiecombinaties. De kansen zijn gegeven voor de eerste en laatste positie van de speler op de volgende manier. Bijvoorbeeld, voor Nr = 2 hebben we de strategiecombinaties H(F) en (F)H. De strategiecombinatie H(F) geeft de eerste speler de strategie H(strat) en alle andere spelers de strategie F(strat). De combinatie (F)H geeft juist het tegengestelde: de laatste speler speelt strategie H en alle andere spelers spelen strategie F. De winstkans hangt af van het totaal aantal spelers M. Zo is de winstkans van de speler met strategie H voor M = 2 gelijk aan 61% voor de combinatie H(F) en 59% voor de combinatie (F)H; voor M = 6 is deze kans 19% voor H(F) en 18% voor (F)H (zie tabel 2, Nr = 2).

Tabel 2 toont duidelijk de toenemende kwaliteit van strategieën in de volgorde F, H, R, T. Dit geldt voor alle

varianten van het aantal spelers. Bijvoorbeeld, voor Nr = 1 - 4 nemen de winstkansen tegen (F) toe in deze volgorde. Hetzelfde geldt voor de andere verzamelingen van de 4 combinaties 5 - 8, 9 - 12 en 13 - 16. Enkele uitzonderingen zijn er voor de strategieën H en R waarbij soms H een iets grotere winstkans heeft dan R.

De nieuwe strategie T domineert de anderen vrij sterk. Een verrassing is de slechte kwaliteit van de vaak gespeelde strategie F. De toevalstrategie R doet het zelfs beter en heeft min of meer dezelfde kwaliteit als strategie H. In de meeste gevallen is de winstkans van een speler die start iets hoger dan die waarbij hij de laatste beurt heeft. Bijvoorbeeld, voor Nr = 4 and M = 2 is de winstkans 86% bij T(F) en 85% bij (F)T.

Uit tabel 2 volgt de som van de winstkansen van de tegenstanders eenvoudig door de individuele winstkans af te trekken van 100%. Echter, deling van deze som door het aantal tegenstanders geeft niet altijd een goede benadering van de individuele winstkansen van de tegenstanders. De reden is dat de onderlinge positie van de tegenstanders een belangrijke rol speelt. Er zijn talrijke

Nr	StrC	Kansen (%)
1	FFFF	25 25 25 25
2	FFFH	17 15 27 31
3	FFFR	20 21 22 37
4	FFFT	14 13 13 60
5	HHHF	34 24 22 19
6	HHHH	25 25 25 25
7	HHHR	29 22 20 29
8	HHHT	08 12 11 59
9	RRRF	28 29 29 14
10	RRRH	25 27 29 19
11	RRRR	25 25 25 25
12	RRRT	17 16 16 51
13	TTTF	32 31 32 05
14	TTTH	31 30 32 07
15	TTTR	31 30 30 09
16	TTTT	25 25 25 25

Tabel 3. Winstkansen (in %) voor de verschillende spelers bij enkele strategiecombinaties en M = 4 spelers

verschillende volgordes van de spelers en daarom beperken we ons tot wat eenvoudige voorbeelden.

Tabel 3 geeft een illustratie voor M = 4 spelers. De strategiecombinaties Nr = 1 - 16 zijn dezelfde als in tabel 2 maar nu alleen met de laatste positie voor de speler met de enkele (in de meeste gevallen afwijkende) strategie. Dus StrC = FFFF in tabel 3 komt overeen met StratComb = F(F) in tabel 2, StrC = FFFH komt overeen met StratComb = F(H). De winstkansen voor de vierde speler komen overeen met de getoonde winstkansen in tabel 2, tweede kolom bij M = 4.

We zien dat de kansen van strategiecombinaties die de strategie H bevatten sterk afhangen van de volgorde. Voor de andere strategiecombinaties verschillen de winstkansen niet veel of zijn zelfs aan elkaar gelijk.

### Slotconclusies

In dit artikel hebben we laten zien dat de gebruikelijke eenvoudige strategieën Fstrat, Hstrat en Rstrat sterk ge-

domineerd worden door de nieuwe strategie Tstrat, die ook eenvoudig is toe te passen. Verrassend is dat de vaak gespeelde strategie Fstrat slecht presteert tegen de andere strategieën. De toevalstrategie Rstrat doet het zelfs veel beter en heeft een vergelijkbare kwaliteit met de strategie Hstrat.

In het *working paper* (Van der Genugten & Das, 2018) worden ook andere bordvarianten beschouwd en strategieconstructies die gebaseerd zijn op meer ingewikkelde en dus minder toepasbare scores van spelsituaties. Ook worden speelduren vermeld. Voor verder onderzoek is het interessant na te gaan of de strategie Tstrat nog verbeterd kan worden door strategieën die ook eenvoudig in de praktijk zijn toe te passen.

### LITERATUUR

- Genugten, B., van der, & Das, M. (2018). *Strategies for the board game 'Man, don't get upset', the Dutch variant of Ludo*. Working Paper, Tilburg University.  
Wikipedia (2019). *Ludo (board game)*. [https://en.wikipedia.org/wiki/Ludo\\_\(board\\_game\)\\_\(26-04-2019\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Ludo_(board_game)_(26-04-2019))

BEN VAN DER GENUGTEN is emeritus hoogleraar Waarschijnlijkheidsrekening en Statistiek, Tilburg University. E-mail: b.vandergenugten@chello.nl

MARCEL DAS is directeur van CentERdata en hoogleraar Econometrie en Dataverzameling, Tilburg University. E-mail: das@uvt.nl