

E.T. JAYNES

HARM JAN BOONSTRA & LEON WILLENBORG



Edwin Thompson Jaynes (1922–1998) was een natuurkundige die een groot deel van zijn leven heeft besteed aan het ophelderen van de rol van kansen binnen de natuurkunde, en aan de fundamentele van de kansrekening/statistiek zelf. Hij begon zijn promotieonderzoek bij J. Robert Oppenheimer ('de vader van de atoombom'), maar trok zich terug omdat zijn ideeën over de (interpretatie) van de kwantummechanica te veel verschilden van die van Oppenheimer. Jaynes promoveerde uiteindelijk bij Eugene Wigner. Net als Albert Einstein en Erwin Schrödinger heeft Jaynes de kwantummechanica nooit als een complete theorie geaccepteerd. Vooral de rol van en betekenis van kansen in de Kopenhaagse interpretatie van de kwantummechanica – die voornamelijk door Niels Bohr en Werner Heisenberg is ontwikkeld – was hem een doorn in het oog.

Volgens Jaynes zijn kansen geen fundamentele eigenschappen van fysieke objecten of systemen, maar representeren ze 'slechts' kennis hierover bij een persoon ('de waarnemer'). In filosofische termen gesteld: kansen bestaan op het epistemologische en niet op het ontologische niveau. Dit idee is een rode draad in zijn werk. Het toeschrijven van kansen aan de natuur, of dat nu aan elementaire deeltjes is of aan een dobbelsteen, noemt Jaynes een *Mind Projection Fallacy*.

MaxEnt

Jaynes' pogingen de kwantummechanica te demystificeren lijken grotendeels gefaald te hebben. Desondanks heeft hij belangrijke bijdragen aan onder andere de kwantumoptica geleverd. In de statistische mechanica – de natuurkunde van veel-deeltjessystemen – heeft Jaynes naam gemaakt met zijn maximum entropie raamwerk (afgekort MaxEnt), voortbouwend op het werk van onder andere J. Willard Gibbs. Hij zag statistische mechanica als een vorm van statistische inferentie en legde met MaxEnt de verbinding met de informatietheorie van Claude Shannon. MaxEnt is een manier om een kansver-

deling af te leiden door de entropie (bij discrete verdeling gelijk aan $-\sum_i p_i \ln p_i$ en bij continue verdeling gelijk aan $-\int f(x) \ln f(x) dx$) te maximaliseren onder randvoorwaarden, vaak in de vorm van verwachtingswaarden.

In de statistische mechanica is het onmogelijk om de posities en snelheden van alle deeltjes in, zeg, een gas te kennen. Vaak zijn er wel metingen van macroscopische variabelen van het systeem zoals de temperatuur of de druk, die geïnterpreteerd kunnen worden als verwachtingswaarden van de kansverdeling over de microscopische vrijheidsgraden van het systeem. De kansverdeling met maximale entropie gegeven deze verwachtingswaarden geeft dan de beste beschrijving van het systeem, in die zin dat deze verdeling geen andere informatie veronderstelt dan de gegeven verwachtingswaarden. De zo verkregen kansverdeling kan dan weer gebruikt worden om andere eigenschappen van het systeem te voorspellen. Zo leidt bijvoorbeeld deze aanpak bij een systeem met discrete energiewaarden $E_i > 0$ tot de Boltzmann-verdeling, waarbij de kans om het systeem in toestand E_i aan te treffen evenredig is aan $e^{-\beta E_i}$ voor een zekere $\beta > 0$.

Probability Theory; The Logic of Science

In statistiekkringen is Jaynes vooral bekend vanwege zijn postuum uitgegeven boek *Probability Theory; The Logic of Science*. Dit is een boek over de fundamentele van de kansrekening. Kansrekening is volgens Jaynes een uitbreiding van de logica naar de situatie van onzekerheid. Deze opvatting deelt hij met de econoom Maynard Keynes, de logicus en filosoof Frank Ramsey en de filosoof Rudolf Carnap. Kritiek op de aanpak van Keynes is geleverd door onder andere de Franse wiskundige Émile Borel.

Het boek van Jaynes begint met de afleiding van de regels van de kansrekening volgens Richard T. Cox. Jaynes zegt hierover: *'The basic rules, from which all else follows, are nothing but the standard product and sum rules of probability theory; but now they are derived uniquely as principles of logic, from very elementary qualitative requirements of*

consistency and rationality.' Kansen worden toegekend op grond van (onvolledige) informatie of kennis. Een uitdaging is daarbij om de informatie op een objectieve manier te vertalen naar een kansverdeling. MaxEnt is één manier, als er informatie in de vorm van verwachtingswaarden is.

Jaynes heeft, in navolging van de Britse wiskundige, statisticus, geofysicus en astronoom Harold Jeffreys, die hij zeer bewonderde, ook bijgedragen aan de theorie van transformatiegroepen voor het toekennen van prior verdelingen als er sprake is van bepaalde symmetrieën. Als er data beschikbaar zijn en een kansmodel voor de data gegeven de onbekenden, dan vindt binnen de *Probability Theory as Extended Logic*-aanpak inferentie plaats via de regel van Bayes, zoals de productregel in deze context wordt genoemd. De inferentie hangt ook af van een prior verdeling, die bijvoorbeeld met MaxEnt of de theorie van transformatiegroepen is toegekend. De uitkomst van de regel van Bayes is de posterior verdeling die de informatie in de data en de prior informatie combineert.

Optimale statistische procedures zijn volgens Jaynes altijd gebaseerd op de regels van de kansrekening. Zo laat hij in zijn boek zien hoe sommige statistische procedures uit de kansrekening volgen, en laat hij de beperkingen zien van statistische praktijken die de regels schenden. Jaynes besteedt in zijn boek ook aandacht aan modelselectie, en merkt hierover op: *'Instead of fearing wrong predictions, we look eagerly for them; it is only when predictions based on our present knowledge fail that probability theory leads us to fundamental new knowledge.'* Dit geldt misschien wel vooral, maar zeker niet uitsluitend voor de fundamentele natuurwetenschappen, en geeft in ieder geval het belang aan van evaluatie van de onzekere elementen en onvolledigheid van de veronderstelde prior informatie en modelkeuze.

Jaynes staat net als Jeffreys bekend als aanhanger van de objectieve Bayesiaanse statistiek. Weliswaar zijn kansen volgens Jaynes onvermijdelijk subjectief in de zin dat ze iemands informatie over een systeem of situatie representeren, maar objectief in de zin dat twee personen met dezelfde informatie tot dezelfde toekenning van kansen zouden moeten komen (indien ze het eens zijn over de hierbij te volgen procedure). Het nemen van beslissingen op basis van een statistische inferentie, waaronder bijvoorbeeld het samenvatten van een posterior verdeling in een puntschatting, bevat dan weer een duidelijk subjectief element, namelijk de keuze van een verliesfunctie.

Jaynes' boek en artikelen zijn zeer helder geschreven en bieden vaak verrassende inzichten. Door de vele historische uitweidingen geven ze ook een interessant beeld van de geschiedenis van de statistiek.

De geïnteresseerde lezer verwijzen we graag naar de site <http://bayes.wustl.edu>, waar een grote verzameling van Jaynes' geschriften te vinden is, waaronder ongepubliceerde en gepubliceerde artikelen op uiteenlopende gebieden binnen de natuurkunde en de statistiek, een interessant boek over muziek, en een vroege versie van zijn 'Probability Theory' boek. Ook Wikipedia bevat informatie over Jaynes: http://en.wikipedia.org/wiki/Edwin_Thompson_Jaynes.

In de literatuurlijst staan enkele geschriften vermeld waarin de MaxEnt aanpak wordt toegepast, van de hand van econometristen Henri Theil en Denzil Fiebig. Een bekend artikel waarin de informatietheorie als uitgangspunt is genomen voor een statistische aanpak is van de cryptografen en statistici Solomon Kullback en Richard Leibler.

LITERATUUR

- Borel, E. (1964). *Apropos of a Treatise on Probability*. In H.E. Kyburg, & H.E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability*. Hoboken: Wiley.
- Cox, R.T. (1946). Probability, frequency, and reasonable expectation. *American Journal of Physics*, 14, 1–13.
- Cox, R.T. (1961). *The Algebra of Probable Inference*. Baltimore, MD: Johns Hopkins University Press.
- Cox, R.T. (1979). Of inference and inquiry—An essay in inductive logic. In R.D. Levine, & M. Tribus (eds.), *The Maximum Entropy Formalism*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Jaynes, E.T. (1957). Information theory and statistical mechanics, *The Physical Review*, 106, 620–630.
- Jaynes, E.T. (1986). Bayesian methods: general background. In J. H. Justice (ed.), *Maximum-Entropy and Bayesian Methods in Applied Statistics*. New York: Cambridge University Press.
- Jaynes, E.T. (1989). Clearing up mysteries; The original goal. In J. Skilling (ed.), *Maximum-Entropy and Bayesian Methods*. Dordrecht: Kluwer.
- Jaynes, E.T. (1993). A backward look to the future. In W.T. Grandy, Jr., & P.W. Milonni (eds.), *Physics and Probability: Essays in Honor of Edwin T. Jaynes*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Jaynes, E.T. (2003). *Probability Theory: The Logic of Science*. New York: Cambridge University Press.
- Jeffreys, H. (1931). *Scientific Inference*. New York: Cambridge University Press.
- Jeffreys, H. (1961). *Theory of Probability* (3rd ed.). New York: Oxford University Press.
- Keynes, J.M. (1921). *Treatise on Probability*. London: Macmillan.
- Kullback, S., & Leibler, R.A. (1951). On information and sufficiency, *The Annals of Mathematical Statistics*, 22, 79–86.
- Ramsey, F.P. (1964). Truth and Probability. In H.E. Kyburg, & H.E. Smokler (eds.), *Studies in Subjective Probability*. Hoboken: Wiley.
- Theil, H. (1972). *Statistical Decomposition Analysis*. Amsterdam: North-Holland Publishing.
- Theil, H. & Fiebig, D.Z. (1984). *Exploiting Continuity; Maximum Entropy Estimation of Continuous Distributions*. Pensacola, FL: Ballinger.

HARM JAN BOONSTRA EN LEON WILLENBORG werken bij de afdeling Methodologie van het CBS, in Heerlen en Den Haag. E-mails: hjh.boonstra@cbs.nl en lcrj.willenborg@cbs.nl.