



HET TOEWIJZEN VAN VOORKEURSACTIVITEITEN

STEF KLEINLUCHTENBELD & GERHARD POST

Een groep deelnemers moet ingedeeld worden bij een aantal activiteiten, waarbij op elke activiteit het aantal toe te wijzen deelnemers gelimiteerd wordt door een minimum en een maximum aantal. In eerste instantie gaan we ervan uit dat elk groepslid aan precies één activiteit moet deelnemen. We kunnen bij deze toewijzing op verschillende manieren rekening houden met de voorkeuren van de deelnemers.

Voorkeuren

De eerste mogelijkheid is om elke deelnemer drie activiteiten te laten aanvinken; bij de toewijzing moet dan één

van de aangevinkte activiteiten genomen worden. Deze rangschikking noteren we als '111'; we zeggen dat elke deelnemer drie 'eerste' voorkeuren opgeeft. Natuurlijk is het mogelijk dat de voorkeuren zo eenzijdig zijn dat er geen geldige toewijzing mogelijk is; we zullen steeds aannemen dat dit niet optreedt.

Iets subtieler is dat elke deelnemer zijn eerste, tweede en derde voorkeur opgeeft, een voorbeeld van *ordinal ranking* (Wikipedia, 2018), die we noteren als '123'. Nu zijn er al verschillende manieren om de toewijzing tot stand te brengen. Weer aannemend dat iedereen toe te wijzen is, kunnen we ervoor kiezen om eerst het aantal toegekende derde voorkeuren te minimaliseren, en daarbinnen de toewijzing van tweede voorkeuren. In termen

van een lineair programma kunnen we bij n deelnemers een toewijzing van een derde voorkeur kosten n^2 geven, en een toewijzing van een tweede voorkeur kosten n .

Een andere methode is dat elke deelnemer 100 punten kan verdelen. Hierbij stellen we als eis dat aan tenminste drie activiteiten 1 of meer punten gegeven moet worden. Dit leidt tot allerlei interessante vragen voor de deelnemers en voor de planner. Hoe moeten we een score 98-1-1 interpreteren, en hoe zetten we die tegenover 50-25-25 of 49-49-2 of 30-30-20-20? Als we een lineair programma zouden maken en de scores op een lineaire manier zouden verwerken, dan zou de '98' in 98-1-1 eerder toegekend worden dan de '50' in 50-25-25, of de '49's' in 49-49-2, of de '30's' in 30-30-20-20. Zo kan een deelnemer met meerdere eerste voorkeuren gekoppeld worden aan zijn derde of vierde voorkeur, omdat andere deelnemers maar één 'hoge' eerste voorkeur opgeven. Dit maakt strategisch gedrag aantrekkelijk: door alle punten te concentreren, wordt de kans groter dat je een eerste voorkeur krijgt. Vanuit de planner gezien is een scorelijst met equivalente eerste voorkeuren veel plezieriger en is, van de genoemde scores, 30-30-20-20 de meest flexibele optie.

Standard competition ranking

Het idee van 100 punten verdelen klinkt mooi maar leidt tot de vraag of de verschillen tussen de scores betekenis hebben. Grote verschillen in score interpreteren als grote voorkeursverschillen kan, naast oprechte sterke voorkeur voor één activiteit, strategisch gedrag bevorderen. Omgekeerd zou je als planner het aangeven van meerdere eerste keuzes willen aanmoedigen, als de deelnemer eigenlijk geen of weinig voorkeur heeft. Het gevolg daarvan is dat (meestal) meer deelnemers hun eerste voorkeur kunnen krijgen. Deze kwesties kunnen worden aangepakt door de toegekende scores om te zetten in een rangorde volgens de *standard competition ranking* (Wikipedia, 2018). De score 98-1-1 wordt dan de ranking 122, net als de score 50-25-25. De score 49-49-2 wordt ranking 113 en de score 30-30-20-20 wordt ranking 1133. We kunnen nu net als bij de ordinal ranking hierboven, het probleem met *goal programming* oplossen, waarbij we weer de toewijzing aan hoge rangnummers minimaliseren.

In plaats van punten uitdelen, kunnen we de deelnemers ook rechtstreeks hun ranking laten opgeven, waarbij dus meerdere 1e, 2e en 3e keuzes mogelijk zijn. Deze keuzes zullen we wel naar de standard competition ranking omzetten. Merk op dat in dit systeem een deelnemer geen direct voordeel heeft om een 113 ranking in

plaats van een 123 ranking op te geven. Het zijn juist deelnemers met een 123 ranking die kunnen profiteren; hun tweede voorkeur kan vermeden worden door de flexibiliteit van anderen. Om de deelnemers aan te moedigen toch meerdere eerste voorkeuren op te geven, zullen we bij het toewijzen aan een derde voorkeur de deelnemers die twee eerste voorkeuren opgaven vermijden, ten koste van hen die dat niet deden.

Voorbeeld 1. Toewijzing Bacheloropdrachten

In het voorjaar van 2014 waren er bij de opleiding Toegepaste Wiskunde van de Universiteit Twente 23 studenten die ingedeeld dienden te worden in groepen om gezamenlijk één van de negen bacheloropdrachten (met namen 'A' tot 'I') te doen. De ideale groeps grootte was drie studenten, maar groepen van twee studenten was ook mogelijk. Bij voorbaat lag al vast dat de studenten 9 en 15 samen opdracht I zouden doen. Een ander speciaal geval was student 19, die opdracht E zelf ingebracht had; hij moest dan ook toegewezen worden aan deze opdracht. In eerdere jaren gaven de studenten een 1e, 2e en 3e voorkeur op, wat (uiteraard) leidde tot veel studenten die niet op hun 1e voorkeur ingepland konden worden.

Om deze reden kregen de studenten in 2014 de mogelijkheid om zoveel 1e, 2e en 3e voorkeuren op te geven als ze wilden, met de belofte dat meer sterke (bijvoorbeeld 1e) voorkeuren aangeven, zou leiden tot een betere kans op toewijzing aan een sterke voorkeur. Van de 20 studenten die hun keuze nog moesten opgeven, gaven maar liefst 16 studenten tenminste twee 1e voorkeuren op, zie tabel 1. Er konden hiermee zeven groepen van drie studenten geformeerd worden, met toewijzing van twintig 1e voorkeuren, en één 2e voorkeur. Opdracht F verviel. Dat een *matching* met alleen 1e voorkeuren onmogelijk is, valt te zien aan de keuzes voor de opdrachten F en G.

Voorbeeld 2. Activiteiten op een middelbare school

Het Staring College te Borculo organiseert één keer per jaar een activiteitendag waarop zo'n 300 leerlingen in drie tijdsblokken deelnemen aan één van 21 activiteiten. In 2017 konden de leerlingen vijf verschillende voorkeuren opgeven, een 1e tot en met 5e voorkeur. Aangezien elke leerling in elk tijdsblok een andere activiteit doet (afgezien van enkele activiteiten, die twee tijdsblokken

studenten		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
A			3	3			1	2	1		2	3					1	2	2			1	1	
B		1				1		1			2		2				1	1	3			3	1	1
C				2		3	1	1	1		2	2										2		
D					2			3			2	3		1	1			3				1		3
E		1	2		1	2	1	2	2		3	1			3			3	1	1			2	2
F													1									2		
G		2	1	1		3	3		3		1	1	3				2				1		2	2
H					1		2	2	2			1		1	1		3	1	1		1	1	3	
I										1						1								

Tabel 1. De keuzes van de 23 studenten en de gemaakte groepsindeling (■1e voorkeur; ■2e voorkeur)

beslaan) worden idealiter de eerste drie (of in een enkel geval twee) voorkeuren toegewezen. Deze voorkeuren noemen we de *sterke* voorkeuren, de andere de *zwakke* voorkeuren.

De opgegeven sterke voorkeuren blijken niet erg evenwichtig verdeeld te zijn. Als we proberen activiteiten toe te wijzen met uitsluitend sterke voorkeuren, dan kunnen 166 activiteitsblokken van leerlingen niet toegewezen worden. Het is daarmee een goede case om het effect van verschillende score- en rankingsmethodes te onderzoeken (Kleinluchtenbeld, 2018). De zaak is eigenlijk nog wat gecompliceerder, doordat leerlingen ook drie medeleerlingen kunnen opgeven waarmee ze gedurende de dag graag samen worden ingepland. De kosten op het niet samen inplannen bij een activiteit zullen we gelijkstellen aan het verschil in kosten tussen de laagste sterke voorkeur en de hoogste zwakke voorkeur.

Bij het plannen van meerdere activiteiten per deelnemer lijkt goal programming minder geschikt. In plaats daarvan bekijken we twee doelfuncties:

- **Lineair:** de kosten voor het inplannen van voorkeur c levert in de doelfunctie kosten $c - 1$.

- **Stap:** als hierboven, maar met kosten 30 extra voor de zwakke voorkeuren.

Tabel 2 geeft een overzicht van de resultaten. We zien precies het te verwachten effect: in het lineaire model worden 286 van de 299 eerste voorkeuren gehonoreerd. Daartegenover staat dat dan 15 meer zwakke voorkeuren zijn toegekend. In het stap-model zijn slechts 171 zwakke voorkeuren toegekend, waarvan er 166 onvermijdbaar zijn.

Om te onderzoeken wat het effect van het toestaan van meerdere 1e, 2e, 3e, 4e of 5e voorkeuren is, hebben we voor een deel van leerlingen (oplopend van 0% t/m 100%) de voorkeuren random gegenereerd. Bij deze leerlingen is wel de eerste voorkeur blijven staan, maar op de tweede tot en met de vijfde plaats is uniform verdeeld een voorkeur tussen 1 en 5 getrokken. De zo ontstane getallen zijn weer met de standard competition ranking genormaliseerd. We kunnen de beide modellen ('Lineair' en 'Stap') weer toepassen, maar interessanter is wat er gebeurt met het aantal activiteiten dat niet toegewezen kan worden aan een sterke voorkeur.

Tabel 3 geeft een overzicht, gebaseerd op 10 random

	STERKE VOORKEUREN				ZWAKKE VOORKEUREN				NIET samen
	1	2	3	(som)	3	4	5	(som)	
LINEAIR	286	252	173	711	19	128	39	186	30
STAP	270	261	195	726	18	106	47	171	32

Tabel 2. Aantal toegekende voorkeuren bij ordinal ranking

0%	20%	40%	60%	80%	100%
166	155	143	132	119	106

Tabel 3. Aantal onvermijdbare zwakke voorkeuren als het aangegeven percentage random tot stand komt

trekkingen. We zien het aantal onvermijdbare zwakke voorkeuren in de toewijzing dalen als meer leerlingen meerdere sterke voorkeuren kunnen opgeven, zonder dat de capaciteit van de activiteiten te vergroot wordt. Als de leerlingen inderdaad niet altijd uitgesproken voorkeuren hebben, zoals voorbeeld 1 suggereert, kunnen we door het toelaten van meerdere 1e, 2e en 3e voorkeuren de tevredenheid verhogen.

Conclusie

Deze bijdrage wil de aandacht vestigen op een iets minder gebruikelijke methode om voorkeuren vast te leggen. We geloven dat deze methode in een aantal gevallen leidt tot toewijzingen die de deelnemers als beter waarderen. De methode met ordinal ranking dwingt de deelnemers te onderscheiden wat men als gelijkwaardig beschouwt. De puntenmethode moet in onze ogen op z'n minst gecombineerd worden met een rankingmethode, om strategisch gedrag te ontmoedigen. Maar ook bij de hier gepropageerde methode kan de deelnemer strategisch kiezen, namelijk door voor '3' een populaire activiteit te kiezen. Hopelijk is dat dan niet de eigen eerste voorkeur...

Onze dank gaat uit naar Marc Uetz en Johann Hurink voor gesprekken over dit onderwerp.

LITERATUUR

- Wikipedia, *Ranking*, <https://en.wikipedia.org/wiki/Ranking>, geraadpleegd op 13 juli 2018.
- Kleinluchtenbeld, S. (2018). *Het indelen van leerlingen voor een activiteitendag* (opdracht voor Onderzoek van Wiskunde, master Educatie en Communicatie in de Bètawetenschappen. Enschede: Universiteit Twente.

STEF KLEINLUCHTENBELD voltooide de bachelor in Applied Mathematics en deed bovenstaand onderzoek als onderdeel van de master Educatie en Communicatie in de Bètawetenschappen aan de Universiteit Twente. E-mail: s.kleinluchtenbeld@alumnus.utwente.nl

GERHARD POST is OR expert bij ORTEC te Zoetermeer en universitair docent aan de Universiteit Twente. Hij publiceerde diverse wetenschappelijke artikelen over roosterproblemen. E-mail: g.f.post@utwente.nl



After a warm summer with record-breaking temperatures, the Young Statisticians are back on track.

There is a young statistician in everyone

Last academic year we organized company visits to Marktplaats/eBay, SciSports, Alliander, the Dutch Court of Audit (Algemene Rekenkamer), to learn about their ways of applying statistics. We also organized symposia about sports & statistics and causality and contributed to the VVSOR Annual Meeting by hosting a lunch and a pub quiz. We enjoyed these events: bringing so much young statistical enthusiasts together gives us a lot of energy and motivation to continue this valuable board work. During fall, we will organize new company visits and a statistics café (symposium) and prepare for the events in 2019.

If you are interested in our events, please visit our website <https://www.vvsor.nl/young-statisticians/> (where you can sign up for the newsletter) to sign up for our events. We hope to see many new statistics lovers, because the fun increases exponentially with the number of people joining clearly illustrated by the graph below. We believe that there is a young statistician in everyone!

