

STATOR

periodiek van de VVS jaargang 9 nummer 4, december 2008

**Optimalisatie van bestralingsbehandeling
tegen kanker; Operations Research toegepast
voor radiotherapie**

**Zijn biologische boeren minder risicomijdend
dan gangbare boeren?**

Mobiele affichage

**‘Les jeux sont faits’: afscheidscollege van
prof. dr. B.B. van der Genugten**

Een onwaarschijnlijke avond met EURANDOM

STATOR

Jaargang 9, nummer 4, december 2008

STATOR is een uitgave van de Vereniging voor Statistiek en Operationele Research (VVS). STATOR wil leden, bedrijven en overige geïnteresseerden op de hoogte houden van ontwikkelingen en nieuws over toepassingen van statistiek en operationele research. Verschijnt 4 keer per jaar.

Redactie

Goos Kant (hoofdredacteur), Ana Isabel Barros, Mirjam Moerbeek, Gerrit Stemerding (eindredacteur), Fred Steutel, Hilde Tobi, Marnix Zoutenbier.

Kopij en reacties richten aan

Prof. dr. G. Kant (hoofdredacteur), Faculteit der Economische Wetenschappen van de Universiteit van Tilburg, Postbus 90153, 5000 LE Tilburg, telefoon 013 - 4668234, mobiel 06-11045089, <G.Kant@uvt.nl>.

Bestuur van de VVS

Voorzitter: prof. dr. R. Gill <voorzitter@vvs-or.nl>
Secretaris: dr. C.G.H. Diks <c.g.h.diks@uva.nl>
Penningmeester: prof. dr. ir. C.A.G.M. van Montfort <kvmontfort@feweb.vu.nl>
Statistische dag: prof. dr. A.W. van der Vaart <aad@cs.vu.nl>
Namens de Bedrijfssectie (BDS):
prof. dr. R.J.M.M. Does <R.J.M.M.Does@uva.nl>
Namens de Biometrische Sectie (BMS):
prof. dr. A.H. Zwinderman <a.h.zwinderman@amc.uva.nl>
Namens de Economische Sectie (ECS):
dr. P.H.F.M. van Casteren <casteren@fee.uva.nl>
Namens het Ned. Genootschap voor Besliskunde (NGB):
prof. dr. J.J. van de Klundert <j.vandeklundert@math.uni-maastricht.nl>
Namens de Sectie Mathematische Statistiek (SMS):
dr. P.J.C. Spreij <spreij@science.uva.nl>
Namens de Sociaal Wetenschappelijke Sectie (SWS):
prof. dr. J.K. Vermunt <j.k.vermunt@uvt.nl>

Leden- en abonnementenadministratie van de VVS

VVS, Postbus 244, 6700 AE Wageningen, telefoon 0317 - 419572, fax 0317 - 421364, <admin@vvs-or.nl>. Raadpleeg onze website over hoe u lid kunt worden van de VVS of een abonnement kunt nemen op STATOR of op een van de andere periodieken.

VVS-website

<http://www.vvs-or.nl>

Advertentieacquisitie

Marieke Klein, p/a Vrije Universiteit, afdeling Econometrie & Operationele Research, De Boelelaan 1105, 1085 HV Amsterdam, <adverteren.stator@vvs-or.nl>. STATOR verschijnt in maart, juni, september en december.

Ontwerp en opmaak

Pharos / M. van Hootegem, Nijmegen

Uitgever

© Vereniging voor Statistiek en Operationele Research
ISSN 1567-3383

Inhoud

3 Aan alles komt een eind

4 Optimalisatie van bestralingsbehandeling tegen kanker; Operations Research toegepast voor radiotherapie

Aswin Hoffmann en Dick den Hertog

9 Zijn biologische boeren minder risicomijdend dan gangbare boeren?

Cornelis Gardebroek

14 Mobiele affichage

Susanne Buijtenhek

20 Wiskunde: Königin der Waffen - column

Fred Steutel

22 'Les jeux sont faits': afscheidscollege van prof. dr. B.B. van der Genugten

Ben van der Genugten

26 Onderzoek en boven misschien ook zoek - column

Onno Boxma

28 Vidi-subsidie voor Mirjam Moerbeek

29 Een onwaarschijnlijke avond met EURANDOM

Erik Winands

31 2008 Informa Expository Writing Award voor Henk Tijms

31 34-ste Lunteren Conferentie Mathematische Besliskunde

31 Agenda

Aan alles komt een eind



Aan alles komt een eind. Bij het schrijven van dit redactioneel loopt het jaar 2008 ten einde. Ook dit jaar hebben wij ons als redactie ingezet om de lezer weer van vier goed gevulde afleveringen van *STATOR* te voorzien. Bij dezen willen wij alle auteurs die dit jaar een bijdrage hebben geleverd vriendelijk bedanken.

Aan alles komt een eind. Wij nemen afscheid van ons redactielid Fred Steutel. Fred maakte vanaf het allereerste begin deel uit van de redactie. Met hem verliezen wij een gedreven redacteur, een zeer prettige collega en een onuitputtelijke bron van ideeën en contacten. Fred, bedankt voor alles, de vergaderingen zullen zonder jouw opmerkingen niet meer zijn zoals ze waren! Gelukkig blijft Fred nog wel zijn onnavolgbare columns schrijven. In dit nummer geeft hij daarin een lofzang op de wiskunde als onmisbaar fundament onder de statistiek: Königin der Waffen.

Aan alles komt een eind. Wij nemen afscheid van onze vaste columnist Onno Boxma. Hem willen wij bedanken voor de vele columns die hij de afgelopen jaren heeft geschreven. Onno pakt in zijn column de laatste kans aan te schrijven over het doen van onderzoek. Vanaf volgend jaar zal Johan van Leeuwarden, net als Onno afkomstig uit Eindhoven, de column voor zijn rekening nemen.

Aan alles komt een eind. Afgelopen september nam Ben van der Genugten afscheid als hoogleraar aan de Universiteit van Tilburg. Een ingekorte versie van zijn afscheidsrede is opgenomen in dit nummer; hierin kunt u nog eens lezen waarom poker ten onrechte als een kansspel is gekwalificeerd.

Aan alles komt een eind, maar in sommige gevallen laat dit eind gelukkig nog even op zich wacht-

ten. Nieuwe technologische ontwikkelingen voor het behandelen van kanker zorgen er voor dat de overlevingsduur voor patiënten met deze ziekte is gestegen. In hun bijdrage lichten Aswin Hoffmann en Dick den Hertog toe hoe technieken uit de operations research kunnen worden ingezet om bestralingsbehandelingen tegen kanker te optimaliseren.

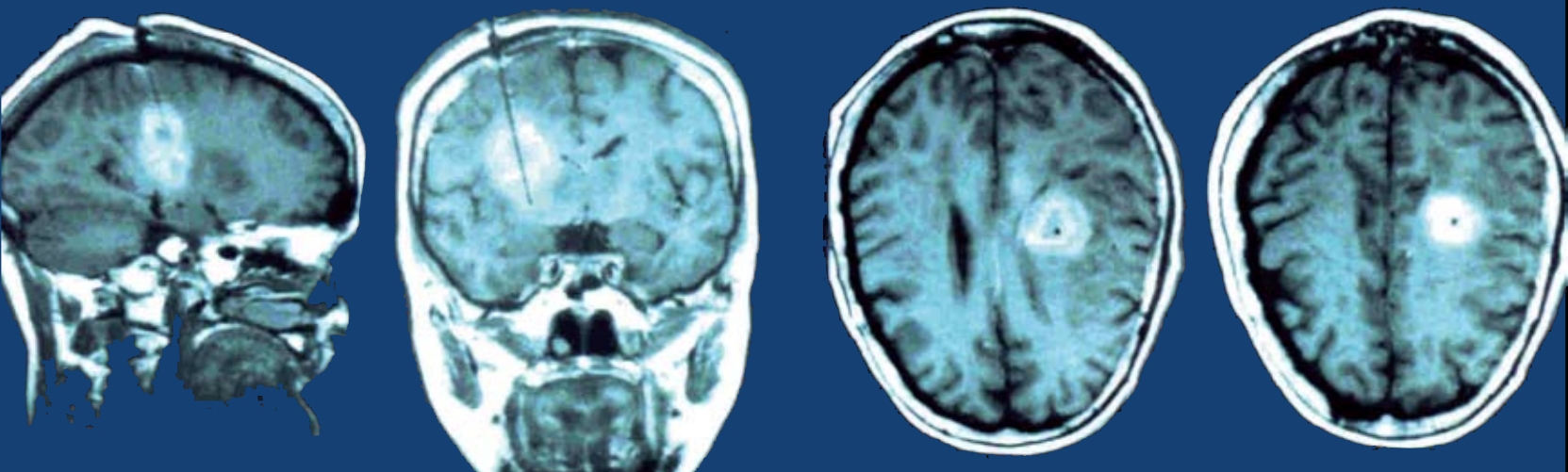
Aan alles komt een eind. Steeds meer gangbare boeren stappen over op biologische landbouw. De productietechnieken in de biologische landbouw zijn risicovoller en Cornelis Gardeboer laat in zijn bijdrage zien hoe men kan onderzoeken of biologische boeren minder risicomijdend zijn dan gangbare boeren.

Aan alles komt een eind. Mobiele reclame op straat, in bushokjes, op trams en op bussen is snel van ons netvlies verdwenen. Het is voor adverteerders daarom belangrijk om te weten wat dit type reclame oplevert. Susanne Buijtenhek licht een methode toe om het aantal contacten voor mobiele affichage te bepalen.

Aan alles komt een eind, ook aan deze *STATOR*. In de laatste bijdrage blikte Erik Winands terug op het 10-jarig jubileum van *EURANDOM*. Wij als redactie gebruiken de laatste dagen voor het bedenken van een grolkop met het woord *EURANDOM*, denkt U met ons mee?

Aan alles komt een eind, maar vaak volgt er weer een nieuw begin. Wij wensen U alvast een schitterend 2009 toe!

Veel leesplezier!
De redactie.



OPTIMALISATIE VAN BESTRALINGSBEHANDELING TEGEN KANKER

Operations Research toegepast voor radiotherapie

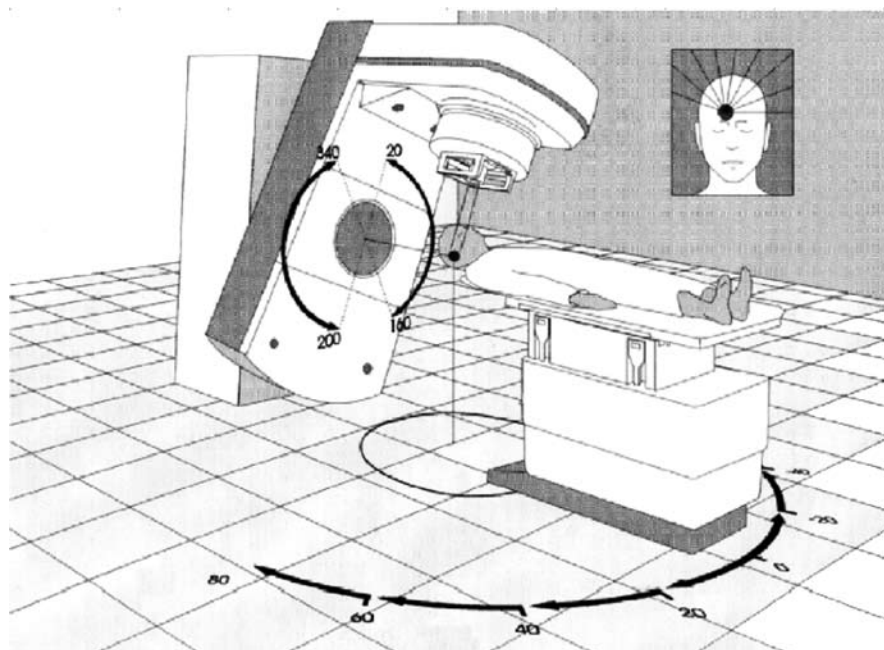
ASWIN HOFFMANN EN DICK DEN HERTOOG

Nieuwe technologische ontwikkelingen voor precieze bestraling van oncologische patiënten, zoals intensiteitsgemoduleerde radiotherapie (IMRT), zijn veelbelovend en bieden enorme potentiële voordelen in termen van tumorcontrole en bijwerkingen. De gecompliceerdheid van deze vorm van bestralingsbehandeling maakt het effectief gebruik van computersystemen voor *treatment planning* essentieel. Om complexe planningsproblemen op te lossen worden tegenwoordig wiskundige optimalisatietechnieken uit de Operations Research met succes toegepast. Vanwege de verscheidenheid aan keuzes en de ruimte voor individuele afweging van tegenstrijdige klinische eindpunten die IMRT mogelijk maakt, bestaat behoefte aan interactieve ondersteuning bij de keuze voor een optimaal bestralingsplan. Het Pareto concept is hiervoor een geschikt middel.

Inleiding in de radiotherapie

In 2000 zijn binnen de Europese Unie circa 2 miljoen nieuwe kankergevallen gediagnosticeerd en stierven ruim 1.5 miljoen mensen aan de ziekte (IARC 2002). Ongeveer de helft van de kankerpatiënten komt gedurende het ziektebeloop in aanmerking voor radiotherapie. Daarnaast zijn chirurgie en chemotherapie veelgebruikte behandelmodaliteiten. Chirurgie is de primaire optie voor een lokale, in opzet curatieve behandeling van solide tumoren. Chemotherapie is een systemische behandeling die globaal ingrijpt op de celdeling van tumoren en overige weefsels in het lichaam. Radiotherapie wordt eveneens toegepast voor behandeling van solide tumoren, maar is specifiek geschikt voor behandeling van chirurgisch ontoegankelijke vormen van kanker. Een bestralingsbehandeling wordt met in opzet curatieve of palliatieve intentie uitgevoerd, al dan niet in combinatie met chirurgie of chemotherapie. Het beoogde doel bij een in opzet curatieve bestralingsbehandeling is het tumorweefsel een lethale dosis toe te dienen, terwijl de omliggende gezonde weefsels zo veel mogelijk gespaard dienen te worden. Bij een palliatieve behandeling is de toegediende dosis beperkt en wordt verlichting van (pijn)symptomen nagestreefd teneinde de hoogst mogelijke kwaliteit van leven te behalen.

Radiotherapie kan zowel inwendig als uitwendig worden toegediend. Bij inwendige radiotherapie ('brachytherapie') wordt een radioactieve bron in het lichaam van de patiënt tot nabij of in de tumor gebracht. Bij uitwendige radiotherapie ('teletherapie') wordt een stralenbundel opgewekt in een bestralingstoestel, die van buitenaf op de patiënt wordt gericht. Doordat straling in het weefsel penetreert kunnen diepgelegen tumoren worden bereikt. De meeste patiënten die voor radiotherapie in aanmerking komen, worden behandeld met een hoog-energetische fotonenbundel die door een lineaire versneller



Figuur 1. Schematische weergave van een lineaire versneller met roteerbare gantry en behandeltafel. Bron: K.-H. Küfer, Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, Kaiserslautern

wordt gegenereerd. De fotonenbundel wordt doorgaans vanuit meerdere richtingen op het doelgebied gericht om overdosering van de omliggende gezonde weefsels zo veel mogelijk te beperken. Daartoe beschikt de lineaire versneller over een roteerbare *gantry* en ligt de patiënt op een roteerbare behandeltafel (zie figuur 1).

Naast deze geometrische vrijheidsgraden kan de energie van de stralenbundel worden gevarieerd, wat de penetratiediepte beïnvloedt. Door een *multi-leaf collimator* (MLC) als diafragma in de stralenbundel te plaatsen kan de vorm van het bestralingsveld worden geconformeerd aan die van het doelvolume. De stralingsintensiteit over een dwarsdoorsnede van de bundel is uniform of kan in beperkte mate worden gemoduleerd door een loden wig in de bestralingsbundel tussen het toestel en de patiënt te plaatsen. Desalniettemin zijn deze technische maatregelen onvoldoende in staat om de resulterende dosisverdeling in het weefsel aan de anatomische vormen van het

tumorvolume aan te passen, speciaal in het geval van onregelmatig gevormde concave doelgebieden.

Dankzij nieuwe technologische ontwikkelingen kan deze beperking worden ondervangen. Met *intensity-modulated radiation therapy* (IMRT) kan de stralingsintensiteit worden gemoduleerd door tijdens de bestraling individuele delen van de bundel gedurende een bepaalde tijd af te schermen met behulp van de MLC. Hierdoor is een strakke dosisverdeling voor de tumor mogelijk zonder dat omliggende gezonde weefsels een hoge dosis ontvangen. Wiskundig is aan te tonen dat bestraling van een doelvolumen met concave anatomie alleen bereikt kan worden door intensiteitsmodulatie van de invallende stralenbundels (Brahme, 1982).

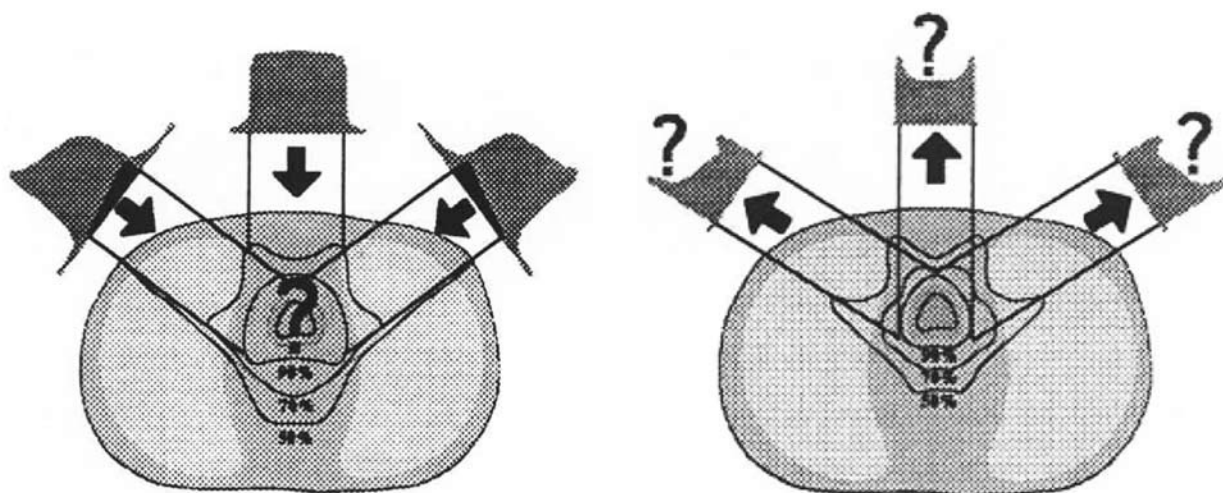
Treatment planning probleem

Voordat een IMRT-bestraling op een patiënt wordt uitgevoerd, wordt een individueel bestralingsplan gemaakt met speciaal daartoe geëigende *treatment planning* software. Een IMRT-plan wordt fysisch gekarakteriseerd door de keuze van bundelgeometrie (rotatiehoeken van gantry en

behandeltafel), de bundelenergie en de intensiteitsmodulatie van elke afzonderlijke bundel. Het doel daarbij is voldoende dosis aan het doelgebied af te geven om tumorcellen uit te roeien, terwijl omliggend weefsel zoveel mogelijk gespaard moet blijven. Het vinden van een ideale balans tussen deze inherent tegenstrijdige doelen vormt de uitdaging in de dagelijkse praktijk van de klinisch fysicus en radiotherapeut.

Het probleem van treatment planning is een optimale verzameling bundelparameters (geometrie, energie, intensiteitsmodulatie) te vinden voor een gegeven patiënt en de fysische beperkingen van de apparatuur (o.a. de mechanische MLC). Daar waar de keuze voor een bepaald behandelingsplan (m.n. fractionering: totaal aantal bestralingsfracties, dosis per fractie, duur van behandeling) voornamelijk in consensus door empirische kennis en ervaring van de behandelend radiotherapeut wordt vastgelegd, leent de keuze voor instelling van de bundelparameters zich (meer) voor een benadering vanuit het vakgebied van de wiskundige optimalisatie of *Operations Research* (OR) (Langer, 2003).

Vóór de introductie van IMRT was *forward planning* de conventionele oplossing van het treatment planning probleem. De bundelpara-



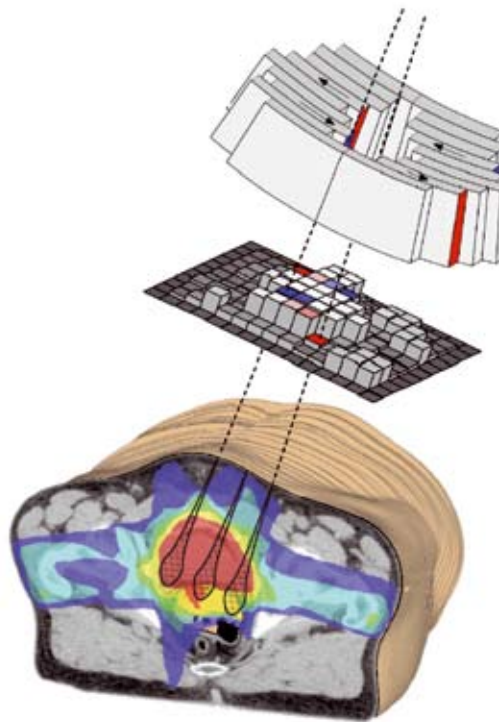
Figuur 2. Schematische weergave van forward planning (links) en inverse planning (rechts)

meters van een plan werden handmatig door de planner ingesteld en de resulterende dosisverdeling werd door de computer berekend. In geval het resultaat onbevredigend was, werden de bundelparameters handmatig aangepast en werd het proces herhaald totdat een acceptabele oplossing was gevonden. Omdat voor IMRT per stralenbundel intensiteitsverdelingen, veelal bestaande uit duizenden individueel in te stellen bundelelementen (*bixels*) berekend moeten worden, neemt het aantal vrijheidsgraden zodanig toe dat het probleem door een mens niet in acceptabele tijd kan worden opgelost. Zodoende wordt het treatment planning probleem voor IMRT veelal als een *inverse problem* gemodelleerd en opgelost. Hierbij wordt met behulp van wiskundige kostenfuncties een beschrijving van de gewenste dosisniveaus opgegeven en berekent de computer de bundelparameters met een geschikt optimalisatie-algoritme.

In de klinische praktijk wordt doorgaans uitgegaan van een vaste geometrie van de stralenbundels, waarvoor per bundel een optimale intensiteitsverdeling (*fluence map*) berekend moet worden. De fluence map is een ruimtelijk geordende verzameling van bixels, met afzonderlijk in te stellen gewichten. Het bixelgewicht bepaalt de hoeveelheid straling die wordt doorgelaten. Door de bixelgewichten te variëren wordt de intensiteit van de stralenbundel gemoduleerd, hetgeen de vorm en magnitude van de resulterende dosisverdeling bepaalt (zie figuur 3).

De kwaliteit van de resulterende dosisverdeling wordt geëvalueerd met behulp van wiskundige kostenfuncties. Veelal worden kwadratische kostenfuncties gebruikt, waarvan het minimum (uitgaande van een minimalisatieprobleem) bij het gewenste dosisniveau ligt. Door de gebruiker worden voor het doelvolumen en de relevante omliggende organen minimum, maximum en zonodig gemiddelde dosisniveaus opgegeven.

De laatste jaren heeft het onderzoek naar geschikte optimalisatie-algoritmen voor radiothe-



Figuur 3. Door de leafs van de MLC (boven) tijdens de bestraling te bewegen worden verschillende diafragma-vormen gemaakt die tezamen een fluence map (midden) creëren. Hierdoor wordt de intensiteit van de invallende bundel (stippellijnen) gemoduleerd en een gewenste dosisverdeling (onder) gerealiseerd. Bron: RaySearch Laboratories AB, Stockholm

rapie planning een hoge vlucht genomen. Tijdens INFORMS, MPS en SIAM conferenties zijn vele sessies gewijd aan dit onderwerp. In 2007 heeft dr. Eva Lee (Director of the Center for Operations Research in Medicine and Health Care, Georgia Institute of Technology) de Franz Edelman award gekregen voor haar onderzoek op dit gebied. Deze technieken uit de Operations Research worden nu veelvuldig in bestralingsinstituten over de hele wereld toegepast. Het Zweedse bedrijf RaySearch Laboratories AB heeft software met IMRT optimalisatie-algoritmen geïmplementeerd, en is hiermee wereldwijd marktleider geworden.

Multi-criteria optimalisatie

Voorafgaand aan het optimaliseren is het onduidelijk welke *trade-off* er tussen de afzonderlijke,

vaak conflicterende kostenfuncties, bestaat. Op dit moment hanteert de radiotherapeut een trial-and-error proces: de afzonderlijke kostenfuncties krijgen een bepaald gewicht, waarna de optimale oplossing hierbij wordt berekend, vervolgens analyseert de arts de oplossing en past de gewichten aan, etc. Omdat elke optimalisatieslag al gauw enkele minuten duurt, is dit een tijdrovende manier van werken. Daarom is voorgesteld om in plaats van te zoeken naar een oplossing (bestralingsplan) met de laagste kosten, te zoeken naar oplossingen die *Pareto optimaal* of *efficiënt* zijn (Hamacher, 2002). Een oplossing die aan dit criterium voldoet heeft de eigenschap dat géén van de individuele kosten kan worden verlaagd zonder verhoging van tenminste één van de overige kosten. Daarmee is de oplossing het best haalbare compromis. Het treatment planning probleem is aldus getransformeerd naar een serie van problemen om de verzameling van Pareto optimale oplossingen te genereren. Het grote voordeel van deze multi-criteria aanpak is dat de Pareto oplossingen off-line berekend kunnen worden. Met geschikte interactieve navigatietools kan de radiotherapeut de trade-off tussen kostenfuncties bestuderen en een uiteindelijke keuze maken die het beste past bij zijn/haar voorkeuren (Monz, 2008).

Onderzoekers van het departement Econometrie en Operations Research van de Universiteit van Tilburg werken met succes samen met klinisch fysici en artsen van de afdeling Radiotherapie van het UMC St Radboud in Nijmegen om nieuwe en efficiënte methoden te ontwikkelen om deze verzameling van Pareto punten zo efficiënt mogelijk te benaderen (Hoffmann, 2006). Omdat de ontwikkelde methoden uitgaan van convexe kostenfuncties is er een uitgebreide convexiteitsanalyse van de gebruikte kostenfuncties uitgevoerd (Hoffmann, 2008). Aangetoond is dat veelgebruikte kostenfuncties al convex zijn, of convex te maken zijn door geschikte transfor-

mities. Tevens is aangetoond dat de verzameling van Pareto punten afkomstig van convexe IMRT kostenfuncties nog efficiënter benaderd kan worden door geschikte transformaties toe te passen (Siem, 2008). Er is contact gelegd met RaySearch Laboratories AB om te onderzoeken of deze technieken in hun IMRT-optimalisatie software kunnen worden toegevoegd.

LITERATUUR

- Brahme, A., Roos J.-E., Lax I. (1982). Solution of an integral equation encountered in rotation therapy. *Physics in Medicine and Biology*, 27, 1221-1229.
- IARC: International Agency for Research on Cancer (2002). GLOBOCAN database, *CANCERmondial*: www-dep.iarc.fr.
- Hamacher, H. W., Küfer, K.-H. (2002). Inverse radiation therapy planning – a multiple objective optimization approach. *Discrete Applied Mathematics*, 118, 145-161.
- Hoffmann, A. L., Siem, A. Y. D., den Hertog, D., Kaanders, J. H. A. M., Huizenga, H. (2006). Derivative-free generation and interpolation of convex Pareto optimal IMRT plans. *Physics in Medicine and Biology*, 51, 6349-6369.
- Hoffmann, A. L., den Hertog, D., Siem, A. Y. D., Kaanders, J. H. A. M., Huizenga, H. (2008). Convex reformulation of biologically-based multi-criteria IMRT optimization including fractionation effects. *Physics in Medicine and Biology*, 53, 6345-6362.
- Langer, M., Lee, E. K., Deasy J. O., Rardin R. L., Deye, J. A. (2003). Operations research applied to radiotherapy, an NCI-NSF sponsored workshop – February 7-9, 2002. *International Journal of Radiation Oncology*Biophysics*, 57, 762-768.
- Monz, M., Küfer, K.-H., Bortfeld, T. R., Thieke, C. (2008). Pareto navigation – algorithmic foundation of interactive multi-criteria IMRT planning. *Physics in Medicine and Biology*, 53, 985-998.
- Siem, A. Y. D., den Hertog, D., Hoffmann, A. L. (2008). The effect of transformations on the approximation of univariate (convex) functions with applications to Pareto curves. *European Journal of Operational Research*, 189, 347-362.

ASWIN HOFFMANN is klinisch fysicus bij de afdeling Radiotherapie van het Universitair Medisch Centrum St Radboud, Nijmegen.

E-mail: <a.hoffmann@rther.umcn.nl>.

DICK DEN HERTOOG is hoogleraar Operations Research aan de Faculteit Economie en Bedrijfswetenschappen van de Universiteit van Tilburg, en wetenschappelijk directeur van het onderzoeksinstituut Center.

E-mail: <d.denhertog@uvt.nl>.



ZIJN BIOLOGISCHE BOEREN MINDER RISICOMIJDEND DAN GANGBARE BOEREN?

Het toepassen van biologische landbouwmethodes is voor individuele boeren in een aantal opzichten risicovoller dan het gebruik van gangbare productietechnieken. Dit suggereert dat biologische boeren meer bereid zijn risico's te accepteren dan hun gangbare collega's. Om dit te onderzoeken zijn met behulp van Bayesiaanse schattingstechnieken en panelgegevens individuele risicocoëfficiënten geschat voor biologische en gangbare boeren.

CORNELIS GARDEBROEK

Risico's en risicohouding

Het inkomensrisico is bij een biologische bedrijfsvoering om een drietal redenen hoger dan bij

gangbare bedrijven. Zo zijn er in geval van plagen en ziektes bij biologische productie minder mogelijkheden tot ingrijpen, wat leidt tot meer fluctuaties in opbrengsten. Dit blijkt ook uit een eerste



analyse van de panelgegevens die voor deze studie zijn gebruikt. De variantie van opbrengsten *binnen* bedrijven (*within* variantie) was voor biologische boeren daadwerkelijk hoger in vergelijking met gangbare bedrijven. Naast productierisico's zijn echter ook de prijsrisico's hoger. Biologische bedrijven produceren voor kleinere en vaak lokale markten met meer schommelingen in de vraag. Wisselend overheidsbeleid met betrekking tot de biologische sector zoals zich dat de afgelopen jaren voordeed, leidt tot meer beleidsrisico's.

Tegenover deze drie vormen van hoger risico staat dat inkomsten uit een biologische bedrijfsvoering gemiddeld hoger zijn dan in de gangbare landbouw. In de keuze tussen gangbare en biologische landbouw zijn verwachte inkomsten en spreiding van inkomsten beide van belang. Een economisch model dat rekening houdt met verwachtingswaarde en spreiding van inkomsten, is het bekende 'verwachte nut model' (*expected utility theory*; zie Chavas, 2004 voor een goede introductie). Individuen verwachten een bepaald nut van inkomsten die kunnen fluctueren. De waardering van onzekere inkomsten verschilt per persoon en dat leidt tot verschillen in nutsfuncties. De kromming van deze nutsfuncties zegt iets over de waardering van risico's. De Arrow-Pratt

risicocoëfficiënt is gebaseerd op dit idee en is gedefinieerd als de negatieve verhouding van de tweede afgeleide van de nutsfunctie ten opzichte van de eerste afgeleide. Is deze coëfficiënt positief, dan is een individu risicomijdend, is ze nul dan is een persoon risiconeutraal en bij een negatieve coëfficiënt houdt iemand wel van een gokje.

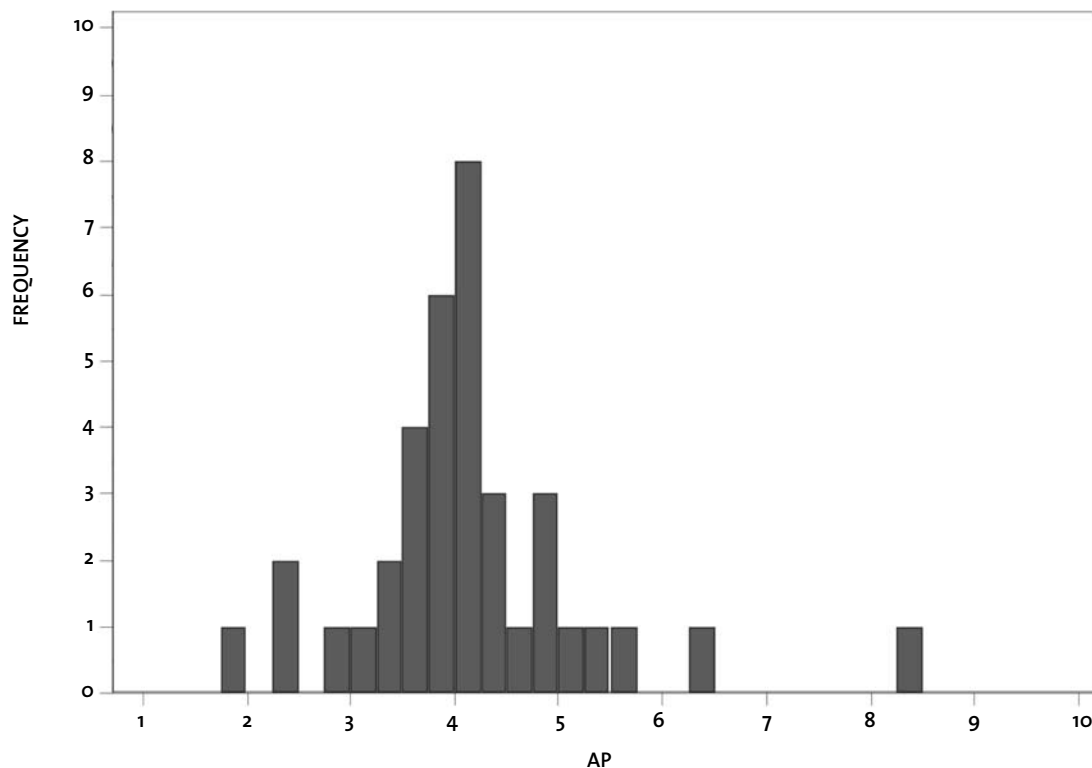
Omdat nutsfuncties niet direct meetbaar zijn, moeten er vaak extra aannames worden gemaakt om dit model toe te kunnen passen. Antle (1989) liet echter zien dat Arrow-Pratt coëfficiënten voor inkomensrisico ook af te leiden zijn op basis van kansverdelingfuncties voor inkomsten. Zijn model vormt de theoretische achtergrond van dit onderzoek.

Bayesiaanse random coëfficiënt modellen

In economische studies naar risicohouding schat men doorgaans slechts een gemiddelde risicocoëfficiënt voor een groep van consumenten of producenten. Mensen verschillen echter in hun houding ten opzichte van risico. Idealiter zou je dus individuele risicocoëfficiënten willen schatten. Deze individuele coëfficiënten kunnen onder meer gebruikt worden in simulatiemodellen om

zo heterogene beleidseffecten af te leiden. Dit kan alleen indien er (voldoende) longitudinale gegevens per persoon beschikbaar zijn. De panel dataset die voor deze studie is gebruikt bevat gegevens van 37 biologische en 143 gangbare akkerbouwbedrijven in de periode 1990-1999. De gangbare akkerbouwbedrijven zijn qua bedrijfsomstandigheden (o.a. grondsoort, bedrijfsgrootte, beschikbaarheid van arbeid etc.) in principe ook in staat om biologisch te produceren, maar doen dat (nog) niet. De panel dataset is *unbalanced*, wat wil zeggen dat de tijd dat bedrijven in het panel zitten varieert. In totaal zijn er 163 waarnemingen voor biologische bedrijven en 484 voor gangbare. Het relatief kleine aantal waarnemingen per bedrijf maakt het onmogelijk om met standaard regressietechnieken betrouwbare risicocoëfficiënten per bedrijf te schatten. Ook standaard random coëfficiënt modellen voor panelgegevens geven onbetrouwbare resultaten bij dergelijke korte tijdsdimensies.

In deze studie wordt een Bayesiaans random coëfficiënt model gebruikt (Gelfand et al, 1990) om individuele risicocoëfficiënten te schatten. Een dergelijk model heeft een tweetal voordelen. Ten eerste is het mogelijk om bestaande informatie over risicocoëfficiënten te gebruiken als prior informatie in het schattingsproces. Zo is de verwachtingswaarde van alle risicocoëfficiënten positief, omdat we er vanuit gaan dat de meeste boeren in enige mate risicomijdend zijn. Er is ook een aantal studies beschikbaar waarin voor vergelijkbare gangbare bedrijven gemiddelde risicocoëfficiënten zijn geschat, vaak op basis van andere modellen en aannames. Deze geven een goed beeld wat reële waarden zijn voor de te schatten parameters. Gebruik van prior kansverdelingen is echter niet beperkend voor de uiteindelijke schattingen. Individuele parameters kunnen nog steeds negatief zijn, wat zou duiden op risicozoekend gedrag. Omdat de beschikbare informatie wat zegt over gemiddelde verwachtingswaardes



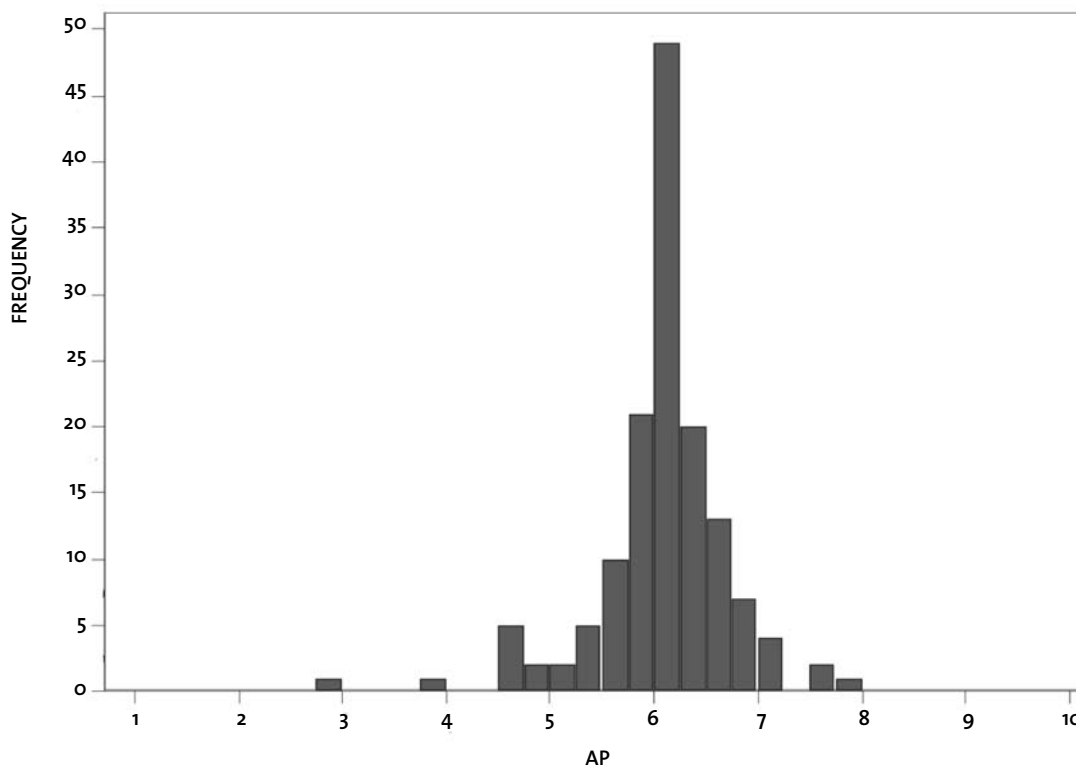
Figuur 1. Spreiding van Arrow-Pratt risicocoëfficiënten voor biologische bedrijven

en spreiding en we uiteindelijk (kansverdelingen van) individuele risicoparameters willen schatten, gebruiken we een zogenoemde *hiërarchische* prior verdeling. De algemene informatie zit in het hoogste niveau en op basis van de verwachte spreiding van risicocoëfficiënten worden dan op een lager niveau prior verdelingen voor de individuele bedrijven bepaald.

Het tweede voordeel van de gebruikte Bayesiaanse methode is dat deze rekening houdt met het aantal beschikbare waarnemingen per bedrijf in het schatten van de individuele parameters. Dit komt omdat de uiteindelijke schattingen bepaald worden door drie factoren: de beschikbare data per bedrijf, de algemene prior informatie en schattingen voor gemiddelde waarden. Voor een bedrijf met 10 waarnemingen telt de informatie uit de data zwaarder ten opzichte van prior informatie en gemiddeldes, dan voor

een bedrijf dat maar 3 periodes aanwezig is. Met andere woorden, als er weinig gegevens aanwezig zijn voor bedrijf, dan zal de uiteindelijke geschatte individuele parameter in sterke mate worden bepaald door de prior informatie en het gemiddelde voor alle bedrijven.

Tot eind jaren tachtig werden Bayesiaanse regressie modellen analytisch opgelost. Met de opkomst van computers en softwarepakketten als Matlab en Gauss is het echter mogelijk om de uiteindelijke kansverdelingen van de te schatten parameters (*posterior* verdelingen) te simuleren op basis van gekozen model en data. Dit biedt mogelijkheden om meer complexe modellen te schatten. Voor de simulatie van dit model is gebruikt gemaakt van het Metropolis-Hasting algoritme binnen een Gibbs *sampling* procedure (Koop, 2003: 92-99) en het geheel is geprogrammeerd in Matlab.



Figuur 2. Spreiding van Arrow-Pratt risicocoëfficiënten voor gangbare bedrijven

Schattingresultaten

Hoewel het geschatte model meer parameters bevat dan alleen de risicocoëfficiënten, richten we onze aandacht met name op de laatste. De frequenties van de geschatte individuele parameters zijn weergegeven in figuur 1 (biologische bedrijven) en figuur 2 (gangbare bedrijven). Uit testen blijkt dat de verdelingen van risicocoëfficiënten voor beide typen bedrijven significant van elkaar verschillen. Het gemiddelde van de 37 risicoparameters voor biologische bedrijven is 4.04 en lager dan het gemiddelde van 6.07 voor de 143 gangbare bedrijven. Dit duidt erop dat biologische boeren gemiddeld inderdaad minder risicomijdend zijn dan gangbare boeren. Het is interessant om te zien dat voor beide typen bedrijven de gemiddelde waarde hoger is dan de verwachte waarde van 3.11 zoals gebruikt in de prior verdeling. Met andere woorden, op basis van de beschikbare data is afgeweken van de prior informatie. Om het effect van de prior informatie verder te onderzoeken is tevens een gevoeligheidsanalyse uitgevoerd, waarbij telkens verschillende waarden voor de verschillende modelparameters zijn gekozen. Uit deze gevoeligheidsanalyse blijkt dat vooral de gekozen prior verdeling voor de spreiding van risicocoëfficiënten van invloed is. Ook zijn de uiteindelijke resultaten voor de biologische bedrijven gevoeliger voor gekozen prior verdelingen, simpelweg omdat voor deze groep minder gegevens beschikbaar zijn. Deze gevoeligheidsanalyse onderstreept nog eens het belang van een goede keuze van prior verdelingen op basis van bestaand onderzoek en restricties uit de theorie.

De spreiding van de risicocoëfficiënten is voor biologische bedrijven kleiner dan voor gangbare bedrijven. Dit was echter te verwachten omdat de biologische bedrijven een meer homogene groep vormen in vergelijking met de gangbare bedrijven.

Tot slot

Bayesiaanse random coëfficiënt modellen bieden interessante mogelijkheden om bij een beperkt en verschillend aantal waarnemingen per bedrijf, toch heterogene parameters te schatten. Het gebruik van bestaande prior informatie geeft tevens structuur aan het te schatten model, zonder dat deze informatie beperkend hoeft te zijn, zoals ook blijkt in deze toepassing.

Uit dit onderzoek dat gebaseerd is op de verwachte nutstheorie, blijkt dat biologische boeren gemiddeld genomen inderdaad minder risicomijdend zijn dan hun gangbare collega's. Door het schatten van individuele parameters in plaats van gemiddelde waarden krijgen we echter ook een aardig beeld van de verschillen binnen beide groepen.

De auteur dankt het Landbouw-Economisch Instituut (WUR-LEI) in Den Haag voor het beschikbaar stellen van de data.

LITERATUUR

- Het artikel is gebaseerd op: Gardebroek, C. (2006). Comparing risk attitudes of organic and non-organic farmers with a Bayesian random coefficient model. *European Review of Agricultural Economics* 33(4): 485-510.
- Antle, J.M. (1989). Nonstructural risk attitude estimation. *American Journal of Agricultural Economics* 71: 774-784.
- Chavas, J-P. (2004). *Risk Analysis in Theory and Practice*. Amsterdam: Elsevier. 247 p.
- Gelfand, A.E., Hills, S.E., Racine-Poon, A. and Smith, A.F. (1990). Illustration of Bayesian inference in normal data using Gibbs sampling. *Journal of the American Statistical Association* 85(412): 972-985.
- Koop, G. (2003). *Bayesian Econometrics*. Chichester: John Wiley & Sons.

CORNELIS GARDEBROEK is werkzaam als Universitair Docent bij de vakgroep Agrarische Economie en Plattelandsbeleid van Wageningen Universiteit. E-mail: <koos.gardebroek@wur.nl>



Foto: Anda van Riet

MOBIELE AFFICHAGE

Reclameborden op straat, in bushokjes, op trams en op bussen: buitenreclame is niet meer weg te denken uit onze samenleving. Bij het kopen van reclameruimte is het voor adverteerders belangrijk te weten wat de reclame oplevert. Om te weten wat reclame oplevert moet allereerst worden bepaald hoeveel mensen en wat voor mensen de reclame passeren. Ofwel, hoeveel contacten de reclame potentieel genereert binnen een bepaalde doelgroep.

Het bepalen van het aantal (potentiële) contacten gebeurt in de Belgische markt aan de hand van verplaatsingsonderzoeken. Wanneer het verplaatsingsgedrag van een consument bekend is, kan aan de hand van de lokaties van de reclame bepaald worden of de consument de reclame gezien kan hebben. Een stap ingewikkelder wordt het bij het bepalen van de contacten voor reclame op trams en bussen. Deze reclame 'beweegt' immers zelf ook. In dit artikel wordt ingegaan op een methode om het aantal contacten te bepalen van deze mobiele affichage. Omdat de methode een uitbreiding is op de methode voor vaste affichage, wordt eerst de methode voor reclameborden op straat, vaste affichage, toegelicht. Dit project is door Pointlogic uitgevoerd in opdracht van het CIM*.

Vaste affichage

Het doel van het onderzoek is het bepalen van het aantal contacten voor vaste affichage. Basis voor dit onderzoek wordt gevormd door een verplaatsingsonderzoek. In dit onderzoek houden 15.000 respondenten 7 dagen lang hun verplaatsingsgedrag bij. Dit betekent dat ze voor elke verplaatsing in een dagboekje bijhouden wat de beginlokatie en de eindlokatie was en op welke tijdstip ze zich verplaatst hebben. Ook wordt het doel en het vervoermiddel bijgehouden. Zo kan iemand zich bijvoorbeeld voor zijn werk om 9 uur met de trein van het centrum van Antwerpen naar het centrum van Brussel verplaatst hebben. De aankomst zou om half 11 geweest kunnen zijn.

Met het begin- en eindpunt van de route weten we natuurlijk nog niet welke wegen, en dus welke borden, de respondent gepaseerd is. Voor het openbaar vervoer is het relatief eenvoudig, en kan informatie over openbaarvervoertrajecten, zoals het busboekje gebruikt worden. Voor de andere vervoermiddelen maken we gebruik van een routekeuzemodel. Dit model is gebaseerd op een speciaal verzamelde dataset met route- en routekeuzegegevens van een groep respondenten.

Voor elke verplaatsing worden vier mogelijke routes gegenereerd: de snelste, de kortste, een route die kruisingen zoveel mogelijk vermijdt en een route die zoveel mogelijk snelweg neemt. Vervolgens wordt een door Pointlogic ontwikkeld nested logit model toegepast om de kans op elk van deze mogelijke routes te bepalen. Deze kans hangt onder andere af van het motief van de verplaatsing, het vervoermiddel en sociodemografische kenmerken van de respondent. Zo zal

een voetganger naar verwachting de kortste route nemen, en heeft iemand die onderweg is naar zijn werk een grotere kans op de snelste route.

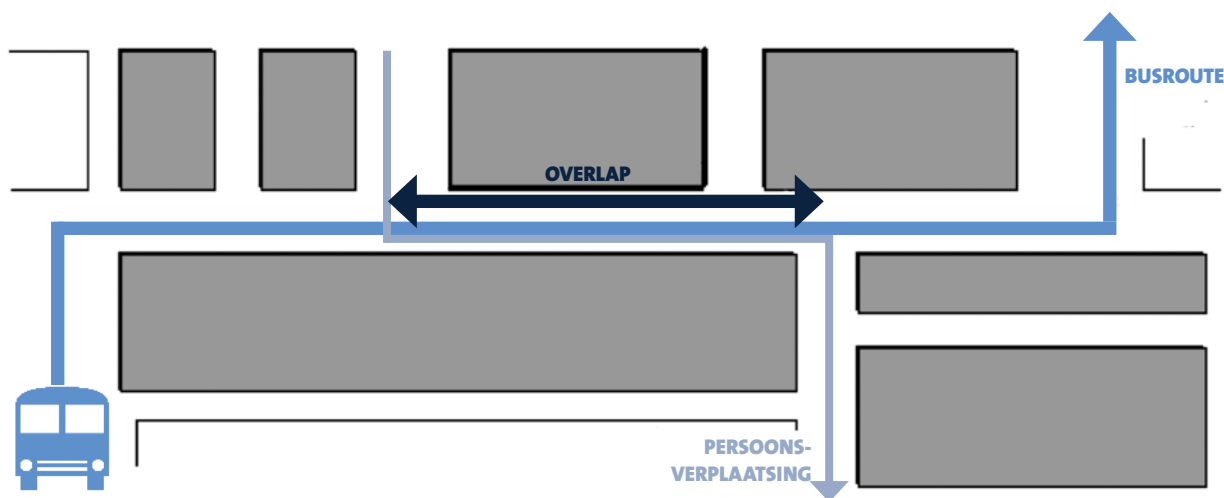
Wanneer de mogelijke routes van de respondent gesimuleerd zijn, kunnen de routes gecombineerd worden met de affichage. Hier wordt ook rekening gehouden met de zichtbaarheid van de affichage. Als een respondent de achterkant van een reclamebord ziet, ziet hij immers niet de reclame aan de voorkant. Na het combineren is bekend hoeveel contacten een reclamebord oplevert. Omdat met een respondentenset gewerkt is, is het ook mogelijk de contacten uit te splitsen naar diverse demografische kenmerken.

Concept mobiele affichage

Het onderzoek voor mobiele affichage, affichage op trams en bussen, lijkt sterk op het onderzoek voor vaste affichage. Het belangrijkste verschil is dat de reclameborden zelf nu ook bewegen. Deze complicerende factor maakt dat we niet alleen respondentroutes nodig hebben, maar ook de volledige routes van de trams en bussen. We hebben deze data tot onze beschikking voor Wallonië. Vervolgens speelt de factor tijd een rol. Een bus en respondent kunnen immers wel dezelfde weg passeren, maar op een heel ander tijdstip.

Het concept voor mobiele affichage is daarom op 2 stappen gebaseerd.

Stap 1: overlapt de route van de respondent en de route van de bus of tram? Stap 2: zijn de respondent en de bus of tram (mogelijk) op dezelfde tijd op dezelfde weg? Figuur 1 laat de overlap zien tussen een busroute en een respondentroute. In deze



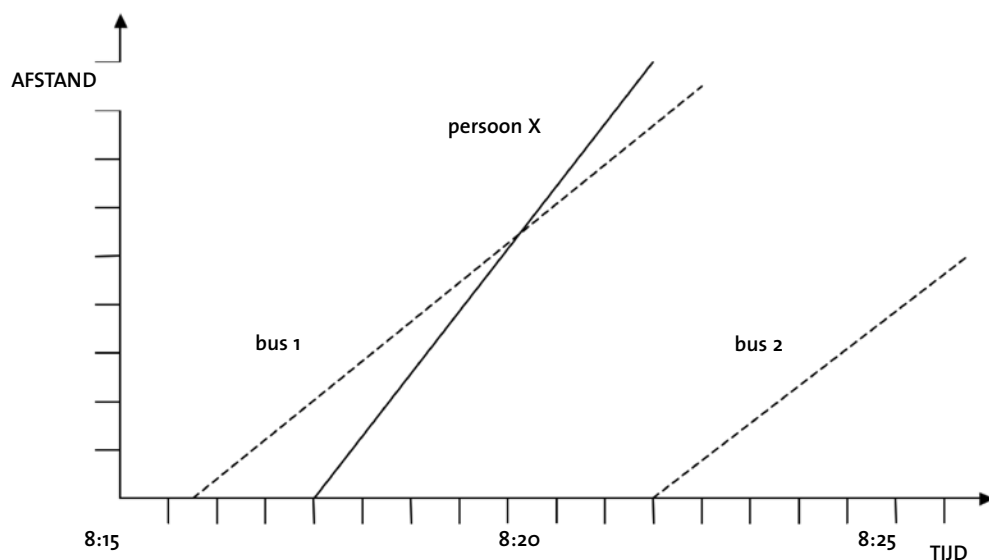
Figuur 1. Overlap respondentroute en busroute

situatie verplaatsen de bus en de respondent zich dezelfde kant op. Het is uiteraard ook mogelijk dat de richting van de verplaatsing tegengesteld is.

Stap 2 bevat het introduceren van de factor tijd. Figuur 2 laat een plaats-tijd grafiek zien voor een bepaalde weg. In de tijdsperiode die we bekijken rijden er 2 bussen over de weg. Beide bussen hebben dezelfde, constante snelheid. De eerste komt vlak na 8:15 op de weg en de tweede ongeveer om 8:22.

Persoon X arriveert later op de weg, maar omdat deze een hogere snelheid heeft (steilere lijn), wordt de bus rond 8:20 gepasseerd. Op dat moment is er dus een contact. Persoon X komt bus 2 niet tegen.

Soortgelijke weergaven zijn ook mogelijk wanneer respondent en bus in tegengestelde richting rijden of wanneer er geen sprake is van constante snelheid, doordat een bus bijvoorbeeld moet stoppen bij haltes.



Figuur 2. Ontmoeting tussen een bus en een persoon op een weg (voorbeeld 1)

Onzekerheid reistijden

In een ideale wereld weten we exact op welk tijdstip een respondent aankomt op een bepaalde weg. We hebben echter te maken met een foutmarge bij de aankomst- en vertrektijden omdat mensen vaak niet precies de exacte tijd weten (niet goed weergegeven). Daarnaast ontstaat er een foutmarge bij het schatten van de aankomst- en vertrektijden op een bepaalde weg. Dit heeft tot gevolg dat er geen exact tijdstippen bekend zijn, maar dat we werken met tijdsintervallen. Hierdoor krijgen we robuustere cijfers.

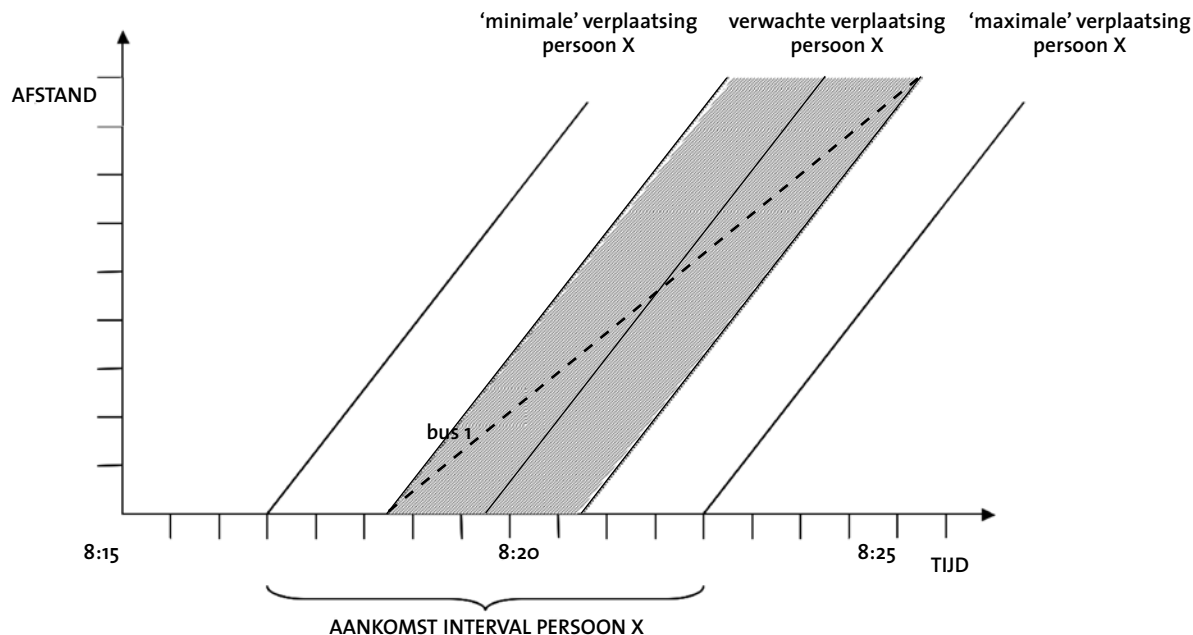
Ook de bus en tram hebben te maken met onzekerheid omtrent de aankomst en vertrektijden. Met deze onzekerheid wordt echter momenteel geen rekening gehouden. Hier zijn verschillende redenen voor. Allereerst is deze onzekerheid aanzienlijk kleiner dan de onzekerheid bij de respondent omdat ze via een vast tijdschema rijden. Daarnaast is het modelleren van deze

onzekerheid lastig. Het model zou hierdoor veel complexer worden.

Figuur 3 laat een mogelijk betrouwbaarheidsinterval zien rondom de verplaatsing van persoon X. Naar verwachting arriveert persoon X vlak voor 8:20 op de weg. Enkele minuten later zou deze persoon een contact hebben met bus 1. De 'minimale verplaatsing persoon X' en de 'maximale verplaatsing persoon X' geven het betrouwbaarheidsinterval aan. Binnen dit interval is de ontmoeting niet zeker. Enkel wanneer de respondent arriveert in het gearceerde deel (hierna contactinterval), is er sprake van een contact.

Uiteindelijk moet per respondent een contactkans bepaald worden. Voor het bepalen van de contactkans wordt aangenomen dat binnen het betrouwbaarheidsinterval een uniforme verdeling verondersteld wordt. Hierdoor geldt dat de contactkans berekend kan worden met de formule hierboven.

Feitelijk wordt de lengte van het contactinter-



Figuur 3. Mogelijke ontmoetingen tussen een bus en een persoon op een weg, gegeven een onzekere aankomsttijd van de persoon

$$\frac{(\text{Maximale aankomsttijd voor contact} - \text{Minimale aankomsttijd voor contact})}{(\text{Werkelijke maximale aankomsttijd} - \text{Werkelijke minimale aankomsttijd})}$$

val gedeeld door de lengte van het betrouwbaarheidsinterval.

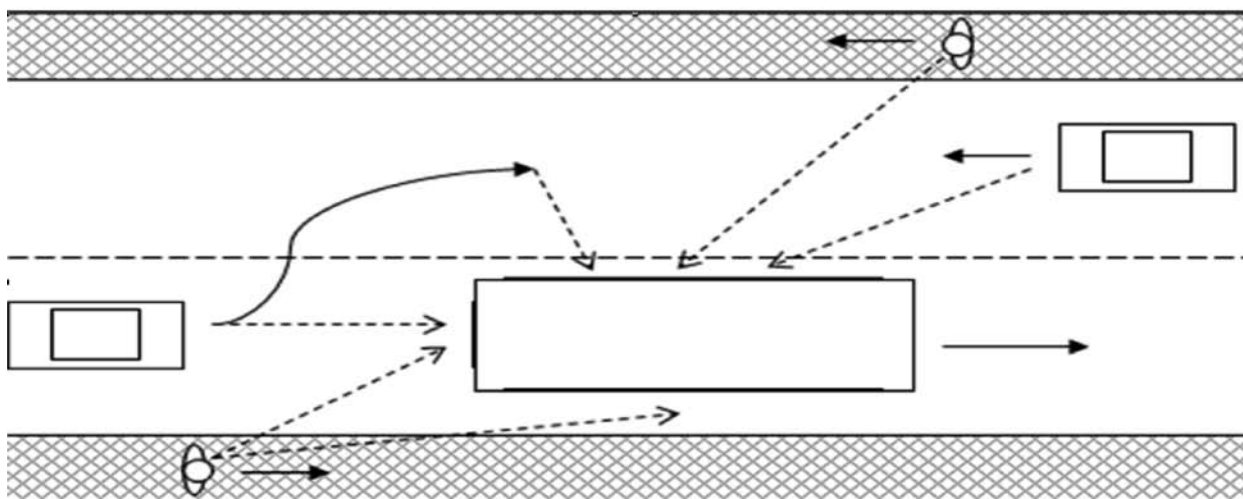
Zichtbaarheid affichage

Wanneer bepaald is wat de kans is op een contact van een respondent met een bus, moet bepaald worden of de respondent dan ook daadwerkelijk de affichage gezien kan hebben. Of de respondent de affichage gezien heeft is afhankelijk van waar de affichage zich op de bus bevindt, hoe de respondent de bus tegenkomt (zelfde richting, tegengesteld) en met welk vervoermiddel de respondent zich verplaatst. Een en ander wordt duidelijk in Figuur 4.

Figuur 4 laat zien wat het effect is op de zichtbaarheid van verschillende situaties. De voetganger links onder wordt gepasseerd door de bus. Beide bewegen zich in dezelfde richting. Dit betekent dat de voetganger de achterkant en de rechterzijkant van de bus kan zien. Hier is de

zichtbaarheid 1. De voetganger kan in deze positie niet de affichage aan de voorkant en aan de linkerzijkant zien. Hier is de zichtbaarheid gelijk aan 0. De inhalende auto naast de voetganger daarentegen heeft zicht op de achterkant en op de linkerkant. We nemen aan dat een auto niet wordt ingehaald door een bus, waardoor een automobilist geen zicht heeft op de rechterzijde van een bus. Tenslotte nemen we ook bijvoorbeeld wachtende respondenten in bushokjes mee. Voor alle mogelijke combinaties is de zichtbaarheid bepaald.

Bussen rijden op de openbare weg en zijn te vergelijken met auto's. Bij de zichtbaarheid van trams moet echter rekening gehouden worden met het feit dat deze zich op verschillende plaatsen op de weg bevindt. Een tram kan bijvoorbeeld midden op de weg rijden. Met de zichtbaarheid van de tramzijden moet rekening gehouden worden met de wegpositie. Om de wegpositie te bepalen is er letterlijk met een kaart langs de tramroutes gereden waarbij de positie ingetekend werd!



Figuur 4. Zichtbaarheid busaffichage

Resultaten

Met ruim 800 miljoen mogelijke contacten als basis worden de uiteindelijk resultaten berekend. Per bus/tram wordt het aantal contacten berekend. Een uitsplitsing naar demografische variabelen en een uitsplitsing naar tijd/vervoermiddel/motief van verplaatsing is mogelijk.

Op basis van de resultaten van vaste en mobiele affichage kunnen we een vergelijking maken tussen het aantal contacten van bussen en trams. Figuur 5 laat een vergelijking zien tussen het aantal contacten van mobiele affichage in verschillende steden. Bij de bussen en trams gaat het hier om het gemiddeld aantal contacten met tenminste een van de zijden.

	Brussel	Charleroi	Luik
TRAM	2,272	-	-
BUS	1,228	1,276	1,012

Figuur 5. Contacten vaste en mobiele affichage vergeleken

Een gemiddelde tram in Brussel genereert meer contacten dan een gemiddelde bus. Dit is te verklaren uit het feit dat trams vaak over drukkeren wegen rijden.

Door te werken met de zichtbaarheid, kunnen we het verschil tussen affichage op verschillende zijden bekijken. Figuur 6 laat zien dat de linkerzijde van een bus bijna drie keer zoveel contacten genereert als de rechterzijde. Dit is te verklaren doordat bijvoorbeeld automobilisten de instapzijde niet kunnen zien. Overigens kunnen instappende respondenten deze juist wel zien, maar dat aantal is veel kleiner. Vanwege het feit dat een tram op verschillende posities op de weg kan rijden, kunnen automobilisten soms wél de instapzijde van een tram zien. Hierdoor is het

verschil tussen de linker- en rechterzijde van een tram kleiner dan van een bus.

	LINKERZIJD	RECHTERZIJD	FACTOR
TRAM	1,547	660	2.3
BUS	902	335	2.7

Figuur 6. Contacten vaste en mobiele affichage vergeleken

Tot slot

In veel landen zijn uitgebreide bereiksstudies naar vaste affichage beschikbaar. Er zijn echter maar weinig landen die op dit gedetailleerde niveau onderzoek doen naar contacten van mobiele affichage. Het onderzoek geeft in België in elk geval beter en meer gedetailleerd inzicht in het bereik van mobiele affichage. Daarnaast maakt deze studie het mogelijk mobiele affichage en vaste affichage te vergelijken. De resultaten van het onderzoek naar mobiele affichage zijn, samen met de resultaten voor vaste affichage, beschikbaar in planningssoftware waardoor de adverteerders snel en eenvoudig inzicht kunnen krijgen in de resultaten van specifieke bordensets en buslijnen of combinaties ervan.

* Het CIM is een vereniging met als leden de belangrijkste spelers in de Belgische communicatiesector. Het CIM heeft als doel het leveren van nauwkeurige en betrouwbare gegevens aan zijn leden. Deze gegevens zijn nodig voor een objectieve weergave en voor de optimalisering van de reclamebestedingen in België.

SUSANNE BUIJTENHEK is als analytical consultant werkzaam bij Pointlogic. Dit is een onafhankelijke organisatie die zich heeft gespecialiseerd in het leveren van modellen en systemen op het gebied van marketing- en communicatie, HRM en logistiek.

Zie ook www.pointlogic.com

WISKUNDE: KÖNIGIN DER WAFFEN

Als scheidend redactielid maak ik me zorgen over de houding tegenover de wiskunde, binnen de VVS en – zelfs – op de STATOR-burelen. Zonder fundering blijft het huis niet staan. Een lofzang op de fundamenteën.

FRED STEUTEL

Er wordt, zelfs binnen de STATOR-redactie, door toepassers wel eens laatdunkend gedaan over de wiskundige statistiek, zoals die bedreven wordt in, bijvoorbeeld, ons zusterblad *Statistica Neerlandica*. Nou ben ik zelf ook niet zo verrukt over nog weer verdere aanscherpingen van asymptotische benaderingen met fouten van de orde $1/(\log \log n)$; een uitdrukking die nooit klein wordt, al vul je voor n het aantal elektronen in het heelal in. Maar, anderzijds bestaat er natuurlijk geen statistiek en maar weinig OR zonder kansrekening, en geen kansrekening of OR zonder wiskunde.

Kansrekening, door menige barbaar 'kansberekening' genoemd, is veel ouder dan de statistiek – afgezien van het aller-elementairste telwerk, dat in opdracht van despoten al lang voor onze jaartelling werd verricht. Van OR is pas sprake sinds de tweede wereldoorlog. Waar statistiek werd gevoed door hebberigheid – hoeveel runderen hebben we en hoeveel schepels graan – werd de kansrekening gevoed door nieuwsgierigheid. Wat is waarschijnlijker: met één dobbelsteen in vier worpen minstens één zes gooien of met twee dobbelstenen in 24 worpen minstens één dubbelzes? Antwoord: het eerste. Of, wat is de kans dat in een klas met 40 kinderen er (minstens) twee op de zelfde dag jarig zijn? Antwoord: 0,89.

De Nederlandse boeken over kansrekening zijn veel ouder dan Nederlandse boeken over statistiek:

Christiaan Huygens, *Van Reekeningh in Spelen van Geluck* (1657), Fred Schuh, *De waarschijnlijkheidsrekening en het theorema van Bernoulli* (intreerede, 1906), A.J. Stam, *Inleiding tot de waarschijnlijkheidsrekening* (1964). Het eerste Nederlandse boek over Statistiek/OR, *Waardij van Lyf-renten naer Proportie van Los-renten* door Johan de Witt (1671), is in feite een boek over kansrekening. De Witt was een wiskundige, met vooral belangstelling voor kegelsneden – doorsnijdingskrommen van kegels met platte vlakken: ellipsen, parabolen en hyperbolen. De statistiek zoals wij die kennen bestond toen helemaal niet: geen schattingtheorie, geen toetsingstheorie. De Nederlandse boeken over statistiek zijn, afgezien van proefschriften, allemaal eenvoudige leerboeken.

De statistiek is ook niet bedacht door mensen die er nu een beetje mee aan de haal gaan: economen, sociologen en psychologen, maar door bètawetenschappers: sterrenkundigen, fysici en biologen, en natuurlijk wiskundigen. Veel van de begrippen en eigenschappen in de statistiek en OR, die door toepassers achteloos worden gebruikt of ingebed zijn in computerprogramma's, zijn door wiskundigen bedacht en naar wiskundigen genoemd.

Voorbeelden. De ongelijkheid van Cramér en Rao voor de variantie. C.R. Rao is 's werelds beroemdste mathematisch statisticus; Harald Cramér, Zweeds wiskundige die in de jaren veer-





tig van de vorige eeuw een van de eerste boeken over wiskundige statistiek schreef *Mathematical Methods in Statistics*, met daarin maximum likelihood (bedacht door de wiskundige R.A. Fisher) en voldoende schatters (ook Fisher). De Markovketens zijn genoemd naar een van de grootste Russische wiskundigen, Andrei Andreyevich Markov, die vooral werkte op het terrein van de analyse en getaltheorie; in de kansrekening is een ongelijkheid naar hem genoemd. Dat laatste geldt ook voor de beroemde Russische wiskundige Chebyshev.

De wiskundige Freudenthal verbindt de normale verdeling met de Franse wiskundige De Moivre, maar de normale verdeling wordt meestal naar Gauss genoemd: Carl Friedrich Gauss, door velen beschouwd als de grootste wiskundige ooit. In het boek *Die Vermessung der Welt* van Daniel Kehlmann worden de levens van de wiskundige Gauss en de ontdekkingsreiziger Alexander von Humboldt naast elkaar zeer pakkend beschreven. Het portret van Gauss stond vroeger op de Duitse tienmarkbiljetten – dat van de wiskundige Euler, die zich in zijn *Opera Omnia* ook met statistiek bezighield, op de Zwitserse tienfrankbiljetten. Van deze biljetten werd er in Eindhoven elk jaar één uitgereikt aan aankomende eerstejaars met speciale wiskundige kwaliteiten. Op onze armzalige eurobiljetten staat Gauss niet meer – evenmin als enig ander herkenbaar Europees symbool.

Euler staat nog steeds op het 10 SF-biljet.

Terug naar de wiskundigen in de statistiek en de OR. Veel kansverdelingen dragen de naam van een bekende wiskundige: Bernoulli-verdeling, Cauchy-verdeling, Laplace-verdeling, Gumbel-verdeling, Pareto-verdeling, Poisson-proces. In de wachttijdtheorie kennen we de stelling van Blackwell, de formule van Pollaczek-Khintchine en de formule van Little. Allemaal namen van wiskundigen. De simplexmethode voor lineair programmeren is bedacht en ontwikkeld door de wiskundigen G.B. Dantzig en John von Neuman en verder uitgewerkt door wiskundigen in India en Rusland. De Brownse beweging, genoemd naar een bioloog, werd pas goed begrepen door het werk van twee wiskundigen: Einstein en Wiener – het proces heet ook wel Wiener-proces.

‘Ik weet wel dat mijn verhaal eentonig is’, schreef Multatuli, en zo is het hier ook. Maar sommige dingen moeten vaak en met nadruk gezegd worden, anders dringen ze niet door. Er is niets tegen toepassingen van wiskunde en kansrekening, maar het is goed dat men zich realiseert dat de toepassingen een fundament (horen te) hebben: zonder de aan het zicht onttrokken palen blijven de mooie Amsterdamse grachtenhuizen niet staan.

FRED STEUTEL is emeritus hoogleraar kansrekening aan de TU Eindhoven. Hij is redacteur van STATOR.
E-mail: f.w.steutel@tue.nl



LES JEUX SONT FAITS

AFSCHEIDSCOLLEGE VAN PROF. DR. B.B. VAN DER GENUGTEN

Op vrijdagmiddag 26 september nam hoogleraar Ben van der Genugten afscheid op de Universiteit van Tilburg. Dit deed hij met de afscheidsrede ‘Les jeux sont faits’, waarin hij stelt dat de Hoge Raad in 1998 poker ten onrechte als kansspel heeft gekwalificeerd – een uitspraak die gretig werd overgenomen door verschillende media in ons land. Hieronder de ingekorte tekst* van de rede, uitgesproken bij gelegenheid van het neerleggen van het ambt van hoogleraar in de waarschijnlijkheidsrekening en mathematische statistiek.

BEN VAN DER GENUGTEN

Een statistisch beslissingsprobleem is op te vatten als een spel: een tweepersoonsspel van de statisticus tegen de natuur. De statisticus lost dit spel op door een verstandige keuze van zijn strategie: een beslissingsregel die voorschrijft welke beslissing te nemen op basis van de in te winnen data. Zo hield, een poosje geleden al weer, een jonge hoogleraar bij zijn inaugurale rede de toehoorders voor (zie [1]). Zijn werkopdracht naar de Katholieke Hogeschool Tilburg was: pak de statistische problemen aan, maak uw spelen of, zoals ze dat in het casino zeggen, ‘faites vos jeux’. Daarom heb ik mijn afscheidsrede de titel meegegeven ‘les jeux sont faits’. Welke spelen zijn gespeeld, wat is er gebeurd? Ik neem uit deze spelen een zeer kleine selecte steekproef ter grootte 3: identificeerbaarheid, Golden Ten en Wet op de kansspelen. [...]

Identificeerbaarheid

[...]

Golden-Ten

Het tweede onderwerp in mijn selecte steekproef is heel praktisch. Het gaat over het casinospel Golden-Ten. Dit was ontzettend populair in de tachtiger en negentiger jaren. Het werd in 1991 door de Hoge Raad beoordeeld als kansspel. Daarmee werd het in feite verboden. Maar jaren daarna werd het nog steeds onder andere namen gespeeld in al dan niet illegale casino's. Uit die hoek kwam de vraag aan ons: kunt u wetenschappelijk aantonen dat Golden-Ten behendig gespeeld kan worden?

[...] Onze conclusie was dus: Golden-Ten kent behendigheid. Toch heeft, weliswaar na meerdere

processen, de Hoge Raad Golden-Ten bestempeld als kansspel. Hoe kan dat? Is dat redelijk? Dit brengt mij op het derde en laatste onderwerp: een consistente toepassing van de Wet op de Kansspelen.

Wet op de Kansspelen

De relevante passage in de Wet op de Kansspelen, de WoK, is de volgende (zie ook [5]):

Titel I. Behoudens ... is het verboden: gelegenheid te geven om mede te dingen naar prijzen of premies, indien de aanwijzing der winnaars geschiedt door enige kansbepaling waarop de deelnemers in het algemeen geen overwegende invloed kunnen uitoefenen, tenzij daarvoor ingevolge deze wet vergunning is verleend; ...

In gewone mensentaal komt dit op het volgende neer. Het exploiteren van een kansspel is verboden zonder vergunning. Het moet hierbij altijd gaan over spelen om geld. Er is dan sprake van een kansspel als de spelers geen overwegende invloed op hun spelresultaat kunnen uitoefenen, ofwel als ze het spel niet genoeg behendig kunnen spelen. Een vergunning voor een kansspel krijg je niet, want die heeft alleen Holland Casino. Dus wil je een spel exploiteren dan moet je het presenteren als een behendigheidsspel, per definitie een spel dat geen kansspel is.

De Hoge Raad heeft in 1966 bepaald dat er sprake is van overwegende invloed als de grote meerderheid der spelers dat heeft, het zogenaamde *Saturne-criterium*. Het Openbaar Ministerie vond Golden-Ten een kansspel omdat de grote meerderheid der spelers het spel niet observeren, dus volledig op de gok spelen en zo geen behendigheid aanwenden. Statistisch viel dat niet aan te tonen en zo werd in 1985 Golden-Ten vrijge-

sproken van de tenlastelegging 'kansspel'. Maar in 1991 liet de Hoge Raad zich met een getuigedeskundige in die zonder statistiek zo wel wist dat de grote meerderheid der spelers op de gok spelen, een soort helderziende dus. En dit leidde tot het oordeel 'kansspel'. Een soortgelijke redenering was ook al eens eerder in 1985 door de Hoge Raad voor het kaartspel blackjack gehouden, volstreekte dwaasheid omdat volledig op de gok spelen daar al helemaal niets met de realiteit heeft uit te staan. Dat snapt zelfs een helderziende.

Zo kwam het dat Peter Borm en ik ons begonnen op te winden over de vraag: hoe kun je met de WoK als uitgangspunt een bevredigende, in ieder geval consistente classificatiemethode kansspel/behendigheidsspel bedenken die, als het even kan, ook nog aansluit bij reeds gedane uitspraken? Daarmee hebben we ons, samen met anderen zoals Marcel Das, in de loop der jaren beziggehouden. En dat niet alleen in de vorm van speltheoretisch onderzoek, maar ook door contractonderzoek vanuit de concrete praktijk van allerlei rechtszaken. Onze methode is in principe heel eenvoudig en die kan ik ook in een paar woorden uitleggen.

De meeste spelen kennen een *leereffect* en een *toevalseffect*. Bij de WoK gaat het om de verhouding tussen deze effecten, een maat voor behendigheid.

$$B(EHENDIGHEID) = \frac{LEEREFFECT}{LEEREFFECT + TOEVALSEFFECT}$$

met

$$\begin{aligned} LEEREFFECT &= \text{OPTIMAAL} - \text{BEGINNER} \\ TOEVALSEFFECT &= \text{FICTIEF} - \text{OPTIMAAL} \end{aligned}$$

Het leereffect is het verschil in spelresultaat tussen de *optimale* speler en de *beginner*. Dit kwantificeert behendigheid. Het toevalseffect is wat een optimale speler in theorie nog meer zou kunnen verdienen als hij van te voren al de uitwerking van het toeval weet. Dat is een *fictieve* speler want die zou er in ieder casino onmiddellijk uitgegooid

worden. Een zuiver kansspel zoals roulette heeft geen leereffect maar wel een toevalseffect: de fictieve speler wint altijd; het scoort dus $B = 0$. Een zuiver behendigheidsspel heeft geen toevalseffect en scoort dus $B = 1$. Ieder spel heeft een B tussen 0 en 1; hoe groter B des te meer behendig en des te minder toeval. Een consistente kwalificatiemethode in de zin van de WoK wordt daarmee zeer eenvoudig. Als je een spel beneden de grenswaarde 0.2 kwalificeert als kansspel en boven de 0.2 als behendigheidsspel dan ben je in aardig in overeenstemming met de jurisprudentie met betrekking tot de WoK. Zo is $B = 0.012$ voor Golden Ten en $B = 0.049$ voor blackjack. Deze waarden liggen onder de grens 0.2 en zijn dus kansspelen. Voor de managementspelen op internet, zoals competitie-manager, vinden we $B \geq 0.3$, dus dat zijn behendigheidsspelen. In 2002 heeft in een bodemprocedure met betrekking tot deze spelen de rechter precies de door ons aangedragen methode gebruikt.[vb Spiel21...]

Onze methode is volstrekt objectief, tenminste als je het eens bent over wat het startpunt van leren is, ofwel wat de beginner doet. Dat valt vaak impliciet te halen uit de leerboeken over spelen: wat daarin geadviseerd wordt doet de beginner juist niet; anders zou het boek niet geschreven zijn. Voorts is het natuurlijk ook verstandig een gevoeligheidsanalyse te doen van de beginnersstrategie.

Hiermee is alles gezegd over zogenaamde *eenpersoonsspelen*, zoals roulette, Golden-Ten en blackjack. Die kunnen wel met meer personen tegelijk gespeeld worden, maar het spelresultaat van een bepaald persoon wordt niet beïnvloed door de strategieën van de andere spelers. Schaken, poker en bridge zijn voorbeelden van *meerpersoonsspelen* waarbij het daar juist om gaat. Bij dit soort spelen kijken we steeds naar de beginner, de optimale en de fictieve speler in een bepaalde spelpositie waarbij de andere spelposities ingenomen worden door beginners. Voorts

middelen we dan over de spelposities. Zo zijn er bij schaken twee spelposities: wit begint en zwart komt daarna. Voor beide posities is het spelresultaat van de optimale en fictieve speler gelijk omdat er geen toevalsmechanisme in het spel is. Er is dus geen toevalseffect, ofwel $B=1$: schaken is een zuiver behendigheidsspel, aangenomen dat het om geld gespeeld wordt. Dit stemt uiteraard volledig overeen met onze intuïtie.

Toch is voorzichtigheid geboden. Neem als voorbeeld het volgende simpele tweepersoonskroegspelletje voor laat op de avond. Beide spelers steken naar eigen keuze 1 of 2 vingers op; ze doen dat tegelijk. Bij een oneven som wint speler I en bij een even speler II. De verliezer tracteert de winnaar op een biertje. Het spelresultaat is het gemiddeld aantal biertjes op de lange duur. Ik zie even af van de praktische moeilijkheid dit nuchter vast te stellen. Intuïtief zeg je: puur gokken, dus zuiver kansspel. Maar er is in dit spel helemaal geen toevalsmechanisme zoals het schudden van kaarten. Dezelfde redenering als bij schaken zou dan juist leiden tot de conclusie zuiver behendigheidsspel. Maar wat doet hier de beginner? Die steekt telkens lukraak 1 of 2 vingers op. In feite loot hij voor zichzelf met gelijke kansen op 1 of 2 vingers. Hij brengt op die manier zelf toeval in het spel. De fictieve speler kent de uitkomst van alle toevalsfactoren van te voren, dus ook de uitkomst van deze loting. Hij weet dus van te voren hoeveel vingers zijn tegenstander opsteekt en wint dus altijd. De optimale speler weet dit uiteraard niet en kan tegen zo'n beginner het spel niet in zijn voordeel beslissen: gemiddeld krijgt hij evenveel bier als de beginner. Er is dus geen behendigheidseffect maar wel een toevalseffect. Dit geeft $B=0$: een zuiver kansspel dus, geheel in overeenstemming met onze intuïtie.

Zo kunnen we ook te werk gaan bij kaartspelen, waarbij het vaak zeer verstandig is in een bepaalde positie niet altijd hetzelfde te doen, ofwel te loten tussen de verschillende mogelijke beslissingen. Dit

geldt ook voor het thans zeer populaire meerpersoonspokerspel *Texas Hold'Em*. Wij komen, althans voor fixed-limit-varianten, steeds uit op een $B \geq 0.3$, dus een behendigheidsspel.

Meerpersoonspoker is het enige spel waarbij de conclusie van de Hoge Raad niet consistent is met deze methodiek. Zij heeft het in 1998 beoordeeld als kansspel, ongeveer met dezelfde bedenkelijke argumentatie als bij blackjack. Het is dus ook een *inconsistente* uitspraak die naar onze mening maar eens herzien zou moeten worden.

Onderwijs

Tot zover mijn kleine selecte steekproef. Ik wil kort nog wat terugblikken op onderwijs en bestuur [...]. Belangrijk is steeds dat het modelmatig karakter van het vak verstaan blijft worden. Iedere docent heeft zijn eigen prioriteiten, ik heb dit meegekregen van mijn leermeester Aart Stam, voor mij nog altijd professor Stam. De manier waarop hij dat bracht maakte mij enthousiast. Hij haalde mij over de zuivere wiskunde in te ruilen voor de toegepaste wiskunde van de kansrekening.

Wat houdt dat modelmatig denken nu in? Dat wil ik even illustreren met een eenvoudig middelbareschoolvraagstukje dat ik vroeger zo nu en dan de studenten op mijn college Inleiding Kansrekening voorlegde.

Het gaat over een vader van twee kinderen. Ik zie hem wandelen met zijn zoon. [:] Wat is de kans dat het andere kind ook een zoon is?

Dit is een simpel vraagstuk en u weet natuurlijk meteen het antwoord. Dat geldt natuurlijk ook voor uw buurman. Mijn ervaring is dat zijn antwoord wel eens wil verschillen van het uwe. Op de middelbare school lost de meester dat eenvoudig op: hij heeft gelijk. Maar het is toch onbevredigend dat zelfs het antwoord op een

kansvraagstuk van het toeval lijkt af te hangen.

Wat we moeten doen is een modelmatige aanpak volgen. Schrijf van het toevalsexperiment de uitkomstenruimte op en ook de eisen op te leggen aan de kansverdeling op deze uitkomstenruimte op basis van de concrete gegevens. Ga pas verder als uw buurman het daarmee eens is. Bewijs dan dat er één en niet meer dan één kansverdeling aan de gestelde eisen voldoet. Dan ligt het wiskundig model vast en volgt het antwoord van het probleem eenduidig met de gebruikelijke rekenregels voor kans. Op die manier ziet uw buurman meteen in dat hij fout was. Sterker nog, hij wordt enthousiast voor zo'n aanpak. Hij geeft meteen samen met u het correcte antwoord op de variant waarbij we het gegeven:

Bestuur

[...]

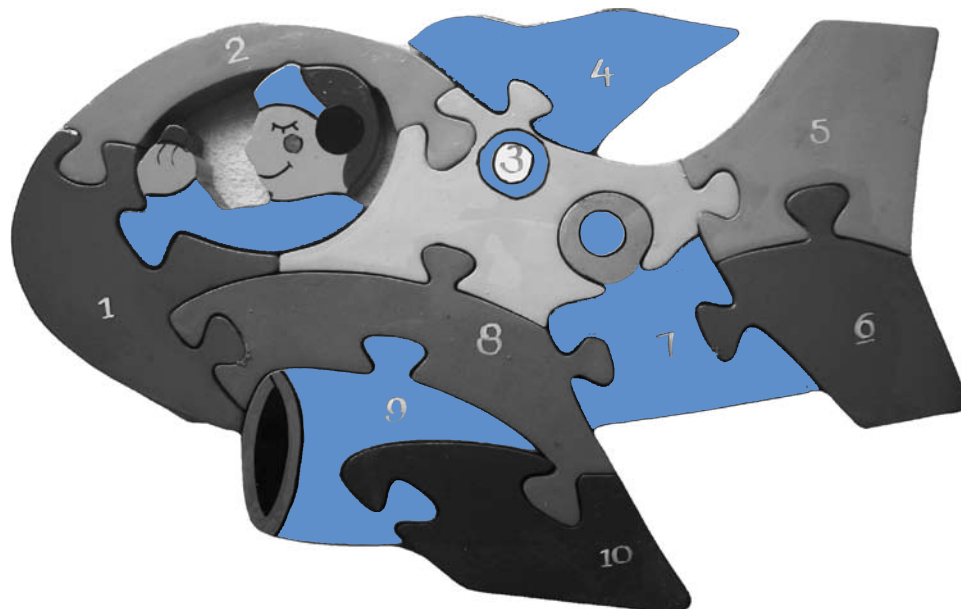
Slot

[...] Mijnheer de rector: ik dank de Katholieke Hogeschool Tilburg, de Katholieke Universiteit Brabant en de Universiteit van Tilburg voor de vele jaren die ik er heb mogen werken. Daaraan komt nu een eind: Marijke, het is met mij ook zo ver, ik kom thuis! Dames en heren, de spelen zijn gespeeld, *les jeux sont faits*. Maar laat het '*rien ne va plus*' nog maar even wachten. Dank voor uw aandacht.

* De weggelaten passages zijn aangegeven met [...]

REFERENTIES

1. Genugten, B. van der (1975) Subjectivisme en statistische besluitvorming. Rede uitgesproken bij de officiële aanvaarding van het ambt van gewoon hoogleraar in de waarschijnlijkheidsrekening en mathematische statistiek aan de Katholieke Hogeschool te Tilburg op 27 maart 1975.
[...]
5. Genugten, B. van der; Das, M. en Borm, P. (2001) Hoofdstuk 4 in *Behendig gokken in en rond het casino*, Academic Service..



ONDERZOEK EN BOVEN MISSCHIEN OOK ZOEK

ONNO BOXMA

Ik schrijf deze column op 10 km hoogte, op weg van Amsterdam naar Tel-Aviv, in een filosofische en weemoedige bui. Bij sommige mensen komen dan heel diepe gedachten boven, maar zo niet bij mij; die komen trouwens evenmin als ik in een andere bui ben.

Wel denk ik na over mijn besluit dat dit mijn laatste STATOR-column wordt. Het wordt duidelijk tijd om te stoppen, en je kunt je afvragen of ik er ooit aan had moeten beginnen. Een echte columnist heeft een vlotte pen waarmee hij moeiteloos vlak voor elke deadline een stukje produceert; hij heeft overal een mening over, en dikt die nog een beetje aan zodat de lezer zich af en toe geprovoceerd voelt. Mij kun je dan in elk opzicht de anti-columnist noemen.

In zo'n twintig columns heb ik wel al m'n stokpaardjes kunnen berijden. Veel had te maken met toegepaste kansrekening en i.h.b. wachtrijen, en met zaken rondom het onderzoek: de promotie, de workshop, het refereeproces. Nog nooit ging het over het doen van onderzoek -- misschien omdat het leuker en makkelijker is om te doen dan om te analyseren. Maar het maakt zo'n groot deel uit van

het leven van veel STATOR lezers en van mij, dat ik er toch iets over wil schrijven nu ik nog de kans heb.

Het onderzoeksproces

Bij een andere gelegenheid (een boekje over vijftig jaar wiskundeopleiding in Delft) heb ik al eens mogen beschrijven hoe ik gegrepen werd door het onderzoek.

Professor Cohen gaf me in 1972 een opdracht voor een 'kleine scriptie'. Anders dan bij zijn collega's was dat niet alleen een literatuurstudie, maar zat er ook een onderzoeksaspect in. Na afloop van een college begon hij me het probleem voor het bord uit te leggen. Dat moment, voor dat Delftse schoolbord, zou mijn toekomst bepalen. Hij raakte in gedachten verzonken, krabbelde wat op het bord, vergiste zich, probeerde hardop denkend van alles, ondertussen verwoed trekkend aan zijn pijp. De man die ik tot dan slechts kende als een nogal vormelijke docent, immer in pak met vest, kwam tot leven en besmette me ter plekke met het onderzoeksvirus.

Tussen dat moment in 1972 en zijn dood in 2000 hebben we nog talloze malen samen voor een bord gestaan, ben ik bij hem afgestudeerd en gepromoveerd, hebben we samen een boek geschreven en heeft hij een ander boek aan mij opgedragen (wat ik als de grootste eer beschouw die me ten deel is gevallen) -- en ben ik hem altijd Professor Cohen blijven noemen. Deze man was zeker niet de beste klassikale docent die ik in Delft heb gehad, maar als bevlogen onderzoeker en in het één-op-één kennis overdragen was hij moeilijk te overtreffen.

Jarenlang zou hij me bijna elke zondagavond, vlak na het begin van *Studio Sport*, bellen om te vertellen aan welk probleem hij die dag had zitten 'peuteren'. Als onderzoeker was hij een pitbull en bulldozer tegelijk; nooit loslaten, steeds weer aan een ander los stukje pulken, tot een groter brokje losliet, om ten slotte het hele probleem plat te walsen.

Het geeft direct aan dat er vele wegen zijn om moeilijke problemen te kraken. Want ik heb even grote onderzoekers als hij mogen ontmoeten, die totaal anders te werk gingen. Soms leunend op een veel beter geheugen, of op een onvoorstelbaar snelle geest, of op het vermogen ideeën uit andere vakgebieden over te dragen.

Wel zijn enige ingrediënten aan te geven die bijna onontbeerlijk zijn opdat een getalenteerde wetenschapper goed onderzoek kan doen. Natuurlijk een goede beheersing van enige technieken, en een forse portie creativiteit. Het vermogen domme, ongewone, vragen te stellen, of in een onlogische richting een tijdje verder te denken is veel waard. Goede smaak ontwikkelen is ook essentieel, evenals een mengeling van durf, optimisme en zelfvertrouwen: je moet moeilijke problemen aanpakken, en blijven denken dat je ze de baas zult kunnen.

Ik wil hier echter vooral stil staan bij het aspect toewijding. Onderzoek doen is hard werken, zelfs voor de meest getalenteerden onder ons. De 1% inspiratie mag dan wel veruit het belangrijkste

zijn, maar die andere 99% moet je ook opbrengen; en je moet zulke omstandigheden scheppen dat die inspiratie een goede kans krijgt. Dat betekent veel lezen, niet tevreden zijn als je iets begrijpt, maar het dieper willen begrijpen, en nog dieper -- begrip komt in vele lagen.

Voor die toewijding is brandstof nodig. Dat heeft met je aard te maken. Voor de een is het een enorme nieuwsgierigheid, voor de ander ongebreidelde eerbij. Voor mij is het een combinatie van minstens twee dingen: de uitdaging van de puzzel die opgelost moet worden, en de niet aflatende schoonheid van de kansrekening: wiskunde is al zo mooi, en dan voegt de kansrekening daar nog eens haar typerende redeneringen en lastige intuïtie aan toe -- en dat gaat nooit vervelen.

Naarmate je ouder wordt, wordt onderzoek doen makkelijker en moeilijker. Je intuïtie is beter; je ziet meer grote structuren; je weet meer; maar je bent ook meer vergeten; je hebt minder vaak een lange ononderbroken tijd om te puzzelen, en al had je die tijd, dan is je concentratie minder dan vroeger. Je hebt meer verantwoordelijkheden die tijd en vooral energie vergen, en die je minder makkelijk kunt of wilt ontlopen.

Op reis voor het onderzoek

Dat brengt me bij waarom ik in dit vliegtuig naar Israël zit: een werkbezoek van tien dagen aan enige collega's. Enige problemen schreeuwen erom een stap verder te worden gebracht. In Eindhoven en EURANDOM zijn de omstandigheden voor wachtrijonderzoek ideaal, met al haar bezoekers en experts op dit terrein -- maar niet voor mij als het nodig is een tijd ononderbroken te werken aan een probleem. Daarvoor val ik te gauw in de valkuil meerdere dingen tegelijk te willen doen.

Laat ik deze ernstige column, hoog in de lucht, luchtiger eindigen. Zo'n bezoek is immers ook

gewoon leuk. Ik zal mensen opzoeken die ik ieder jaar ook in EURANDOM en bij een of meer workshops tref, waarvan ik de families ook ken, en die goede vrienden zijn geworden. Een van de mooiste beloningen van het onderzoeker zijn.

Het reizen op zich is niet leuk, al bieden lange reizen uitgelezen kansen om lange wachtrijen te bestuderen. Het uitvallen van de trein van 8.32 naar Schiphol, wegens een technisch mankement, stemde me wat dat betreft dankbaar en hoopvol. De NS ried iedereen, die al in de trein van 8.32 zat, aan over te stappen in een op het aangrenzende perron gereed staande trein. Als geoefend treinreiziger vloog ik al bij het eerste gekraak uit de luidsprekers overeind. Ik veegde wat oude dame-tjes van het perron, en arriveerde na een uiterste krachtsinspanning tegelijk met een brutaal peutertje bij de laatst overgebleven vrije stoel. Hij beweerde eerder te zijn, maar ik was gelukkig sterker.

Ook de vlucht naar Tel-Aviv kende wat hindernissen. Op het geplande moment van vertrek van het vliegtuig leunden diverse technici nog uit de cockpit, met een grote bos draden in hun handen en een wanhopige blik in de ogen. Ongeveer zoals ik laatst keek toen ik ons halfverbrande broodrooster probeerde te repareren. Eindelijk kondigde een stem, met een Oscar-winnende opgewektheid, aan dat onze vlucht naar Tel-Aviv spoedig zou vertrekken.

Op dat moment passeerde de gezagvoerder me. Het was dezelfde sombere man die me een uur eerder in het restaurant had gevraagd of 'aanmaken' in 'er een eind aan maken' als één of twee woorden moet worden gespeld. Nu, hoog in de lucht, bekruipt me dan ook een nogal ongemakkelijk gevoel; heb ik wel het goede antwoord gegeven?

Onno Boxma is hoogleraar Stochastische Besliskunde bij de Faculteit Wiskunde en Informatica van de TU Eindhoven, en wetenschappelijk directeur van EURANDOM. E-mail: boxma@win.tue.nl

VIDI-SUBSIDIE VOOR MIRJAM MOERBEEK

De redactie van STATOR feliciteert haar collega Mirjam Moerbeek met het verwerven van een VIDI subsidie. Deze, door NWO toegekende, subsidie is gericht op de onderzoeker die na zijn/haar promotie al een aantal jaren onderzoek op post-doc niveau heeft verricht en daarbij heeft aangetoond vernieuwende ideeën te genereren en succesvol zelfstandig tot ontwikkeling te brengen. Onderzoekers worden in staat gesteld een eigen vernieuwende onderzoekslijn te ontwikkelen en daartoe zelf één of meer onderzoekers aan te stellen.

Het onderzoeksvoorstel van Mirjam betrof het 'Efficiënt ontwerpen van onderzoek naar tijdsduren'. Hoe lang duurt het voordat iemand begint te roken of leert lopen? En waarom duurt het voor de ene persoon langer dan voor de andere? Het onderzoek richt zich op het kosten-efficiënt ontwerpen van dit soort onderzoek.

Met die nadruk op kosten-efficiency wordt een lijn doorgetrokken die in 2003 al werd ingezet toen zij een VENI subsidie mocht ontvangen voor het voorstel 'Besparing zonder betrouwbaarheidsverlies'. Hierbij werd onderzoek beoogd naar een model dat de meest efficiënte methode berekent om grote groepen mensen te bestuderen. Deze studies kosten veel tijd en geld. Het model berekent de zuinigste methode waarbij de onderzoeksresultaten betrouwbaar blijven.

Wij wensen Mirjam veel succes bij het uit te voeren onderzoek.

De redactie

Een onwaarschijnlijke avond met EURANDOM

Dit najaar viert het onderzoeksinstituut EURANDOM haar 10-jarig jubileum. Dit werd niet alleen gedaan met een wetenschappelijk congres, maar ook met een bijeenkomst op 23 oktober voor een breed publiek, de zogenoemde 'Onwaarschijnlijke avond met EURANDOM'. De avond trok veel belangstellenden. De bezoekers werden binnengeleid in de wereld van het toeval en konden horen wat wiskundigen over het toeval te zeggen hebben.

ERIK WINANDS

Wiskundige blik op kredietrisico's

Nadat de avond was geopend door de wetenschappelijk directeur van Eurandom Professor Onno Boxma, werd afgetrapt met een lezing van Professor Wim Schoutens over een zeer actueel onderwerp, namelijk kredietrisico. Simpel gezegd is dit het risico dat een tegenpartij niet aan haar verplichtingen kan voldoen. Wim Schoutens legde op toegankelijke wijze uit hoe financiële instellingen voortdurend gebruik maken van wiskundige modellen om dit risico te identificeren en beheersen.

Een groot deel van de lezing behandelde allerlei kredietrisico-instrumenten, zoals zogenaamde Credit Default Swaps (CDS). Dit zijn overeenkomsten tussen twee partijen waarbij het kredietrisico van een derde partij wordt overgedragen. Stel dat bank A een lening geeft aan een partij X, maar deze bank besluit het bijbehorende kredietrisico af te dekken door het aangaan van een CDS met een andere bank B. In een dergelijke CDS wordt afgesproken dat bank A aan de bank B een vast bedrag per jaar betaalt. In het geval dat partij X echter failliet gaat dient bank B aan bank A de hoofdsom te vergoeden.

Omdat een CDS een verzekering voor het kre-

dietrisico van partij X is, zal het niet verbazen dat de kosten van een CDS hoger zijn als de kans groter is dat deze partij in de toekomst niet aan zijn verplichtingen kan voldoen. De kosten van een CDS zijn dus een indicatie van de financiële gezondheid van de onderliggende partij, in dit geval partij X. Wim Schoutens liet zien dat deze kosten voor de verschillende IJslandse banken sinds begin 2008 flink waren gestegen. Het was dus ook geen volstrekte verrassing dat deze partijen in september 2008 niet meer aan hun verplichtingen konden voldoen. Tijdens deze constatering dwaalden de gedachten van veel toehoorders zichtbaar af naar hun eigen IJslandse spaarrekening en naderhand werd zelfs meermaals verzuucht: *had ik dit maar eerder geweten...*

Wedden dat?

Professor Remco van der Hofstad vervolgde met een presentatie over het klassieke drie-deuren-probleem. In een quiz ziet een kandidaat drie gesloten deuren, maar achter slechts één ervan ligt een prijs. Nadat de kandidaat een deur heeft gekozen, opent de quizmaster één van de andere deuren waarachter geen prijs blijkt te liggen. Nu

krijgt de kandidaat de mogelijkheid te wisselen of te blijven staan.

Hoewel het merendeel van de bezoekers had onthouden dat wisselen je winstkans aanzienlijk vergroot, wisten slechts enkelen het wiskundige bewijs voor deze paradox. Remco van der Hofstad ontrafelde de paradox met heldere argumenten en presenteerde verschillende uitbreidingen van dit klassieke probleem. Hij eindigde zijn lezing met het volgende open probleem, dat ik op mijn beurt rechtstreeks doorgeef aan de lezers van *STaTOR*:

Bekijk het quizmasterprobleem met een willekeurig aantal deuren en rondes. Aan de start van de quiz mag de kandidaat één deur aanwijzen, waarna de quizmaster een andere deur opent en de kandidaat mag kiezen om te wisselen of niet. Nadat de kandidaat zijn keuze heeft gemaakt, opent de quizmaster weer een deur en herhaalt het spel zich. Na elke ronde opent de quizmaster dus één deur zonder prijs en kan de kandidaat besluiten een andere deur te kiezen. Als er in totaal k rondes zijn, zijn er dus 2^k verschillende strategieën. Welke strategie is nu de beste als we aannemen dat het aantal deuren tenminste $k+2$ is?

Het vermoeden is dat de kandidaat zijn winstkans maximaliseert door *alleen* in de laatste ronde van deur te wisselen en dus in alle andere rondes standvastig te blijven. Tijdens zijn lezing toonde Remco van der Hofstad aan dat dit de optimale strategie is voor een quiz met 1 ronde en 3 deuren en een quiz met 2 rondes en 4 deuren. Het open probleem is om het bewijs te leveren voor een quiz met k rondes en n deuren, waarbij $n \geq k+2$.

Brandende vragen

Het laatste deel van de avond werden wiskundige problemen van bezoekers op het gebied van

de statistiek of kansrekening behandeld door onderzoekers verbonden aan EURANDOM. Ivo Adan en Sander Dommers analyseerden hoe het toch kan dat er altijd een spaak in de weg lijkt te zitten als je je fiets op slot wil zetten, terwijl Onno Boxma uitrekende hoe groot de kans is dat je op je eigen plek kunt zitten in een vliegtuig als de eerste passagier op een willekeurige plek is gaan zitten.

Johan van Leeuwaarden (gezamenlijk werk met Peter Grünwald) behandelde de volgende krantenkop: “*Wie overvalt er nu ’s woensdags de Aldi Geldrop?*”. Met opzet heb ik de eerste letter van ieder woord vet gedrukt, om duidelijk te illustreren dat deze letters opnieuw het woord woensdag vormen. De vraag is nu wat de kans is dat een dergelijke *grolkop* – een kop waarbij dus de eerste letter van opeenvolgende woorden een woord vormen dat in de kop zelf weer voorkomt – opzettelijk is gemaakt? Deze kans is helaas moeilijk te berekenen, aangezien er priori kansen geschat moet worden zoals de kans dat een willekeurige journalist grolkoppen maakt en de kans dat een dergelijke journalist besluit om dit in zijn eerstvolgende krantenartikel daadwerkelijk te doen. De presentatie liet zien dat zelfs als men deze kansen a priori bijzonder klein schat, dat dan de a posteriori kans dat de kop opzettelijk is gemaakt zeker niet verwaarloosbaar is.

Ik wil dit artikel afsluiten met het volgende open probleem op het gebied van de kansrekening dat 23 oktober helaas niet de revue is gepasseerd.

Wat is de kans dat een willekeurige auteur van STaTOR er niet in slaagt om een grolkop met het woord EURANDOM te bedenken?

Graag ontvang ik uw oplossingen per e-mail!

ERIK WINANDS is werkzaam als risk validator bij Rabobank Nederland te Utrecht en parttime als universitaire docent aan de Vrije Universiteit te Amsterdam. E-mail: <erik.winands@rabobank.com>.

AGENDA

13-15 januari 2009

De 34-ste **Lunteren Conferentie Mathematische Besliskunde**, georganiseerd door het LNMB, vindt plaats van 13-15 januari 2009. De vijf plenaire sprekers zijn: Satoru Iwata (University of Kyoto, Japan), Zhi-Quan Luo (University of Minnesota, USA), Sean Meyn (University of Illinois, USA), Gennady Samorodnitsky (Cornell University, USA) en Berthold Vöcking (RWTH Aachen University, Germany). Tevens zal tijdens deze conferentie de Gijs de Leve Prijs worden uitgereikt. Daarnaast is er op 15 januari een seminar over het onderwerp 'Operations Research and Traffic', georganiseerd in samenwerking met het NGB. Voor meer informatie en inschrijving zie www.lnmb.nl/conferenties/lunteren2009.

26 - 30 januari 2009

The **67th edition of the Study Group Mathematics with Industry (ESGI 67)** is the 2009 edition of the 'Studiegroep Wiskunde met de Industrie'. One week (Monday to Friday) a group of 50 to 80 mathematicians from anywhere in the Netherlands and from abroad come together to tackle industrial

problems. Organization: Biometris, Wageningen University. Location: Conferentiecentrum WICC, Wageningen. Information: www.swiz2009.wur.nl.

20 - 24 april 2009

The **69th European Study Group with Industry (ESGI 69)** will be held from April 20 to April 24 2009 at the Center for Mathematics of the University of Coimbra (Faculty of Sciences and Technology of the University of Coimbra). The purpose of these meetings is to strengthen the links between mathematics and industry by using mathematics to tackle industrial problems which are proposed by industrial partners. www.mat.uc.pt/esgi69/.

20 - 24 juli 2009

The **24th International Workshop on Statistical Modelling** will be held from July 20 - 24 at the Cornell University, New York. The spirit of the workshop has always concentrated on papers that are both motivated by real life data and also which make novel contributions to the subject. The manuscript must reach the organizers no later than April 24. www.stat.cornell.edu/IWSM2009/.

2008 INFORMS EXPOSITORY WRITING AWARD VOOR HENK TIJMS

Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS) heeft de Expository Writing Award 2008 toegekend aan professor Henk Tijms (VU). Met deze prijs wordt jaarlijks een auteur geëerd (ik vertaal een deel van de voorwaarden en gebruiken) 'wiens publicaties over operations research en management science een voorbeeldig niveau van uitleg bieden. De criteria omvatten helderheid, beknoptheid, logica en het belang van het geschrevene op alle niveaus, van de algemene organisatie tot aan de details. De winnaar ontvangt 2000 dollar en een inge-

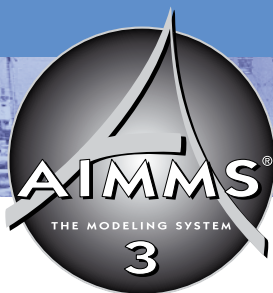
lijst certificaat dat een korte vermelding bevat uit de jaarlijkse INFORMS-bijeenkomst in Washington D.C.'

Tijms' belangrijkste boeken dragen de titels: *A first course in stochastic models; Stochastic modeling and analysis. A computational approach; A first course in stochastic models*, en *Understanding probability. Chance rules in everyday life*.

De prijs is op 12 oktober, voor het eerst aan een Nederlander, uitgereikt in Washington D.C.

STaTOR feliciteert professor Tijms met deze erkenning voor zijn werk.

Modelleren met AIMMS



AIMMS is een compleet modelleersysteem dat mensen helpt Operations Research (OR) succesvol in te zetten. Velerlei modellen (LP, MIP, NLP, MINLP, etc) zijn eenvoudig en snel in AIMMS te bouwen en op te lossen met standaard solvers of geavanceerde technieken zoals kolomgeneratie, stochastische programmering, Benders decompositie en Outer Approximation.

OR onderwijs met AIMMS

De grafische modelleeromgeving en de geïntegreerde visualisatie-mogelijkheden maken AIMMS tot een ideaal softwarepakket om te gebruiken in het onderwijs. Een compleet academisch licentiepakket kost 450 Euro. Ondersteunend materiaal is gratis beschikbaar op onze website, zoals:

- Leerboek "Optimization Modeling" met OR toepassingen van oplopende moeilijkheidsgraad
- Uitgewerkte applicatie-voorbeelden in AIMMS
- Introductie-cursussen voor zelfstudie (Tutorials)

Commerciële toepassingen

Bedrijven in uiteenlopende sectoren gebruiken AIMMS-applicaties om hun bedrijfsvoering te optimaliseren, bijvoorbeeld in productieplanning, supply chain management, netwerkontwerp, procesoptimalisatie, risicobeheersing en portfoliobeheer. Referenties zijn te vinden op onze website.

Ervaar zelf het gemak van AIMMS!

Download een gratis 30-dagen proeflicentie: www.aimms.com/try.

AIMMS is een handelsmerk van
Paragon Decision Technology B.V.
Schipholweg 1, 2034 LS Haarlem
Tel. 023 5511512, info@aimms.com
www.aimms.com



Kies je eigen weg **Hewitt**

“A journey of a thousand miles
begins with a single step.” **Lao-tzu**

Op zoek naar meer dan boeiend werk?

Als **Actuarieel Consulatant** adviseer je ondernemingen op strategisch niveau bij de ontwikkeling van het pensioenbeleid en het financiële beheer van pensioengelden en -verplichtingen. Ook advisering rondom employee benefits, pensioencommunicatie en fiscale en civieljuridische aspecten zijn onderdeel van onze dienstverlening. Kandidatenprofiel Ben jij afgestudeerd in een kwantitatieve richting? Zouden jouw adviezen ook miljoenen kunnen besparen? Ambieer je werk op een hoog analytisch niveau, waarin je alle ruimte krijgt jezelf te ontwikkelen? En ben jij pas tevreden als de klant dat is? Dan is Hewitt voor jou de juiste optie.

Voor meer informatie over werken bij Hewitt of hoe je bij ons kan solliciteren, kan je contact opnemen met Laura Goeree (Recruiter) 020-6609400 of bezoek onze website www.werkenbijhewitt.nl