

STAtOR

periodiek van de VWS jaargang 7 nummer 3, oktober 2006

Simulatie op school en werk

Statistische Modellen in de Industrie: geen, één, veel?

Multilevel Componenten Analyse:
een andere kijk op hiërarchische multivariate data

Tellen en rekenen in de sport

Insinking:
risicoloos profiteren van synergie in logistieke ketens

Te veel papers, te weinig zout

Zestig jaar Centrum voor Wiskunde en Informatica

Een hele nacht OR en statistiek

Het verdwijnpunt van de Nederlandse getallen

STATOR

Jaargang 7, nummer 3, oktober

STATOR is een uitgave van de Vereniging voor Statistiek en Operationele Research (VVS). STATOR wil leden, bedrijven en overige geïnteresseerden op de hoogte houden van ontwikkelingen en nieuws over toepassingen van statistiek en operationele research. Verschijnt 4 keer per jaar.

Redactie

Goos Kant (hoofdredacteur), Ana Isabel Barros, Mirjam Moerbeek, Gerrit Stemerding (eindredacteur), Fred Steutel, Hilde Tobi, Marnix Zoutenbier.

Kopij en reacties richten aan

Prof. dr. G. Kant (hoofdredacteur), Faculteit der Economische Wetenschappen van de Universiteit van Tilburg, Postbus 90153, 5000 LE Tilburg, telefoon 013 - 4668234, mobiel 06 - 11045089, <G.Kant@uvt.nl>.

Bestuur van de VVS

Voorzitter: A.W. van der Vaart <aad@cs.vu.nl>
Penningmeester: S. J. Koopman <s.j.koopman@feweb.vu.nl>
Namens de Bedrijfssectie (BDS):
P. Banens <banens@cqm.nl>
Namens de Biometrische Sectie (BMS):
A.H. Zwinderman <a.h.zwinderman@amc.uva.nl>
Namens de Economische Sectie (ECS):
P.H.F.M. van Casteren <casteren@fee.uva.nl>
Namens het Ned. Genootschap voor Besliskunde (NGB):
J. van de Klundert <j.vandeklundert@math.unimaas.nl>
Namens de Sectie Mathematische Statistiek (SMS):
P. Spreij <spreij@science.uva.nl>
Namens de Sociaal Wetenschappelijke Sectie (SWS):
J.K. Vermunt <j.k.vermunt@uvt.nl>

Leden- en abonnementenadministratie van de VVS

VVS, Postbus 2095, 2990 DB Barendrecht, telefoon 0180 - 623796, fax 0180 - 623670, e-mail <admin@vvs-or.nl>. Raadpleeg onze website over hoe u lid kunt worden van de VVS of een abonnement kunt nemen op STATOR of op een van de andere periodieken.

VVS-website

<http://www.vvs-or.nl>

Advertenties

Karin van Hofwegen, Warmoezierskade 18, 2805 PF Gouda, telefoon 0182-64 09 66, mobiel 06 - 51720598, e-mail <k.v.hofwegen@planet.nl>. STATOR verschijnt in april, juni, september en december.

Ontwerp en opmaak

Pharos / M. van Hootegem, Nijmegen

Uitgever

© Vereniging voor Statistiek en Operationele Research
ISSN 1567-3383

Inhoud

- 3** Ik weet bijna zeker dat u simuleert
- 4** Simulatie op school en werk
Henk Tijms
- 9** Statistische Modellen in de Industrie:
geen, één, veel?
Jan Engel
- 15** Multilevel Componenten Analyse:
een andere kijk op hiërarchische
multivariate data
Marieke Timmerman en Jeroen Jansen
- 18** Tellen en rekenen in de sport - *column*
Fred Steutel
- 20** Insinking: risicoloos profiteren van
synergie in logistieke ketens
**Frans Cruijssen, Peter Borm, Hein
Fleuren, Herbert Hamers**
- 24** Te veel papers, te weinig zout - *column*
Onno Boxma
- 25** Agenda
- 26** Zestig jaar Centrum voor Wiskunde en
Informatica
Bennie Mols
- 31** Een hele nacht OR en statistiek
- 32** Het verdwijnpunt van de Nederlandse
getallen
Hans Moors



Ik weet bijna zeker dat u simuleert

Een simulant is, volgens de Van Dale, iemand die simuleert. Dat zal straks maar ten dele waar blijken. Een simulant is dan iemand die de boel voor de gek houdt; hij doet bijvoorbeeld alsof hij ziek is, terwijl dat niet zo is; vaak om onder een vervelende klus uit te komen.

In drie van de artikelen in de voor u liggende *STATOR* komt het woord 'simulatie' voor. Met dit redactionele voorwoord meegeteld zitten we dus op vier keer 'simulatie'.

Van Dale's Groot Woordenboek geeft vier omschrijvingen van het woord simulatie; we noemen er drie: veinzen van bijvoorbeeld een ziekte, het verrichten van schijnhandelingen (meestal in verband met valse akten) en nabootsing met behulp van computers. De laatste omschrijving is van toepassing op het in *STATOR* gebruikte woord. Hier worden statistische- of OR-modellen nagebootst met een computer, doorgaans met gebruik van *random numbers*.

In tegenstelling tot de bewering in Van Dale worden mensen die in de *STATOR*-zin simuleren geen simulanten genoemd; het woord heeft daarvoor een te negatieve betekenis; ook het woord simulator is al bezet. Hoe zullen we een simulerende statisticus noemen?. Voorstellen bij de redactie.

Simulatie is in veel gevallen de enige manier om informatie over ingewikkelde toevals-modellen te krijgen. Alleen de eenvoudigste modellen kunnen wiskundig worden doorgerekend; voor ingewikkelde situaties is simulatie de aangewezen oplossing. Toch zijn ook de exact door te rekenen modellen van groot belang. Men kan in de formules makkelijk parameters (variabele modelwaarden) variëren, iets dat bij simulaties telkens een herhaling van de hele procedure verlangt. Bovendien kan men het simulatieresultaat voor het eenvoudige model vergelijken met de theoretische uitkomst, en zo inzicht krijgen in de nauwkeurigheid van de simulatie. Dat is heel nuttig, want simulatieresultaten dienen met enig wantrouwen te worden bekeken. Herhaald, heel vaak herhaald, simuleren is de enige andere mogelijkheid om een idee te krijgen van de nauwkeurigheid.

Kortom, simulatie is een heel nuttig hulpmiddel en het is goed dat er in dit nummer expliciet aandacht aan wordt geschonken.

Als u in het vervolg een statisticus of OR-man/vrouw tegenkomt, kunt u zonder veel gevaar zeggen: 'Ik weet bijna zeker dat u simuleert'.

De redactie



SIMULATIE OP SCHOOL EN WERK

HENK TIJMS

Simulatie is een machtig stuk gereedschap mits op de juiste wijze gebruikt. Het is niet een stuk gereedschap dat zonder nadenken gebruikt kan worden. Dit artikel beperkt zich tot simulatie van stochastische systemen en geeft een inleiding tot de mogelijkheden van simulatie in de kansrekening en de operations research. Op doorbraken waarvoor simulatie en de enorme rekenkracht van de moderne computers in de (Bayesiaanse) statistiek hebben gezorgd gaan we in dit artikel niet in. In de kansrekening en OR kan simulatie zowel gebruikt voor didactische doeleinden in het onderwijs als voor het analyseren van complexe beslissingsproblemen in de praktijk.

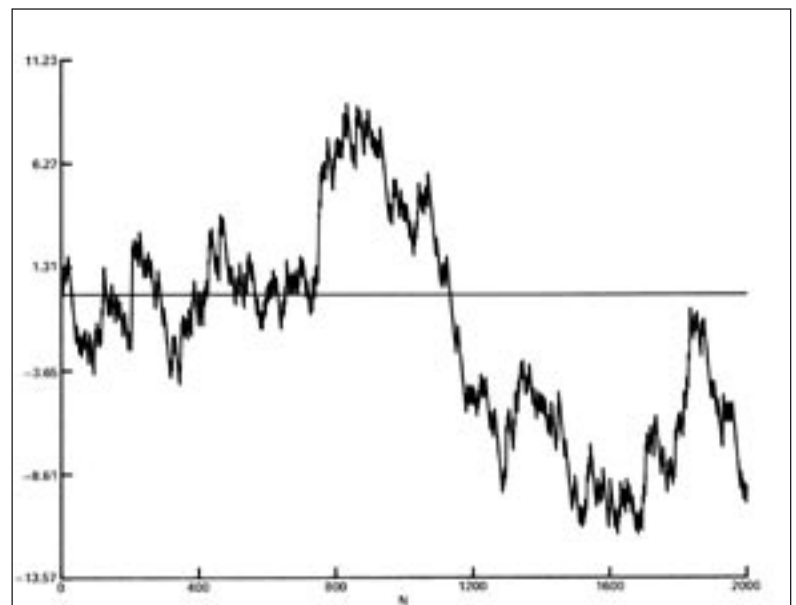
Simulatie als didactisch hulpmiddel

Computersimulatie is een buitengewoon instructief hulpmiddel om onze probabilistische intuïtie te verbeteren en een beter gevoel voor basiswetten uit de kansrekening te krijgen. Bij computersimulatie wordt een concrete situatie op de computer nagebootst. Zo kunnen bijvoorbeeld de sterke wet van de grote aantallen en de centrale limietstelling inzichtelijk worden gemaakt voor de beginnende student.

De wet van de grote aantallen kan heel simpel worden geïllustreerd aan het munt-experiment waarin een zuivere munt herhaald geworpen wordt. De eenvoudige zuivere munt is overigens in de kansrekening het middel om een rijkdom aan verrassende en onverwachte resultaten over het voetlicht te brengen. Een misvatting die bij velen leeft, is de zogenoemde waan van de gokker: veel mensen hebben de neiging te denken dat ook een klein aantal worpen met een zuivere munt de theoretische 50:50 verhouding van kop en munt zou moeten weergeven. Gokkers gaan bij roulette op zwart wedden als het balletje een aantal keren achter elkaar op rood gevallen is. Computeranimatie van het munt-experiment is de beste manier om dit soort misvattingen te bestrijden en een gevoel te krijgen voor random fluctuaties. Om het kansexperiment van het werpen met een munt op de computer te simuleren volstaat een zogenoemde random generator die op elke computer aanwezig is. Een random generator produceert op aselechte wijze getallen die willekeurig verspreid tussen 0 en 1 liggen. Het is alsof elke keer door blind toeval het lot op een getal tussen 0 en 1 valt (exclusief de grenswaarden 0 en 1). In het bijzonder kan op deze wijze de uitkomst 'kop of munt' van een enkele worp met de munt gesimuleerd worden: laat de computer een random getal u tussen 0 en 1 genereren; als $u \leq 0.5$ is, dan is de uitkomst 'kop' en anders is de uitkomst 'munt'.

Op vergelijkbare simpele wijze kunnen vele andere kansexperimenten nagebootst worden op de computer. Door het munt-experiment op de computer te simuleren en de grafische mogelijkheden van de computer te gebruiken, kun je in *real-time* op het scherm zien hoe de relatieve frequentie van het aantal keren kop na n worpen zich ontwikkelt bij toenemende n . Experimenteel krijg je dan te zien dat ook na een relatief groot aantal worpen de relatieve frequentie van het aantal keren kop nog steeds 'behoorlijk' van de verwachte waarde 0.5 kan verschillen maar wel uiteindelijk steeds dichterbij 0.5 komt, waarbij echter de wijze waarop de waarde 0.5 wordt benaderd nogal grillig kan verlopen. Deze experimentele demonstratie van de wet van de grote aantallen is bijzonder instructief.

In het simuleren van het herhaald werpen met de munt kun je op het scherm ook de grafiek weergeven van de stochastische wandeling van het verschil tussen het werkelijke aantal keren dat kop valt en het verwachte aantal keren (zie figuur 1). Door verschillende simulatie-runs uit te voeren, leer je door ervaring het verrassende resultaat dat de absolute waarde van dit verschil de



Figuur 1

neiging heeft toe te nemen als het aantal worpen toeneemt. Met andere woorden, de grafiek van de stochastische wandeling gedraagt zich steeds wilder en wilder naarmate het aantal worpen met de munt toeneemt. De steeds grotere fluctuaties in de stochastische wandeling zijn overigens niet in tegenspraak met de wet van de grote aantallen.

Het simuleren van het munt-experiment op de computer toont ook nog twee andere verrassende feiten. Ten eerste, de wijze waarop aaneengesloten reeksen van alleen kop of alleen munt elkaar afwisselen vertoont een uitermate onregelmatig beeld: verrassend lange reeksen van alleen kop of alleen munt kunnen optreden (bijvoorbeeld, bij 20 worpen met een zuivere munt is de kans al 25% dat een reeks zal optreden van 5 of meer keer kop achterelkaar). Echte toevalsrijen van kop en munt (of o'en en 1'en) gaan tegen de intuïtie in. Ten tweede, de grafiek van de bovengenoemde stochastische wandeling demonstreert de beroemde arc-sinus wet: het percentage van de tijd dat de stochastische wandeling zich aan de positieve kant van de as zal gaan bevinden, is veel waarschijnlijker dicht bij 0% of 100% dan bij 50% wanneer het aantal uit te voeren worpen van tevoren is vastgelegd.

Voor beginnende studenten kan simulatie ook heel nuttig zijn om inzicht te verkrijgen in de centrale limietstelling. Het wiskundige bewijs van de centrale limietstelling is verre van eenvoudig en nogal technisch. Ook geeft het bewijs geen inzicht hoe groot n moet zijn opdat de som van n onafhankelijke en identiek verdeelde stochasten bij benadering de kansdichtheid van de normale verdeling heeft. De centrale limietstelling kan met simulatie visueel gedemonstreerd worden. Simulatie maakt de centrale limietstelling niet alleen visueel zichtbaar, maar toont ook dat hoe meer asymmetrisch de onderliggende kansverdeling van de stochasten is, des te groter het aantal van de stochasten dat genomen moet worden

opdat het kansdiagram van de som bij benadering de klokvormige curve van de normale kansdichtheid aanneemt.

Simulatie als gemaksgereedschap

Simulatie is niet alleen geschikt om basisbegrippen uit de kansrekening door een experimentele benadering te verhelderen, maar is ook heel bruikbaar voor *quick and dirty* antwoorden op kansproblemen waarvan niet direct duidelijk is of deze een simpele analytische oplossing hebben of analytisch oplosbaar zijn. Een kleine verandering in een kansprobleem dat analytisch eenvoudig oplosbaar is, kan al leiden tot een kansprobleem dat analytisch bijzonder lastig wordt.

Neem bijvoorbeeld het bijvoorbeeld het klassieke verjaardagsprobleem waarin naar de kans gevraagd wordt dat binnen een willekeurig gevormde groep van n personen er twee of meer personen zijn die op eenzelfde dag jarig zijn. Deze vraag is simpel analytisch te beantwoorden, maar dat geldt niet voor de vraag wat de kans dat binnen de groep er twee of meer personen zijn die binnen een dag of binnen een week van elkaar jarig zijn.

Een ander voorbeeld: de verwachtingswaarde van de afstand tussen twee random gekozen punten in het eenheidsinterval is heel eenvoudig analytisch te berekenen, maar dit ligt heel anders voor de verwachtingswaarde van de afstand tussen twee random gekozen punten in het eenheidsvierkant en de eenheidscircel (de antwoorden zijn respectievelijk $1/3$, 0.5214 en 0.9054). Simulatie blijft even simpel, ongeacht de dimensie van het probleem. Zo zijn er talloze kansproblemen die met simulatie snel op te lossen zijn, terwijl de analytische oplossing heel wat voeten in aarde heeft. Als laatste voorbeeld het bekende Mississippi-probleem: wat is de kans dat in een

random permutatie van het woord Mississippi geen twee opeenvolgende letters hetzelfde zijn (antwoord: 16/275).

Het meteen maar toevlucht nemen tot simulatie wanneer van een kansprobleem de analytische oplossing niet direct duidelijk is, heeft natuurlijk wel het gevaar dat een zekere luiheid van denken kan ontstaan. Ter waarschuwing en vermaak van het feit dat simulatie niet altijd de oplossing is van alle problemen, geven we het intrigerende en uitdagende *bone-man problem* dat afkomstig is van de bekende schrijver Clifford Pickover:

Dorothy and Dr. Oz peer into a deep hole in the ground. The bone man comes closer and opens and closes his mouth spasmodically. 'In the pit', he says, 'are 10,000 leg bones. I have cracked each bone at random into two pieces by throwing them against a rock. What do you think is the average ratio of the length of the long piece to the length of the short piece for each time I crack a bone? You can reason from a purely theoretical standpoint. If you cannot find the solution within two days, I will add your leg bone to the pit.'

Simulatie van dit probleem kan tot grote verwarring leiden, terwijl enige elementaire kansrekening met de uniforme kansdichtheid al snel tot inzicht in de problematiek leidt.

Simulatie in de OR

In de industrie is simulatie met lineaire programmering de meest gebruikte OR-techniek om praktische problemen op te lossen. De mogelijkheid om snel massale aantallen random getallen te kunnen genereren in combinatie met krachtige programmeertalen leidt tot een machtig stuk

gereedschap. Beschouw het voorbeeld van een drive-in restaurant. Als een auto komt aanrijden, dan moet de bestuurder, laten we die Fred noemen, beslissen om al of niet in de rij te gaan staan. Als Fred besluit dit niet te doen, dan rijdt hij door als een ontevreden klant. Ingeval Fred besluit in de rij te gaan staan, dan wacht hij eerst in de rij bij het menuloket totdat hij aan de beurt is en zijn bestelling kan doorgeven. Zodra Fred zijn bestelling heeft doorgegeven, gebeuren simultaan de volgende twee zaken: (1) de order wordt naar de keuken gestuurd waar deze wordt bereid zodra een keukenhulp beschikbaar is. (2) Fred rijdt door naar de wachtrij bij het afhaaloket als in die wachtrij plaats is, anders blijft Fred bij het menuloket staan en blokkeert dit zolang hij niet kan doorrijden. Zodra Fred het afhaaloket bereikt heeft, dan betaalt hij en neemt hij de bestelling mee als zijn bestelling klaarstaat, anders blijft hij wachten voor het loket en blokkeert dit totdat zijn bestelling gereed is.

De manager van het fast food restaurant is uiteraard geïnteresseerd in de waarden van een aantal prestatie-maten, zoals de kans op een ontevreden klant, de gemiddelde wachttijd van een klant in de verschillende wachtrijen, de bezettingsgraad van de keuken, etc. Een essentieel gegeven is dat de manager natuurlijk niet geïnteresseerd is in *steady-state* waarden van de prestatie-maten, maar in het *transient* gedrag van het systeem gedurende bepaalde drukke periodes van de dag. Dit transiente gedrag is van belang onder diverse scenario's (inrichting van de wachtruimtes bij de loketten, de omvang en werksnelheid van de keukenbrigade, etc.). Met name de nadruk op de analyse van het transiente gedrag van het systeem, maakt dat een benadering van het probleem met bestaande wiskundige wachttijdmodellen niet mogelijk zal zijn en simulatie het aangewezen middel is. In een simulatiemodel is het niet nodig om 'mooie' kansverdelingen te

gebruiken voor het aankomstproces, het ongeduld-gedrag van klanten en de tijdsduur van de verschillende bedieningsactiviteiten.

Hoewel met simulatie van alles (en nog wat) te modelleren valt, is het niet zo dat het schrijven van een simulatieprogramma een simpele bezigheid is. De simulatie-programma's voor de kansproblemen die we in het eerste deel van dit artikel geschetst hebben, zijn recht-toe-recht-aan. In de problematiek van het drive-in restaurant, is het zo dat de waarden van de toestandsvariabelen voor de beschrijving van het systeem in principe op elk moment kunnen veranderen. De toestand verandert echter niet continu maar alleen op discrete tijdstippen (aankomst van een klant, doorgeven van een bestelling, doorrijden van de eerste wachtrij naar de tweede, etc). De aanname dat gebeurtenissen die tot een toestandsverandering leiden alleen discreet in de tijd plaatsvinden, maakt het mogelijk het principe van discrete-event simulatie toe te passen waarmee veel simulatietijd bespaard kan worden. In discrete-event simulatie wordt de werkelijke tijdschaal gecomprimeerd en wordt de simulatieklok alleen verzet op die momenten dat daadwerkelijk een gebeurtenis plaatsvindt waardoor toestandsvariabelen van waarden veranderen. Op die momenten wordt ook de 'boekhouding' voor de verschillende prestatie-maten aangepast.

Dit alles is makkelijker gezegd dan gedaan. Het bouwen en de validatie van een werkend en bruikbaar simulatiemodel kan een tijdrovende bezigheid zijn. Ook het aspect en het belang van een gedegen statistische analyse van de computer-output mag niet onderschat worden (elke simulatierun van een stochastisch systeem geeft andere getalwaarden; een simulatierun is in feite een statistisch experiment). De simulatie-aanpak voor praktische beslissingsproblemen heeft zowel voordelen als nadelen. Voordelen van simulatie zijn:

- simulatiemodellen stellen ons in staat systemen te analyseren die te complex zijn voor een analytische benadering;
- simulatiemodellen zijn voor managers vaak overtuigender en begrijpelijker dan analytische modellen;
- simulatie stelt de gebruiker in staat om in een korte tijdspanne ervaring op te doen waarvoor in de werkelijkheid veel meer tijd voor nodig zou zijn;
- simulaties kunnen snel diverse scenario's analyseren.

Nadelen van simulatie zijn:

- simulatie genereert een enorme hoeveelheid getallen waaruit het moeilijk kan zijn inzicht en de beste oplossing te verkrijgen;
- simulatie houdt het gevaar in dat voor de werkelijkheid een te gedetailleerd model wordt opgesteld waardoor het overzicht verloren gaat.

Bovenstaande kanttekeningen maken duidelijk dat ook bij de enorme rekenkracht van de huidige computers simulatie niet blindelings voor elk probleem gebruikt moet worden. Idealiter wordt een simulatiemodel gebruikt in combinatie met een eenvoudiger analytisch model dat zich tot de essentie beperkt. Het analytisch model zou inzicht kunnen geven in de vorm van de oplossing en met simulatie zou dit verder verfijnd kunnen worden.

LITERATUUR

Pickover, C. (2002). *The mathematics of Oz, mental gymnastics from beyond the edge*. Cambridge: Cambridge University Press.

Tijms, H.C. (2004). *Understanding probability*. Cambridge: Cambridge University Press.

Tijms, H.C. (2004). *Operationele analyse, een inleiding in methoden en modellen, tweede geheel herziene druk*. Utrecht: Epsilon Uitgaven.

HENK TIJMS is hoogleraar besliskunde in de afdeling econometrie van de Vrije Universiteit in Amsterdam.
E-mail: <tijms@feweb.vu.nl>

Statistische modellen in de industrie:

GEEN, ÉÉN, VEEL?

JAN ENGEL

In dit artikel zullen we enkele aspecten belichten van het gebruik van statistische modellen in de industrie: hoe gaan de toepassers van statistiek in de industrie met statistische modellen om? Statistische modellen zijn in dit stuk stochastische modellen die de beschrijving vormen van een populatie, of een industrieel proces. Door die modellen zijn we in staat uitspraken te doen over populatie of proces, en we schatten de modellen op grond van gegevens daaruit (zie bijvoorbeeld ook Den Hertog, 2004). We zullen in dit artikel drie gevallen van de industriële praktijk onder de loep nemen: er is geen (expliciet) statistisch model; er is één statistisch model; er zijn veel modellen.

Geen statistisch model

Het is de vraag of we uitspraken kunnen doen zonder een statistisch (stochastisch) model expliciet te maken. Dat kan in twee situaties.

- We beperken ons tot de feiten, dat wil zeggen de gegevens: de beschrijvende statistiek. Overigens hanteert deze natuurlijk wel

modellen, maar ze zijn niet stochastisch.

- We doen een uitspraak die waar is, ongeacht het onderliggende statistisch model. Dit is eigenlijk nooit zo; bij benadering misschien in heel eenvoudige, maar weinig realistische, gevallen.

In alle andere gevallen is een statistisch model nodig.

Een voorbeeld. In de jaren tachtig (van de vorige eeuw) kwam vanuit Japan de invloed van G. Taguchi naar de Nederlandse industrie. Taguchi had twee belangrijke zaken ontdekt: 1. zorg ervoor dat je, bij het ontwerp van proces en produkt, minimaal last hebt van de in de wereld alom aanwezig variatie, en 2. breng deze boodschap aan de procesontwikkelaars op een manier die ze aanspreekt. Een statistisch model wordt niet gehanteerd, althans niet expliciet.

Kun je hier zonder een statistisch model? Bij de Taguchi-analyse wordt, naar alle waarschijnlijkheid, een optimum gevonden in een locatie van de experimentele opzet waar geen waarneming is verricht. Zo iets noemen we voorspellen, en zonder model geen voorspelling. Aardig is dat juist bij Taguchi-proeven waarbij proefschema's sterk gereduceerd zijn (je doet maar een klein deel van de hele proef) bij het voorspellen van resultaten zwaar geleund wordt op een statistisch model. Van beschrijvende statistiek is geen sprake. Er is echter geen expliciete formulering van het model.

Veel gebruikers van ons vak zijn zich soms nauwelijks bewust van het statistisch model dat ze hanteren. Zo geeft statistische software onderzoekers de gelegenheid hun berekeningen technisch correct uit te voeren. Het onderliggend statistisch model echter hoeft niet geduid te worden voordat een analyse kan worden uitgevoerd. Berucht zijn in dit verband de split-plot schema's waarbij meerdere variatiebronnen, tussen en binnen plots, optreden. Door zich niet bewust te zijn van het juiste statistisch model, en daarbij bijvoorbeeld voorbij te gaan aan het bestaan van *whole-plot* variatie, wordt een onjuiste F-toets gebruikt. Met als gevolg een onbekende kans op een fout van de eerste soort. Natuurlijk: in al deze voorbeelden is er wel degelijk een statistisch model, maar dit wordt niet expliciet gemaakt. We komen tot de volgende conclusie.

Conclusie 1

Maak het statistisch model expliciet. Valideer het op grond van het probleem, het experiment en de gegevens.

Eén statistisch model

Het gebruik van statistische modelbouw in de industrie is decennia lang gepropageerd door industriële statistici als Box, Hunter, Montgomery en Myers. Nieuwe ontwikkelingen als DfSS (Design for Six Sigma) stimuleren de praktische toepassing. In DfSS is er dan ook een centrale rol voor het transfer model dat produktparameters vastknoopt aan stuurbare en variërende procesparameters.

Globaal zijn er drie doelen bij het transfermodel:

1. Inzicht verschaffen: wat zijn belangrijke procesparameters? Welk effect hebben ze op de produktkwaliteit?
2. Voorspellen. Tot welke nominale produktparameters leidt een niveaukeus van de procesparameters?
3. Robuust maken. Tot welke variatie in de produktparameters leidt een niveaukeus van de procesparameters? Hoe kan die worden geminimaliseerd tegen minimale kosten?

Voorbeeld 2 in de volgende sectie behandelt een dergelijk model. Maar nu eerst een ander voorbeeld.

Voorbeeld 1

Neem een situatie waarbij we ons twee vragen stellen.

Vraag 1: bepaal een schatting voor het gemiddelde van de kansverdeling van een produktparameter uit een steekproef van onafhankelijke waarnemingen uit die verdeling. Een goed model rond het populatiegemiddelde is nodig, bijvoorbeeld de normale verdeling. Het steekproefgemiddelde

vormt dan een goede (zelfs optimale) schatter.

Vraag 2: bepaal een schatting voor het 0.99 quantiel van die produktparameter. Deze vraag is van belang om vast te stellen welke ‘extreme’ waarden kunnen optreden in de produktkwaliteit. Een statistisch model dat goed functioneert rond het populatiegemiddelde is nu niet zo nuttig: veel beter is het een goed model voor de rechterstaart van de verdeling te hebben.

We zien aan voorbeeld 1 dat het statistisch model wordt bepaald door de vraagstelling. Dit punt speelt zelfs al bij de steekproefopzet: data verzamelen rond het gemiddelde lijkt nuttig bij de eerste vraag, maar bij de tweede zijn data bij het 0.99 quantiel veel handiger. We zullen later zien dat ook de modelonzekerheid bij vraag 2 veel meer een rol speelt dan bij vraag 1.

Het zoeken van het juiste model gaat blijkbaar gepaard met onzekerheden. We zetten de belangrijkste hiervan op een rijtje (zie het kader hieronder). Onzekerheid 4 is ons het meest bekend: uitgaand van een bekend verondersteld statistisch model bepalen we de onzekerheid in de modelparameterschatters. Onze aandacht is nu voor de punten 1, 2 en 3. Punt 1 (modeltype) en 2 (selectie-criterium) zeggen: kies het statistisch model dat bij je vraag past. Punt 3 (modelonzekerheid): vaak zijn er daarbij meerdere modellen die allemaal

ongeveer even goed zijn. De eerste twee punten spelen een rol in de voorbeeld 1. Het modeltype dat bijvoorbeeld voor de staart van de verdeling wordt gekozen speelt wellicht een belangrijke rol bij de beslissing of een produkt wel of niet op de markt komt.

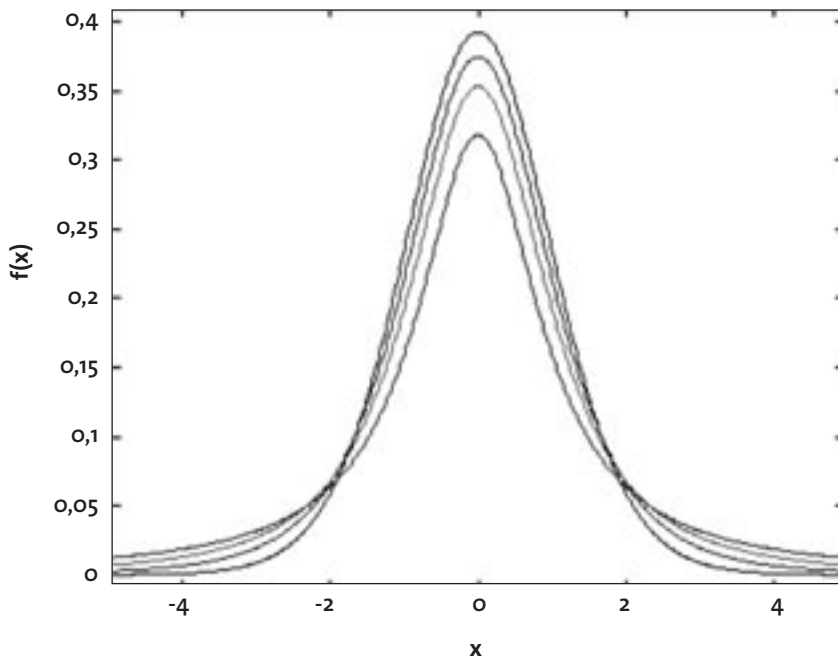
Nog een voorbeeld. Fysici weten het al jaren: hét model bestaat niet. Bij het modelleren van licht, of van electronen in een atoom, zijn minstens twee modellen in zwang: het golfmodel en het deeltjesmodel, en het hangt er maar net van af met welk doel het model gebruikt wordt. Beide zijn mogelijk incompleet en slechts een deelmodel van een supermodel (zie de uitspraak van Bohr in Oud en Stemerdink, 2003).

Conclusie 2

Bepaal het doel van het statistisch model. Kies het modeltype en het selectie criterium bij dat doel.

Efron (1998) beschrijft juist ten aanzien van punt 3 (modelonzekerheid) een interessant experiment. Hierbij wordt volgens een bepaalde procedure ‘het beste’ logistisch regressiemodel, met vier verklarende variabelen, gevonden bij experimentele data met binaire response. Vervolgens worden 500 bootstrap simulaties uitgevoerd en telkens het beste model gezocht volgens dezelfde procedure als eerder gehanteerd. Het oorspronkelijke model werd maar in één (!) van de 500 gevallen teruggevonden. Slechts één van de vier verklarende variabelen uit het oorspronkelijke model kwam regelmatig terug bij de bootstrap simulaties, de andere drie maar zo nu en dan. We hebben te maken met *modelonzekerheid*. Blijkbaar is het lastig van *het* statistisch model te spreken. En veelal is de wereld om ons heen niet zo eenvoudig in één (statistisch) model te vangen is als we denken. Van één model naar veel modellen!

1. Keuze van modeltype (bijvoorbeeld een parametrisch model of niet-parametrisch model).
2. Keuze van model selectie criterium, gegeven het modeltype.
3. Onzekerheid in het geselecteerde model, gegeven modeltype en selectie criterium.
4. Onzekerheid in de schattingen van model parameters, gegeven het geselecteerde model.



Figuur 1. Modelonzekerheid.

Veel modellen

We keren terug naar voorbeeld 1 met het oog op modelonzekerheid, het derde punt uit ons lijstje.

Voorbeeld 1 (vervolg)

Vraag 1: bij het schatting van het populatiegemiddelde is een mogelijk model de normale verdeling. Dit model is bij deze vraag ook nog wel goed genoeg als het 'echte' model wat zou afwijken van de normale verdeling. Er is weinig effect van modelonzekerheid.

Vraag 2: bij de schatting van het 0,99 quantiel is de normale verdeling mogelijk adequaat, maar we zijn opeens wel veel gevoeliger voor afwijkingen van die verdeling. Het lijkt verstandig meerdere modellen te overwegen voor de rechterstaart van de verdeling (figuur 1).

Aan dit voorbeeld zien we: het effect van modelonzekerheid hangt zichtbaar af van de vraag die we stellen.

Voorbeeld 2

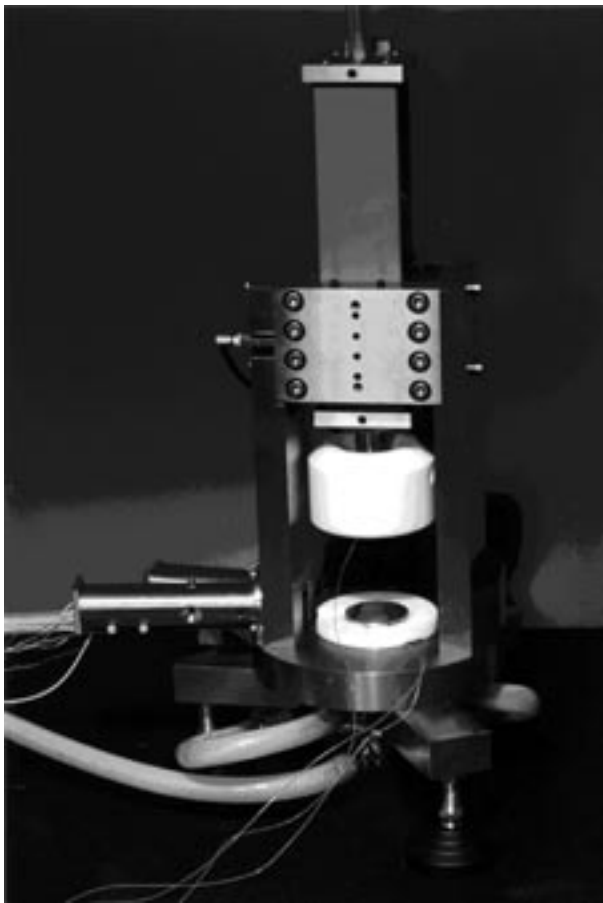
Voor een methode voor het meten van warmte-dissipatie in elektronische producten (figuur 2) doen Engel en Van Kempen (2004) een scenario-analyse in een tolerantiestudie. De meetvariatie blijkt veroorzaakt door 2 van de 12 procesvariabelen die in het experiment zijn bekeken. De auteurs stellen voor de analyse niet te doen op grond van één enkel statistisch model uit de klasse van Response Surface Models (RSMs), maar op een gewogen gemiddelde van RSMs. Het voordeel is dat je kleine effecten van procesvariabelen dan niet drastisch op nul zet. Het is beter ze een waarde te geven tussen de LS schatter en nul in. Bij een scenario-analyse zouden die kleine effecten nog wel eens kunnen gaan aantellen.

Voorbeeld 3

Een interessant resultaat rond het fenomeen modelonzekerheid wordt tenslotte gegeven door Draper (1995). Het vergaan van ruimteveer Challenger in 1986 werd veroorzaakt door het gedrag van een ring onder extreme condities. De onzekerheid in de voorspelling van de reliability van de ring is groot omdat geëxtrapoleerd moet worden naar condities die niet zijn waargenomen. Wat blijkt is dat de grootste bijdrage aan de onzekerheid in het extrapolatieresultaat wordt veroorzaakt door de onzekerheid van het statistisch model zelf; aanzienlijk minder door die van de geschatte parameters gegeven het model.

Voor een betrouwbare conclusie, zo blijkt uit de voorbeelden, is het vaak nodig meer dan één (redelijk passend) statistisch model te overwegen. Er zijn twee manieren om daarmee om te gaan.

1. Bepaal een (gewogen) gemiddelde van modellen uit een klasse, zoals in voorbeeld 2. Natuurlijk is zo'n gemiddeld RSM ook weer een RSM maar de parameterschatters zijn gekrompen LS schatters. In wezen hebben we ons selectiecriterium aangepast! Een populaire aanpak van model-



Figuur 2. Meten van warmtedissipatie.

middelen is BMA, Bayesian Model Averaging (Hoeting et al, 1999), maar voor niet-Bayesianen hebben Hjort en Claeskens (2003) de oplossing FMA, Frequentist Model Averaging, gevonden. Een recente kritische beschouwing rond het combineren van modellen is Yuan en Yang (2005).

2. Bepaal de conclusies uit de data op grond van ieder van de modellen, en ga na in hoeverre die conclusies verschillen. Als dat zo is, laat dat meewegen. In voorbeeld 1 is dat de schattingsuitkomst van het 0.99 quantiel, in voorbeeld 3 de voorspelling van de reliability.

Zo komen we dan tot de derde conclusie.

Conclusie 3

Realiseer je dat het statistisch model onzeker is. Overweeg meerdere modellen. Ga na of en hoe de conclusies uit de gegevens afhangen van het gekozen model.

Tenslotte

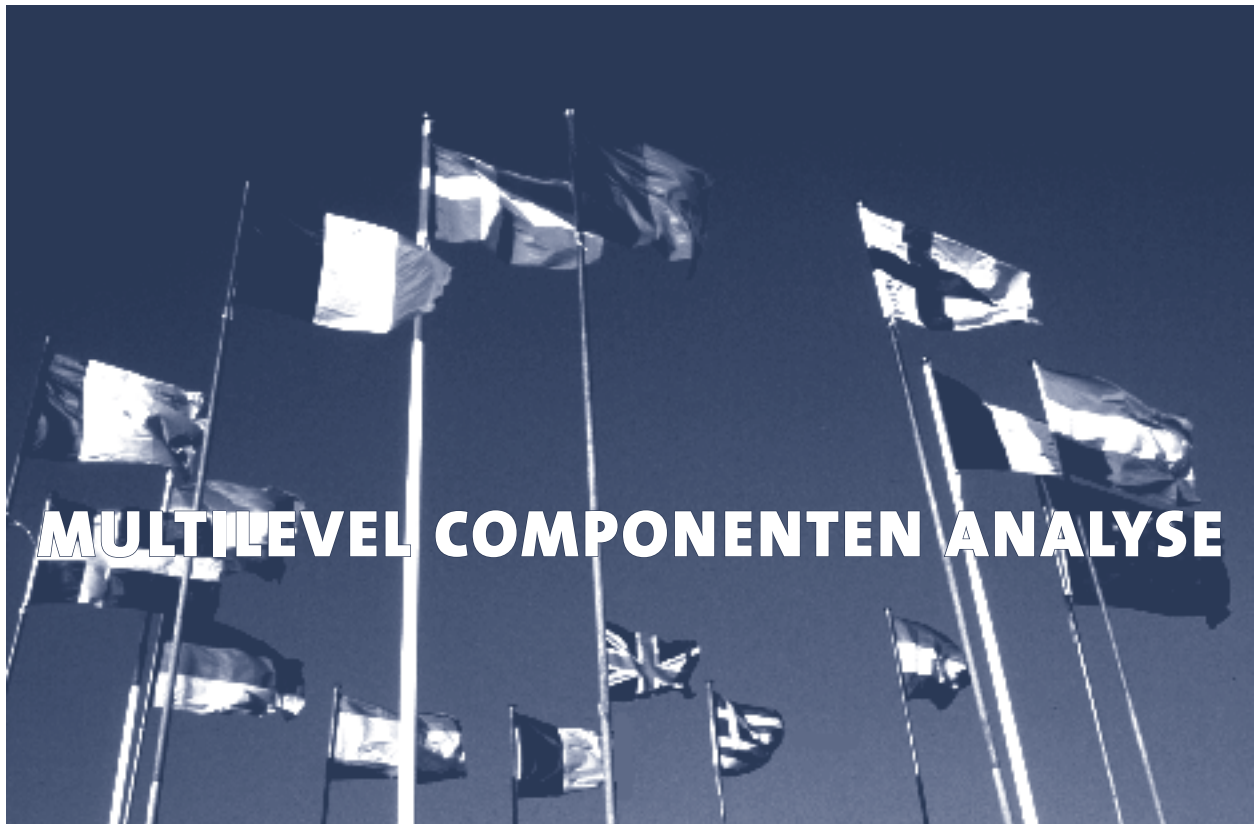
De keuze van een goed statistisch model is lang niet altijd zo eenvoudig. Maar de discussie komt op gang. Interessant is tenslotte nog het resultaat van Hand en Vinciotti (2003). Zij stellen in hun abstract: '[...] *the best model will depend also on this intended use.*' Zorg voor globale modellen als dat kan, maar voor locale modellen als dat beter is.

De auteur wil graag zijn CQM collega Marnix Zoutenbier, en een onbekende beoordelaar, bedanken voor hun opmerkingen die hebben geleid tot verbetering van dit artikel.

LITERATUUR

- Draper, D. (1995). Assessment and propagation of model uncertainty. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 57, 45-97.
- Efron, B. (1998). R.A. Fisher in the 21th century. *Statistical Science*, 13, 95-122.
- Engel, J. en Kempen, J. van (2004). Characterising the measurement precision of thermal resistance measurements. *Applied Stochastic Models in Business and Industry (special ENBIS issue)*, 20, 239-251.
- Hand, D.J. en Vinciotti, V. (2003). Local versus global models for classification problems: fitting models where it matters. *The American Statistician*, 57, 124-131.
- Hertog, D. den (2004). Statistiek en beslistkunde: een gedwongen huwelijk? *STATOR*, 5, 3.
- Hjort, N.L. en Claeskens, G. (2003). Frequentist model average estimators. *Journal of the American Statistical Association*, 98, 879-899.
- Hoeting, J.A., Madigan, D., Raftery, A.E. en Volinsky, C.T. (1999). Bayesian model averaging: a tutorial. *Statistical Science*, 14, 382-417.
- Oud, H. en Stermerdink, G. (2003). Interview met Prof. dr. Richard Gill. *STATOR*, 4, 4-9.
- Yuan, Z. en Yang, Y. (2005). Combining linear regression models: when and how? *Journal of the American Statistical Association*, 100, 1202-1214.

JAN ENGEL is werkzaam bij CQM in Eindhoven als senior consultant. E-mail: <Engel@cqm.nl>



Een andere kijk op hiërarchische multivariate data

MARIEKE E. TIMMERMAN EN JEROEN J. JANSEN

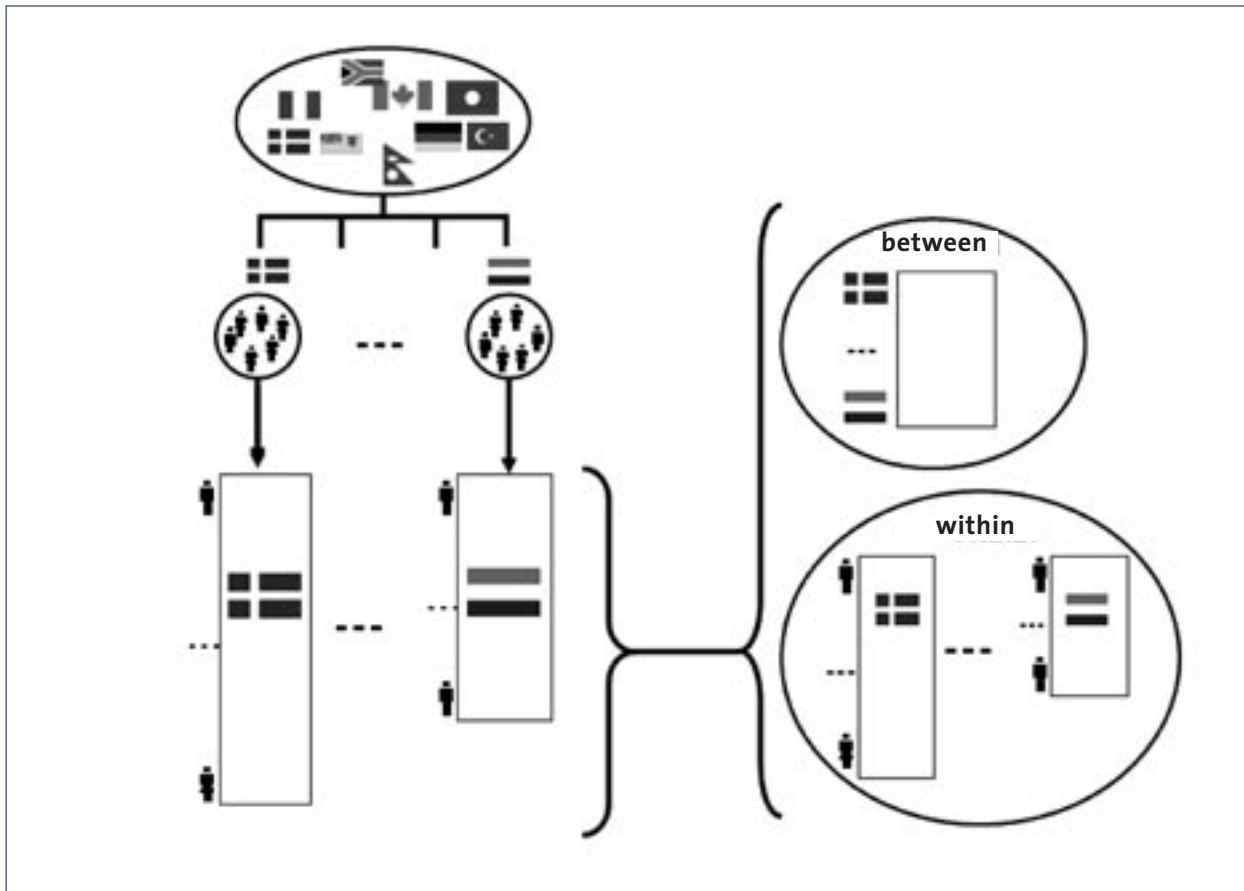
Bij empirisch onderzoek is vaak sprake van een hiërarchische structuur in de gegevens. Dit betekent dat de observatie-eenheden geordend zijn in groepen. Voorbeelden uit de sociale wetenschappen zijn onderzoek bij inwoners van verschillende landen en onderzoek bij leerlingen van verschillende schoolklassen binnen verschillende scholen. Ook op andere wetenschappelijke terreinen zijn de voorbeelden legio: vergelijking van economische tijdreeksen van verschillende landen of het observeren van dag/nacht ritmes van verschillende mensen of dieren.

Gegevens met zo'n structuur worden ook wel *multilevel data* genoemd. Deze multilevel structuur zorgt er voor dat variatie in de data zowel binnen de verschillende groepen, als tussen de groepen optreedt. Daarom is het van groot belang om deze groepsstructuur in de data-analyse op te nemen, zelfs als de primaire interesse helemaal niet ligt in het vergelijken van groepen. Het negeren van de multilevel structuur betekent namelijk dat de verschillen tussen en binnen de groepen niet onderscheiden worden. Dit kan leiden tot onzichtelijke en soms zelfs tot misleidende resultaten.

Welke informatie besloten ligt in multilevel data hangt zowel af van de specifieke variabelen waarop scores verzameld zijn, als van de relaties tussen deze variabelen. Wanneer de gemeten dataset bestaat uit één of hooguit enkele afhankelijke variabelen waarvan men de relaties met een aantal predictoren wil onderzoeken, is de belangrijke en populaire klasse van ‘multilevel regressie’ modellen beschikbaar. Wanneer er sprake is van een beperkt aantal afhankelijke variabelen die indicatief zijn voor een kleiner aantal latente variabelen, komen ‘multilevel structurele vergelijkingsmodellen’ in aanmerking. Voor de elegantie van deze modellen wordt een prijs betaald: bij grotere aantallen variabelen (zeg, groter dan 10), en bij duidelijke verschillen in groepsgroottes, nemen de schattingsproblemen van het

model fors toe. Een alternatief dat ook bruikbaar is bij grote aantallen afhankelijke variabelen, is Multilevel Componenten Analyse ¹.

Multilevel Componenten Analyse (MCA) is een kruising tussen de bekende variantie analyse en Principale Componenten Analyse (PCA). Uit de variantie analyse komt het idee om de geobserveerde data te splitsen in verschillende factoren en interacties op grond van het ontwerp van het experiment. Uit de PCA stamt het idee om de data te reduceren in termen van een kleiner aantal componenten, die gezamenlijk zoveel mogelijk variatie in de data verklaren. Bij een MCA op een dataset met twee niveau's worden de geobserveerde scores op iedere variabele gesplitst in drie delen, namelijk een constante, een gedeelte dat gelijk is voor alle observaties binnen een groep



Figuur 1. Grafische weergave van het steekproefdesign (linksboven), de data (linksonder), en de uitsplitsing van data in een between en within gedeelte (rechts)

en een gedeelte dat verschilt voor alle observaties binnen een groep. De laatste twee gedeeltes worden vervolgens beschreven met varianten van PCA.

Aan de hand van een empirisch voorbeeld uit de cross-culturele psychologie leggen we MCA verder uit. In dit onderzoek werd aan inwoners van 14 landen, van Nederland tot Guatemala, een vragenlijst voorgelegd. Het aantal deelnemers varieert van 164 tot 688 personen per land. De vragenlijst, de *Bem Sex Role Inventory* (BSRI), meet masculiniteit en femininiteit, en bestaat uit 20 items, die gescoord worden op een (Likert) schaal van 1 tot 7. In totaal zijn de scores van 6344 personen op de 20 items beschikbaar. De data hebben een multilevel structuur met twee niveau's, zoals grafisch weergegeven in Figuur 1. Rechts in die figuur staat weergegeven hoe de geobserveerde data voor iedere variabele gesplitst worden. Deze gesplitste gedeeltes worden elk geanalyseerd met varianten van PCA. Het gedeelte dat de variatie tussen de landen beschrijft, is gelijk voor alle deelnemers van een bepaald land. Daarom kan dit gedeelte worden beschreven door de *Between matrix*, die evenveel rijen heeft als er landen zijn. Omdat het andere gedeelte van de variatie wèl varieert tussen deelnemers binnen één land, wordt dit beschreven door de *Within matrix*, die voor elk land evenveel rijen bevat als er deelnemers in dat land zijn.

De *Between matrix* wordt vervolgens geanalyseerd met een PCA, waarbij rekening wordt gehouden met de verschillen in groepsgroottes. Deze PCA levert een *between component scores matrix* en een *between ladingen matrix*, welke naar wens geroteerd kunnen worden. De *between-ladingen matrix* met 3 componenten van de BSRI data laat zien dat op maar 7 van de 20 items substantiële verschillen tussen landen geobserveerd worden. Na rotatie van deze ladingen matrix volgens het

Varimax criterium blijkt dat de 3 componenten geïnterpreteerd worden als 'leiderschap', 'agressiviteit' en 'eigen mening'. De bijbehorende component scores geven vervolgens een indicatie van de relatieve positie van de verschillende landen op deze componenten. Bijvoorbeeld: Guatemala en Venezuela scoren het hoogst op de component 'agressiviteit', terwijl Kroatië en Nederland juist erg laag scoren. Bij de component 'eigen mening' scoort Japan verreweg het laagst van alle landen, wat vanuit cultureel oogpunt begrijpelijk is. In dit voorbeeld kunnen de resultaten van een PCA van de *between-matrix* dus gerelateerd worden aan de volksaard van de verschillende landen.

De *Within matrices* van alle landen worden gezamenlijk geanalyseerd met behulp van een zogenaamde simultane componenten analyse (SCA) ². Hierbij wordt één *within ladingen matrix* geschat voor alle landen, zodat de componenten voor alle landen op gelijke wijze geïnterpreteerd worden. Afhankelijk van de gekozen SCA variant, worden de component scores van de landen vrij geschat, dan wel hun (co)variantie matrices gerestricteerd. In het laatste geval wordt bijvoorbeeld opgelegd dat de covarianties tussen de componenten voor alle landen gelijk aan 0 moeten zijn. De keuze voor een specifieke variant wordt gemaakt op grond van de verhouding tussen fit en passing en de mate van stabiliteit van oplossingen over steekproeven.

Voor de BSRI data bleek de minst gerestricteerde SCA variant met vrij geschatte component scores zinvolle informatie op te leveren. De *within-componenten* van de Varimax geroteerde *within-ladingen matrix* van de BSRI data bleken indicatief voor 'masculiniteit' en 'femininiteit'. Dit is geheel in overeenstemming met het doel van de vragenlijst. De variantie van de component scores in ieder land geeft informatie over de relatieve grootte van interindividuele verschillen van inwoners binnen de landen. IJsland en Italië blij-

ken in deze de meest extreme scoorders te zijn: de inwoners van IJsland scoren opmerkelijk eensgezind, terwijl de Italianen uitzonderlijk verschillen in hun mate van masculiniteit en femininiteit.

Tot slot levert de correlatie tussen de componentscores van de verschillende landen interessante informatie op. In westerse landen, zoals Nederland en Groot-Brittannië, geldt dat er een positief verband is tussen mate van masculiniteit en van femininiteit. In landen met een meer masculiene cultuur, zoals Guatemala en Italië, geldt dat een hogere mate van masculiniteit juist samengaat met een lagere mate van femininiteit. Het kan overigens interessant zijn om de relaties van componenten met relevante gemeten variabelen te onderzoeken, zoals in dit specifieke voorbeeld 'sexe' en 'opleidingsniveau'.

Het voorbeeld van de BSRI data laat zien dat MCA een aanvulling is op het al langer bestaande arsenaal aan methoden. De bruikbaarheid van MCA is geenszins beperkt tot de sociale wetenschappen. Ook op andere wetenschappelijke gebieden heeft MCA zich reeds nuttig gemaakt, zoals in de systeembio³ en in de procestech⁴. In het algemeen is in deze sectoren het aantal gemeten variabelen zó groot (>100), dat structurele vergelijkingsmodellen niet meer aan de orde zijn.

De benadering die toegepast wordt in MCA beperkt zich niet tot hiërarchisch geordende data, maar kan ook gebruikt worden voor het modelleren van data verkregen uit een experimenteel ontwerp. Dit kan gedaan worden door een relevant lineair model uit de variantie-analyse (bijvoorbeeld een twee-weg ANOVA met interactie) te gebruiken om de geobserveerde data te splitsen. De verschillende delen worden vervolgens geanalyseerd met behulp van PCA of SCA. Jansen en anderen geven hiervan enkele voorbeelden, met toepassingen in de systeembio⁵.

Een belangrijke vraag wanneer MCA in de

praktijk wordt toegepast, is in hoeverre de resultaten van een gefit model te generaliseren zijn naar de populaties waaruit de steekproeven getrokken zijn. Technieken gebaseerd op *resampling*, zoals de bootstrap, zijn veelbelovend voor het inschatten van goede betrouwbaarheidintervallen.

We hopen in het voorgaande duidelijk te hebben gemaakt dat Multilevel Componenten Analyse een eenvoudige methode is voor het inzichtelijk maken van de structuur van multilevel multivariate data. Bovendien vormt het de basis voor een raamwerk, waarmee de hoeveelheid informatie die kan worden verkregen uit een experiment, aanzienlijk vergroot wordt ten opzichte van meer conventionele modellen.

De auteurs bedanken Dick Barelds voor het ter beschikking stellen van de BSRI gegevens.

LITERATUUR

1. Timmerman, M.E. (2006). Multilevel component analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 59, 301-320.
2. Timmerman, M.E. & Kiers, H.A.L. (2003). Four Simultaneous Component Models of multivariate time series from more than one subject to model intraindividual and interindividual differences. *Psychometrika*, 86 (1), 105-122.
3. Jansen, J.J., Hoefsloot, H.C.J., van der Greef, J., Timmerman, M.E. & Smilde, A.K. (2005). Multilevel component analysis of time-resolved metabolic fingerprinting. *Analytica Chimica Acta*, 530 (2), 173-183.
4. De Noord, O.E. & Theobald, E.H. (2005). Multilevel component analysis and multilevel PLS of chemical process data. *Journal of Chemometrics*, 19, 301-307
5. Jansen, J.J., Hoefsloot, H.C.J., van der Greef, J., Timmerman, M.E. & Smilde, A.K. (2005). ASCA: analysis of multivariate data obtained from an experimental design. *Journal of Chemometrics*, 19, 469-481.

MARIEKE E. TIMMERMAN werkt bij het Heymans Instituut voor Psychologisch Onderzoek, Rijksuniversiteit Groningen. E-mail: <m.e.timmerman@rug.nl>

JEROEN J. JANSEN is verbonden aan het Centrum voor Terrestrische Ecologie van het Nederlands Instituut voor Ecologie in Heteren. E-mail: <JJansen2@nioo.knaw.nl>



TELLEN EN REKENEN IN DE SPORT

FRED STEUTEL

'Nou ziet u precies wat een honderdste seconde is', kraaide Mart Smeets tijdens een recente schaatswedstrijd, en hij toonde ons ongeveer drie centimeter tussen duim en wijsvinger. Maar klopt dat eigenlijk wel, en hoe bepaal je dat? Er wordt heel wat geteld en gerekend in de sport: statistieken, statistiek, kansrekening en wiskundige vuistregels.

Statistica Neerlandica heeft zelfs een *associate editor* voor sportstatistiek.

Tennis en statistiek

Er wordt van alles bijgehouden over tenniswedstrijden: het percentage eerste opslagen dat 'in' is, het percentage gewonnen punten bij een opslag die 'in' is. Dat soort dingen. Kansrekenaars maken liever een modelletje van het spel en berekenen dan de kans dat speler A wint van speler B (desnoods in vijf sets, met tie breaks), wanneer hij met kans p een punt wint op zijn eigen service en met kans $1-q$ een punt bij de opslag van B. Doorgaans worden de uitslagen per punt als onafhankelijk gemodelleerd. Het is opvallend dat p niet zo heel veel groter dan $\frac{1}{2}$ hoeft te zijn om de kans op winst in een opslagspel dicht bij 1 te brengen (zie <www.stat.columbia.edu/~vecer/tennis.pdf>).

Hardlopen

Bij het hardlopen wordt een aardige vuistregel gehanteerd: bij verdubbeling van de afstand wordt de gemiddelde snelheid één kilometer per uur kleiner. De interpretatie hiervan is niet helemaal duidelijk: geldt het per individu of geldt het bijvoorbeeld voor de kampioenen op de verschillende afstanden? Een voorbeeld: mijn beste (netto)tijd op de marathon (42,195 km) is 3 uur en 15 minuten. Dat komt neer op 13 kilometer per uur, een kilometer per uur minder dan mijn snelheid op de halve marathon: 21, 0975 km in 1 uur en 30 minuten of 14 km per uur.

Ander voorbeeld: bij het wereldrecord op de marathon gaat 40 km in ongeveer 2 uur, dus 20

km per uur. Het wereldrecord op de 5000 m is ongeveer 13 minuten, dus 23 km per uur. En inderdaad, $40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$ en $20 = 2^3 - 1 - 1 - 1$. Voor hele korte afstanden geldt de regel niet. Zo gaat de 200 meter met een hogere gemiddelde snelheid dan de 100 meter; het starteffect is te groot.

Terug naar Mart Smeets

Hoe zit het nou met het meten van tijden bij schaatsen en andere snelheidssporten. De tijden worden gegeven in honderdsten van seconden, maar in een honderdste seconde doen sprinters te voet ongeveer 10 cm en schaatsters wel 15, dus veel meer dan de drie centimeter die niet alleen Smeets ons liet zien, maar die we ook zelf hadden waargenomen: de schaats van B kwam drie centimeter na die van A over de streep en het verschil in eindtijd was één honderdste seconde. Hoe kan dat? Ik denk dat vanaf de start elke honderdste seconde een signaal (van zeer korte duur) wordt uitgezonden. Gaat je schaats net voor signaal $x+1$ over de streep, dan wordt jouw eindtijd x honderdste seconden. Gaat je schaats tussen $x+1$ en $x+2$ over de streep dan wordt je tijd $x+1$. Dit betekent dat het aantal centimeters verschil bij een officieel tijdsverschil van één honderdste seconde kan variëren tussen nul en dertig centimeter.

Hoog- en verspringen

Ik ken eigenlijk geen statistiek of kansberekening op het terrein van het hoog- en verspringen, wel statistieken natuurlijk. Er is een groot verschil tussen hoog- en verspringen. Hoogspringen begint op een vast punt, de grond, bij verspringen is er een lijn die bij de afzet niet overschreden mag worden. Deze omstandigheid maakt verspringen extra moeilijk, en hier ligt een optimaliseringsprobleem: je moet kiezen tussen zekerheid en snelheid. Je kunt praktisch uit stand springen met je voet nog net voor de lijn, dan kom je niet ver, maar je lijdt

geen afzetverlies. Of, je kunt zo hard mogelijk aanlopen en dus ver springen, maar met de kans op een foutsprong of een aanzienlijk afzetverlies – kan oplopen tot zo'n vijftien centimeter.

Bij hoogspringen is het zaak je zwaartepunt zo laag mogelijk te houden; Fosbury won in 1968 goud met de naar hem genoemde 'flop'; zijn zwaartepunt bleef zo'n 20 centimeter onder de lat.

Het zou niet moeilijk zijn om bij verspringen het afzetpunt vrij te laten en nauwkeurig te registreren, net als het eindpunt. Uit bestaande statistieken is af te leiden dat de sprongen gemiddeld een centimeter of vijf langer zouden worden – en geen foutsprongen meer.

Denksporten

Het zou voor de hand liggen dat speciaal in de denksporten veel gerekend wordt. Voor zover ik weet is dat alleen bij bridge het geval; waarschijnlijk zijn schaken en dammen te ingewikkeld. Van alles en nog wat over kaarten is op internet te vinden, van de kans dat 'de heer goed zit' tot een volledig overzicht van de kansen op 0, 1, 2, ..., 37 punten bij het delen. Van sommige eigenschappen wordt door actieve bridgers routinematig gebruik gemaakt.

Een van de nieuwste denkrages waaraan veel gerekend wordt, is de sudoku: hoeveel volledig ingevulde sudoku-vierkanten zijn er, met hoeveel gegevens ligt de oplossing vast? Het aantal NRC-sudoku's (met de restrictie van 4 extra grijze blokken binnen de gewone 9 blokken) is becijferd op 6337174388428800, veel kleiner dan het aantal 'gewone' sudoku's: dat is 6670903752021072936960. Voor meer informatie verwijst ik naar de website <www.afjarvis.staff.shef.ac.uk/sudoku/sudoku.pdf> en <<http://homepages.cwi.nl/~aeb/games/sudoku/solvingO.html>>.

*FRED STEUTEL is emeritus hoogleraar kansrekening aan de TU Eindhoven. Hij is redacteur van STATOR.
E-mail: <f.w.steutel@tue.nl>*



INSINKING

risicoloos profiteren van synergie in logistieke ketens

FRANS CRUIJSSEN, PETER BORM, HEIN FLEUREN, HERBERT HAMERS

Logistiek dienstverleners (LDVs) hebben de laatste jaren in toenemende mate te maken met strikte klanteisen op het gebied van snelheid, flexibiliteit en prijs. Daarnaast worden door de steeds breder wordende assortimenten en kortere productlevensduren de stromen door logistieke netwerken steeds gefragmenteerder. Hierdoor dalen beladingsgraden en, bijgevolg, winstmarges. Om deze zware marktomstandigheden het hoofd te kunnen bieden zijn LDVs voortdurend op zoek naar een manier om zich te onderscheiden van hun concurrenten. Dit artikel beschrijft zo'n methode.

Insinking versus Outsourcing

LDVs zijn voor hun omzet sterk afhankelijk van de mate waarin verladers hun logistieke activiteiten uitbesteden (outsourcen). Traditioneel ligt het initiatief voor outsourcing bij de verlader: het management beslist dat logistieke activiteiten beter aan een gespecialiseerde derde partij kunnen worden uitbesteed en vervolgens wordt er

een uitnodiging tot tendering uitgestuurd naar een aantal voorgeselecteerde dienstverleners. Een omkering van deze situatie, waarbij het initiatief voor het contract bij de LDV komt te liggen, zou echter in sommige gevallen tot betere resultaten kunnen leiden. Om het verschil aan te geven tussen de traditionele *push*-benadering van outsourcing en de hier voorgestelde *pull*-benadering

waarin de LDV de regie over de stromen van de verlader actief naar zich toe trekt, noemen we deze aanpak *insinking*, het antoniem van *outsourcing*. Het voordeel van *insinking* boven *outsourcing* is dat het de LDV in staat stelt om maximale synergievoordelen te behalen door verladers te benaderen wiens distributienetwerken efficiënt samengevoegd kunnen worden.

De insinking procedure

De procedure veronderstelt een klantspecifieke tariefstelling door de logistiek dienstverlener. Deze prijzen zijn gebaseerd op zowel de claims die de ordersets van verschillende klanten leggen op de resources van de LDV als op de synergie met andere klanten van de LDV. De procedure bestaat uit drie stappen: 1. Definitie van de doelgroep, 2. Kostenreducties en synergie en 3. Onderhandeling en het schema van aanbiedingen. Hieronder lichten we deze stappen toe.

Definitie van de doelgroep

Om te beginnen moet de LDV bepalen welke verladers hij wil aantrekken. Hierbij biedt het voordeel om verladers uit dezelfde sector te benaderen omdat deze partijen vaak overeenkomstige transporteisen, afzetgebieden en orderdynamiek hebben. Drie ingrediënten bepalen verder of een marktafbakening succesvol is: de marktkennis van de LDV, zijn middelen en vaardigheden om de sector te bedienen, en de synergie tussen de betreffende verladers. Verder biedt het voordeel wanneer de LDV al bestaande contacten heeft met een groep verladers. We veronderstellen hier dat de LDV in staat is om op een goede en betrouwbare manier de synergie tussen verschillende verladers in te schatten.

Kostenreducties en synergie

Wanneer het voor de LDV duidelijk is welke verladers hij als klant wil werven, is de volgende stap

om de kostenreducties te bepalen die voortkomen uit de gezamenlijke bediening van een groep verladers. Hiertoe berekent hij het verschil tussen de som van de kosten die verladers individueel maken en de kosten die de LDV maakt wanneer hij de hele groep gezamenlijk bedient. In een formule ziet dit er als volgt uit:

$$v(S) = (1-p) \max \left\{ \sum_{i \in S} C_o(i) - C(S), 0 \right\}$$

Hierin is $v(S)$ de synergie die behaald wordt wanneer alle verladers in verzameling S gezamenlijk door de LDV bedient worden. $C_o(i)$ zijn de huidige individuele kosten van verlader i , $C(S)$ de kosten voor de LDV bij gezamenlijke bediening van alle verladers in een verzameling S . De $p \in [0,1]$ weerspiegelt de beloning voor de LDV. Deze claimt dus een deel van het synergievoordeel om de extra overheadkosten te kunnen bekostigen en winst te maken. Bij de keuze van p heeft de LDV te maken met een trade-off: een hogere waarde geeft uitzicht op een hogere winst, een lagere waarde verbetert daarentegen het aanbod voor de verladers en vergroot dus de kans op acceptatie. De LDV zal deze afweging moeten maken op basis van een kwalitatieve inschatting van zijn onderhandelingspositie in de markt.

Het synergievoordeel $v(S)$ moet vervolgens verdeeld worden over de verladers in S . Hiervoor maken we gebruik van een bekende speltheoretische verdeelmethode: de *Shapley waarde*. Deze verdeelmethode voldoet aan een aantal eerlijkeheidsprincipes die transportmanagers zeker zullen aanspreken, maar die niet bereikt kunnen worden door eenvoudige proportionele vuistregels die in de praktijk vaak gebruikt worden. Deze principes zijn:

- **Efficiëntie.** Het gehele synergievoordeel van een groep verladers wordt ook daadwerkelijk verdeeld over deze verladers. Er gaat dus niets verloren.
- **Symmetrie.** Twee verladers die evenveel bijdragen aan het synergievoordeel van alle groepen verladers krijgen hetzelfde aandeel in de winst.

- **Dummy.** Een verlader die geen bijdrage levert aan de synergie, krijgt ook geen aandeel van het synergievoordeel.

Onderhandeling en het schema van aanbiedingen

Als laatste stap in de insinking procedure moet de LDV beslissen in welke volgorde hij de verladers gaat benaderen met een tarief aanbod. Deze tarieven zijn vastgesteld op basis van de Shapley waarden zoals die berekend zijn voor elke deelverzameling van verladers. Naast het geboden tarief, legt de LDV ook aan de verlader uit dat zijn tarief nog verder zal kunnen verbeteren indien in een later stadium ook andere verladers het aanbod van de LDV accepteren. Er zal dan immers meer synergie zijn. De verlader maakt dus zijn acceptatie-beslissing niet op basis van slechts één tarief, maar op basis van een serie tarieven die bereikt kunnen worden, afhankelijk van de beslissingen van toekomstig te benaderen verladers. Tijdens de onderhandelingen is de verlader echter alleen zeker van het *huidige* aanbod van de LDV.

Omdat de beloning van de LDV proportioneel is aan het behaalde synergievoordeel, is deze er sterk bij gebaat zoveel mogelijk verladers het aanbod te laten accepteren. Hij zoekt daarom naar een volgorde van onderhandeling die hem de grootste kans geeft dat alle spelers het aanbod accepteren. Hiertoe definiëren we het begrip *Shapley Monotoon Pad* (SMP). Dit betekent dat op zo'n pad (of: volgorde van verladers) het aanbod aan iedere verlader steeds verbetert wanneer een nieuwe speler het aanbod accepteert. Wanneer er meerdere van dit soort paden bestaan, dan moet de LDV uit deze paden een keuze maken. De kwaliteit van een SMP hangt onder andere af van de risicoaversiteit van verladers. Wanneer deze hoog is, dan speelt enkel het eerste (zekere) tariefbod een rol. Wanneer de risico-aversiteit juist laag is, dan zijn de verladers vooral geïnteresseerd in de maximaal te behalen tariefreductie (wanneer alle verladers het aanbod accepteren).

Case study

We illustreren de insinking procedure aan de hand van een case study in de Nederlandse retail sector, in het bijzonder de secundaire distributie van bevroren producten naar supermarkten. Een logistiek dienstverlener met een koel/vries distributie centrum wil de opslag van deze producten, als ook de belevering van de supermarkten via insinking naar zich toe trekken.

Stap 1: Definitie van de doelgroep

De doelgroep selectie is eenvoudig, omdat de LDV goede bestaande contacten heeft met 4 (middel-) grote retailers die onderling een sterke synergie vertonen. We coderen deze retailers als A, B, C en D.

Stap 2: Kostenreducties en synergie

In deze stap berekent de LDV door het oplossen van voertuig routeringsproblemen met tijdvensters de synergievoordelen van elke deelverzameling van de retailers. Hieruit leidt hij vervolgens via de Shapley waarden de aan te bieden tarieven af. De volgende gegevens worden hiervoor gebruikt:

- De synergieclaim p van de LDV is 0.2 (20%)
- Vrachtwagens zijn uniform en hebben een capaciteit van 57 rolcontainers
- Vaste kosten per vrachtwagen per dag bedragen € 120
- Variabele kosten per operationele minuut van een vrachtwagen zijn € 0,33
- Opslag van een rolcontainer kost € 2,79 per week
- De retailers zijn sterk risico-avers

Figuur 1 geeft voor alle mogelijke volgorden waarin de LDV de retailers kan benaderen, de corresponderende kostenreducties.

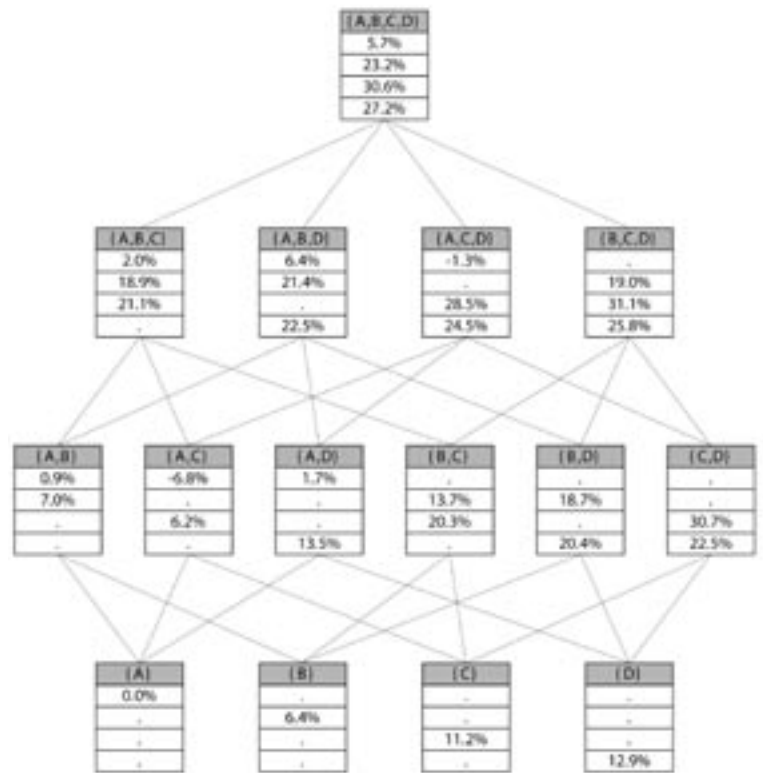
Stap 3: Onderhandeling en het schema van aanbiedingen

Bestudering van Figuur 1 leert dat er in deze case slechts drie Shapley Monotone Paden bestaan.

Dit zijn CBAD, BCAD en BACD. In Tabel 1 worden deze paden gesorteerd op basis van de zekere kostenreducties, overeenkomend met het eerste aanbod van de LDV direct bij toetreding. Hiervoor wordt gekozen vanwege de sterke risico-aversiteit van de retailers. Op basis van dit criterium is pad CBAD het best en de LDV zal de retailers dus in deze volgorde benaderen met een aanbod.

Conclusie

Insinking is een nieuw concept dat een logistiek dienstverlener kan toepassen om zonder financiële risico's verladers als nieuwe klant binnen te halen. Met behulp van klantspecifieke tarieven worden alle verladers op een eerlijke manier beloond voor hun individuele bijdrage aan de synergie. Insinking vormt hierdoor een aantrekkelijk alternatief voor het traditionele proces van outsourcing. De LDV kan immers volop gebruik maken van zijn vermogen om synergie tussen verladers te herkennen en in te schatten. Verder zorgt het volgen van een Shapley Monotoon Pad er bij insinking voor dat ook de al geëngageerde verladers baat hebben bij een uitbreiding van de klantengroep van de LDV. Om deze kostenvoordelen te realiseren, zijn alle betrokken partijen dus van elkaar afhankelijk. Dit zorgt voor een lock-in die de continuïteit van de samenwerking ten goede komt. Tenslotte komt de complexiteit van het verdelen van synergievoordelen onder insinking bij slechts één partij te liggen en wel bij die partij die de beste competenties heeft om dit probleem op te lossen: de LDV. Op basis van zijn kosteninschattingen is het toewijzen van de synergievoordelen met behulp van de Shapley waarde eenvoudig.



Figuur 1: Paden van tariefverlagingen

Volgorde	Zekere kostenreductie				Gesorteerde zekere reductie			
	A	B	C	D	Laagste	2e	3e	4e
CBAD	2.0	13.7	11.2	27.2	2.0	11.2	13.7	27.2
BCAD	2.0	6.4	20.3	27.2	2.0	6.4	20.3	27.2
BACD	0.9	6.4	21.1	27.2	0.9	6.4	21.1	27.2

Tabel 1: SMPs gesorteerd naar kansrijkheid

Dit artikel is gebaseerd op: Cruijssen F., P. Borm, H. Fleuren, H. Hamers (2005). *Insinking: a methodology to exploit synergy in transportation*. CentER Discussion Paper 2005-121, Universiteit van Tilburg.

FRANS CRUIJSSSEN is als promovendus verbonden aan de Universiteit van Tilburg (UvT).

E-mail: frans.cruijssen@uvt.nl

PETER BORM is hoogleraar wiskunde en speltheorie aan de UvT. E-mail: p.e.m.borm@uvt.nl

HEIN FLEUREN is hoogleraar Operationele Research in de Praktijk aan de UvT. E-mail: fleuren@uvt.nl

HERBERT HAMERS is universitair hoofddocent aan de UvT. E-mail: H.J.M.Hamers@uvt.nl



Te veel papers, te weinig zout

ONNO BOXMA

Kortgeleden, op 21 september, werd het Biografisch Woordenboek van Nederlandse Wiskundigen (www.bwnw.nl) ten doop gehouden op het CWI in Amsterdam. Het is een interessante bundeling van 44 biografieën van Nederlandse wiskundigen, die de komende jaren nog aanzienlijk zal worden uitgebreid. Enkele namen uit het vakgebied van *STAtOR* zijn J.W. Cohen, D. van Dantzig, M. van Haaften, J. Hudde, Chr. Huygens, R. Lobatto, L.A.J. Quetelet en J. de Witt.

Elektronisch bladerend door de teksten en weblinks werd ik getroffen door het feit dat verscheidene illustere wiskundigen uit de vorige eeuw een naar moderne maatstaven magere publicatielijst hebben. Mager in kwantitatieve zin dan: weinig artikelen, vaak korte artikelen, maar wel rijk aan inhoud en impact.

Niet alles was vroeger slechter

Zet daar eens een ander uiterste tegenover. Ik heb een buitenlandse collega, wiens naam ik niet zal noemen en wiens naam u hopelijk ook niets zou zeggen. Hij organiseert elk jaar een congres in een luxe hotel, en redigeert de bijbehorende *proceedings*. Ik kreeg die uit 2004 onder ogen en telde negen artikelen van hemzelf, meestal met enige van zijn promovendi. Zijn hoogleraarsbaan en sportwagen (de lezer constateert terecht enige afgunst) suggereren dat deze artikelendarree hem geen windeieren heeft gelegd. Maar wie is hier verder bij gebaat?

Bijna alle prikkels bevorderen in de moderne wetenschappelijke wereld veelschrijverij. Universitaire benoemings- en visitatieprocedures

kennen beide voor mijn gevoel te veel gewicht toe aan het aantal publicaties van een persoon cq. groep. Dat *peer review* procedures van onderzoeksvorstellen voor externe financiering er ook hogleraren toe kunnen brengen hijgerig te publiceren moge blijken uit het volgende.

Een buitenlandse collega in de prestatie-analyse rechtvaardigde onlangs het feit dat zijn naam bij alle publicaties van zijn groep voorkomt met de mededeling dat het hebben van een enorme publicatielijst sterk bijdraagt aan zijn – inderdaad hoge – slaagpercentage bij onderzoeksvorstellen.

Al die prikkels bevorderen echter niet de kwaliteit van publicaties. Het belang van publiceren is niet dat iemands ijdelheid wordt gestreeld. Het belang van publiceren is ook niet dat iemand de doctorsgraad kan worden verleend ('we hebben uiteindelijk vier artikelen met Kees als co-auteur geplaatst gekregen; het houdt allemaal niet over, maar nu kan hij de doctorsgraad wel krijgen').

Het echte belang van publiceren is dat wetenschappelijke kennis en inzicht worden bevorderd, en – op een ander vlak – dat via officiële archivering de publicatie altijd weer is terug te vinden.

Minder is beter

Hoe zouden we de publicatiestroom kunnen indammen? Eerst de visitatiecommissies. Schrap de beoordeling op productiviteit. Geef geen beloning voor vlijt, snel kunnen typen of handig elektronisch kunnen knippen en plakken. Tel hooguit het aantal publicaties in tijdschriften van een bepaalde kwaliteit, zoals de A- en B-tijdschriften in de econometrie of zoals de tijdschriften die een citatie-

index hebben boven een bepaalde drempelwaarde: *Annals of Statistics*, *Annals of Applied Probability*, *Mathematics of Operations Research* enz.

Dan de benoemingsprocedures. Vraag de kandidaten niet om hun publicatielijst, maar om hun K beste publicaties van de laatste vijf jaar (met bijvoorbeeld K=2 voor een UD en K=5 voor een hoogleraar). Vraag om een voordracht over een van die publicaties.

Terzijde. Laatst bij een Belgische benoemingsadviescommissie moesten de kandidaten naast een voordracht over hun recente onderzoek ook een dertig minuten durende les geven over een elementair onderwerp. Een groep studenten woonde de les bij, en gaf later terugkoppeling aan de commissie. Ik vond dat een goed idee; deze opzet geeft ook meer balans bij het zoeken naar een kandidaat die zowel qua onderwijs als onderzoek een verrijking van de afdeling is.

Vervolgens de bibliotheken en uitgevers. Bibliotheken moeten uiterst kritisch kijken naar matige tijdschriften en naar uitgevers die onbenullige *proceedings* opnemen in hun *standing order* boekenseries. Verdergaande ontwikkeling van *www* en geavanceerde zoekmachines helpen het probleem wellicht de wereld uit: laat de auteurs of de congresorganisatie publicaties maar op een website zetten.

Tot slot de leiders van onderzoeksgroepen. Wij hebben een zware verantwoordelijkheid in deze, en we kunnen er zelf het meeste aan doen. Laten we onze leerlingen uitdagen iets echt moois neer te zetten als promovendus of postdoc, in plaats van een kiezelsteentje op het bouwwerk van ons vakgebied neer te leggen. En laten we hen daartoe dan ook de tijd en de begeleiding geven; dan maar wat minder promovendi.

ONNO BOXMA is hoogleraar *Stochastische Besliskunde* bij de *Faculteit Wiskunde en Informatica* van de TU Eindhoven en wetenschappelijk directeur van EURANDOM. E-mail: <boxma@win.tue.nl>

AGENDA

12 december 2006

Het **Centrum voor Wiskunde en Informatica** (voorheen Mathematisch Centrum) viert het 60-jarig jubileum. Ter afsluiting vindt op dinsdag 12 december een feestelijke reünie plaats voor iedereen die in de afgelopen 60 jaar een bijdrage heeft geleverd aan het succes van het CWI. Prof.dr. Jan Karel Lenstra, algemeen directeur van het CWI, nodigt u van harte uit om daarbij aanwezig te zijn.

Tussen 14.00 en 16.00 uur kunt u luisteren naar boeiende voordrachten van gerenommeerde CWI-onderzoekers. Vanaf 16.00 uur tot ca 23.00 uur is er tijdens een borrel en buffet volop gelegenheid bij te praten en herinneringen op te halen met oude bekenden. Aanmelden kan via de cwi-website <www.cwi.nl>.

Voor informatie: Marlin van der Heijden, telefoon 020-5924011, <Marlin.van.der.Heijden@cwi.nl> of Wilmy van Ojik, telefoon 020-5924009, <Wilmy.van.Ojik@cwi.nl>.

8 t/m 11 mei 2007

Op de **International Biometrics Society** (IBS) multi-region conference in Leicester (UK) in april 2005 zijn de eerste stappen gezet tot een nauwere samenwerking tussen de Belgische, Franse, Britse en Nederlandse afdelingen van de IBS. Deze vier afdelingen hebben gezamenlijk een netwerk gevormd, het Channel Network.

De afdeling Nederland van de IBS organiseert de eerste twee-jaarlijkse conferentie van dit netwerk. Deze Channel Network Conference zal plaatsvinden in Rolduc, Kerkrade, van 8 t/m 11 mei 2007. Uiteenlopende bijdragen zijn van harte welkom, en vooral presentaties op het gebied van hoog dimensionale data, methoden in de epidemiologie en adaptieve designs in klinische trials. Abstracts kunnen ingediend worden tot 30 januari 2007. Meer informatie over deze conferentie is te vinden op de website <www.bms-aned.nl/Rolduc2007>.



Lambda mannetjes bij de ingang van het CWI. Foto: CWI

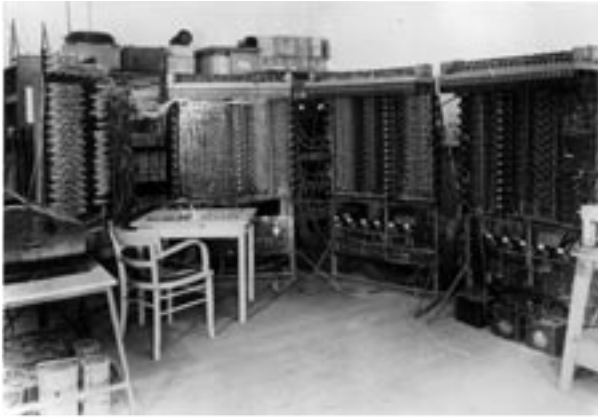
BENNIE MOLS

Het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) in Amsterdam viert dit jaar haar zestigjarig jubileum. Al zes decennia heeft het instituut als missie het doen van wiskunde- en informaticaonderzoek en het overdragen van de opgedane kennis naar de maatschappij.

Het vieren van een zestigjarig jubileum vraagt om het in herinnering roepen van enkele hoogtepunten van het instituut. CWI-directeur Jan Karel Lenstra noemt er enkele: 'Na de overstromingsramp in Zeeland in 1953 hebben onze statistici de dijkhoogten berekend die dit soort rampen in de toekomst zouden moeten voorkomen. Trouwens, nu nog steeds heeft Nederland een wereldnaam op het gebied van dit soort extreme-waardenstatistiek. In diezelfde jaren vijftig hebben onze numerici de vleugelvorm berekend van de Fokker F27 Friendship. Dit jaar werd het toestel nog gekozen tot Beste Nederlandse Ontwerp van de twintigste eeuw. Verder hebben onze informatici in de jaren zestig aan het front gestaan van nieu-

we programmeertalen. Adriaan van Wijngaarden en Edsger Dijkstra hebben belangrijke bijdragen geleverd aan ALGOL-60 en Van Wijngaarden stond ook aan de basis van ALGOL-68. Meer recent, in de jaren tachtig, was ons instituut het eerste internetknooppunt in Europa. Jarenlang is alle e-mailverkeer van de VS naar Europa via het CWI-gebouw gelopen, beheerd door Piet Beertema. Hij bedacht ook de punt-nl-extensie, en CWI.NL was de eerste domeinnaam in Europa.'

Lenstra vertelt nog een koude-oorloganekdote uit die beginjaren van het internet: 'In de jaren tachtig werkte men met VAX-machines. Op 1 april zette Beertema toen een keer een bericht op het net, zogenaamd afkomstig van een KremVAX-



ARRA Computer 1952. Foto: CWI

machine van het Kremlin. Daarin deden de communisten in krom Engels kond van het heuglijke feit dat ze nu ook op internet zaten. Dat heeft toen tot grote onrust geleid bij het Amerikaanse ministerie van Defensie.'

Naast het bijdragen aan toepassingen, is het CWI ook belangrijk voor de ontwikkeling van de wiskunde en informatica in Nederland. Lenstra: 'Het instituut heeft in de loop van de afgelopen zestig jaar zo'n honderdzestig hoogleraren voortgebracht. Op dit moment telt het CWI nog steeds ongeveer dertig deeltijdhoogleraren.'

Instrument van wederopbouw

Het instituut begon haar bestaan in 1946 trouwens onder de naam Mathematisch Centrum. Het werd opgericht om als instrument in de wederopbouw na de Tweede Wereldoorlog bij te dragen aan toepassingen van de wiskunde. 'In Nederland ontbrak het in die tijd aan kennisoverdracht en maatschappelijke toepassingen van de wiskunde', vertelt Lenstra. 'Om aan te sluiten bij ontwikkelingen die in de VS en in Groot-Brittannië al bezig waren, werd toen het Mathematisch Centrum opgericht. Onze missie werd het doen van onderzoek met overdracht naar de maatschappij, terwijl de missie van de universiteit in de eerste plaats het geven van onderwijs is; het opleiden van mensen.'



Adriaan van Wijngaarden, 1951. Foto: CWI

In de beginjaren was het instituut onderverdeeld in een afdeling zuivere wiskunde, een afdeling toegepaste wiskunde en een rekenafdeling. De rekenafdeling bouwde de eerste computers in Nederland (naast de computers die bij Philips Natlab en de PTT werden gemaakt) en ontwikkelde programmeertalen. Een van de eerste medewerkers van het Mathematisch Centrum, Adriaan van Wijngaarden, werd meteen naar de VS gestuurd om te kijken hoe de na de oorlog gebouwde computers voor rekentaken werden gebruikt. Ook onderzocht de rekenafdeling hoe je nauwkeurig kunt rekenen op een computer, en hoe je in dat kader om moet gaan met afrondingsfouten.

'De informatica ontstond bij ons op een natuurlijke manier uit de numerieke wiskunde', vertelt Lenstra. 'Van de afdeling toegepaste wiskunde werd later de statistiek als aparte afdeling afgesplitst. En begin jaren zeventig volgde de opsplitsing van de rekenafdeling in afdelingen numerieke wiskunde en informatica.'

Het was een van de oprichters van het Mathematisch Centrum, David van Dantzig (1900-1959), die een belangrijke rol speelde bij het naar Nederland halen van de onderzoeksgebieden statistiek en operations research (OR). Lenstra: 'Voor Van Dantzig was het Mathematisch Centrum de bringer van toepassingen, en daarin moesten de statistiek en de OR een belangrijke rol spelen. In de jaren dertig begon het lineair programmeren op te komen, wat nog steeds de benzine is



David van Dantzig, een van de oprichters van het Mathematisch Centrum. Foto: CWI



Jan Karel Lenstra, CWI-directeur in 2006. Foto: CWI

waarop de OR draait. Dat werd een belangrijke internationale stroming. In de Sovjet Unie ontstond deze techniek uit de planning van hun centraal geleide economie, onder leiding van Leonid Kantorovich. In de VS ontstond het lineair programmeren bij het rekenen met economische input-output-modellen, onder leiding van de wiskundig ingenieur George Dantzig; niet te verwarren met Van Dantzig. In Nederland zag van Dantzig echter meer in een andere aanpak, die van de Markovprogrammering. In die aanpak vat je de wereld op als dynamische processen met een stochastisch karakter, die je vervolgens probeert te optimaliseren. Tegenwoordig weten we dat in die beide benaderingen veel meer eenheid zit dan men toen had kunnen denken. Elementaire Markovprogrammering kun je met lineair programmeren beschrijven.'

Maatschappelijke thema's

Begin jaren tachtig ontwikkelde de Nederlandse regering een stimuleringsplan informatica, en dat leidde in 1983 ook tot een naamswijziging van het instituut. Het Mathematisch Centrum werd

toen officieel het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI).

Een decennium later vond een ommezwaai plaats in de verdeling van het onderzoek. Alle vier toen bestaande onderzoeksafdelingen – die gebaseerd waren op wetenschappelijke disciplines – werden ondergebracht bij interdisciplinaire thema's die in ieder geval in het ontwerp maatschappelijk gericht zijn. Tegenwoordig kent het CWI nog steeds vier onderzoekscusters: *Modelling, Analysis and Simulation (MAS)*, *Probability, Networks and Algorithms (PNA)*, *Software Engineering (SEN)* en *Information Systems (INS)*. Van een strakke scheiding tussen wiskunde en informatica houdt Lenstra niet: 'Wij zijn juist sterk op het grensvlak van de wiskunde en de informatica.'

'De kern van ons werk', aldus de CWI-directeur, 'ligt in de algoritmische wiskunde en de harde informatica. Door de informaticaontwikkeling is de wiskunde vanaf de jaren zeventig veralgoritmiseerd: wiskundigen zijn gaan rekenen. En die ontwikkeling heeft uiteraard ook zijn weerslag gehad op ons onderzoek.' Elk van de huidige clusters kent drie tot vijf thema's, met als belangrijke onderzoeksgebieden bijvoorbeeld planning en logistiek, biologische en fysische systemen, multimedia, complexe software systemen, veiligheid en machinelere.

Bij het CWI werken nu ruim 210 mensen, waarvan zo'n 160 onderzoekers (inclusief 37 postdocs en 60 promovendi) en zo'n 50 medewerkers in het ondersteunend personeel. Het uitgangspunt is dat zeventig procent van het jaarbudget een basissubsidie is van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), en dat de overige dertig procent moet komen uit nationale en internationale onderzoeksprogramma's en uit opdrachten van bedrijfsleven en overheid. 'Maar', vult Lenstra aan, 'de realiteit ligt nu dichterbij zestig procent basissubsidie en veertig procent zelf verdienen.' Voor 2006 bedraagt het totale budget 15,8 miljoen euro.



Mathematisch Centrum, 2e Boerhaavestraat, Amsterdam.
Foto: CWI



CWI, Kruislaan 413, Amsterdam. Foto: CWI

Van telecom tot treinroosters

Het OR-onderzoek is bij het CWI verdeeld over een groep die zich met de deterministische OR bezighoudt, en een groep gericht op de stochastische OR.

‘De CWI-focus van de stochastische OR ligt op de telecommunicatienetwerken en de online-diensten’, vertelt themeleider Rob van der Mei. ‘Neem bijvoorbeeld een aanbieder van mobiele telefonie. Hij wil aan de ene kant dat zoveel mogelijk mensen tegelijk kunnen bellen, maar aan de andere kant wil hij niet te veel investeren om dat mogelijk te maken. Als er te veel mensen tegelijk bellen, blokkeert het systeem. Dat mag niet te vaak gebeuren, want dan stappen mensen over naar een andere aanbieder. Zowel het aantal mensen dat tegelijk belt als de belduur zijn alleen maar met een bepaalde kans bekend. Onze stochastische modellen kunnen bijvoorbeeld voor een gegeven maximaal toelaatbare blokkeringskans berekenen hoeveel basistations de aanbieder verspreid over het land moet neerzetten.’

De groep van Van der Mei gebruikt de stochastische OR ook voor het modelleren van *online* diensten zoals hotelreserveringen, autoreserveringen en thuisbankieren. ‘Hier wil de gebruiker dat hij niet te lang hoeft te wachten wanneer hij een hotel zoekt of een bankoverschrijving wil maken. Hoe lang hij moet wachten, hangt af van hoeveel mensen tegelijk deze service willen gebruiken.’ De

serviceprovider staat dan voor het probleem hoeveel kopieën van een server hij moet plaatsen om de klanten tevreden te houden, maar zonder overbodig veel te investeren in servers die het grootste deel van de tijd niets te doen hebben.

‘De sleutel van onze aanpak ligt in het voorspellen van toekomstige ontwikkelingen’, zegt van der Mei. ‘Stel dat een systeem prima werkt bij honderdduizend klanten. Het wordt een succes en ineens zijn er vijf maal zoveel klanten, terwijl het systeem dat helemaal niet aankan. Wij werken met *what...if...-scenario's* om dat te voorkomen. Waar kan de dienstenaanbieder in de toekomst problemen verwachten, en hoe kan hij daar tijdig op anticiperen?’ Het CWI werkt op het terrein van de stochastische OR onder andere samen met bedrijven als Philips, IBM Nederland, Lucent Technologies, France Telecom, en met de ICT-tak van TNO.

Aan de andere kant van het OR-spectrum houdt de groep van onder andere Spinozaprijswinnaar Lex Schrijver zich bezig met de deterministische OR: voor planningsproblemen bij productie en transport, voor het opstellen van optimale (trein)roosters, maar ook voor combinatorische problemen in de biologie en de netwerkeconomie.

Zo liggen CWI-methoden op het gebied van de deterministische OR ten grondslag aan de nieuwe NS-dienstregeling voor 2007 en aan het oplossen van een NS-materieelomloopprobleem. In het laatste geval ging het om treinen van het type

Koploper, waarvan sommige drie rijtuigen hebben, en andere vier. Een trein kan bij sommige stations onderweg, en ook aan de eindpunten, worden verlengd of ingekort als het verwachte aantal reizigers dit nodig maakt. Het is moeilijk om de materieelomloop van deze Koplopers zo uit te kiezen dat er op gewenste tijden voldoende zitplaatsen zijn. De vraag van de NS was wat de optimale materieelomloop is, dat wil zeggen de omloop die zo min mogelijk materieel vergt terwijl toch zoveel mogelijk reizigers kunnen zitten. Met deterministische OR hebben CWI-onderzoekers onder leiding van Lex Schrijver dit probleem opgelost.

Toekomststrategie

Op dit moment is het CWI bezig met het opstellen van een nieuwe strategienota voor het onderzoek van de komende jaren. Lenstra: 'Bij het nadenken over onze toekomststrategie, hebben we ons laten leiden door de vragen waar we als instituut goed in zijn en wat belangrijke maatschappelijke thema's voor de komende jaren zullen zijn. Zo zijn we uitgekomen bij vier hoofdthema's: geo- en biowetenschappen, de data-explosie, maatschappelijke logistiek en digitale diensten.'

Meerenmeerstaandebiwetenschappengesteld voor complexe problemen waarvan de modellering of simulatie geavanceerde methoden uit de wetenschap en informatica vereisen. Systeembioologen willen levende organismen geheel in fysische en chemische termen modelleren, waarbij ze proberen te simuleren hoe grote hoeveelheden moleculen in tijd en ruimte samenwerken om biologische processen te laten verlopen; een gigantische rekenklus. Aardwetenschappers staan voor complexe vragen over verandering van golfstromen of het verbeteren van klimaatmodellen.

De data-explosie, het tweede nieuwe thema, is ontstaan doordat onderzoekers zoveel makke-

lijker en meer gegevens verzamelen dan vóór de ICT-revolutie. Uit die data moeten ze vervolgens de zinvolle informatie halen. Het CWI wil de komende jaren een belangrijke bijdrage leveren aan het ontwikkelen van nieuwe technieken om snel de juiste informatie uit gigantische databestanden te halen.

Daarnaast staat de tegenwoordige maatschappij meer en meer voor logistieke problemen: bijvoorbeeld in de transportsector (zie het fileprobleem), in de industrie en in de gezondheidszorg. Steeds is dan de vraag een sociaal en betaalbaar optimum te berekenen. Het derde nieuwe onderzoeksthema gaat zich daar op richten.

Waar software tot voor kort een opzichzelf staande component op een computer was, ontwikkelt moderne software zich meer en meer naar een complexe dienst die samenwerkt met andere softwarecomponenten. Wie een boek op internet koopt, zet een keten van activiteiten in gang, van het vinden, ophalen en verzenden van het boek tot de elektronische banktransactie. Die software stelt speciale eisen aan betrouwbaarheid, veiligheid en privacybescherming. Ook aan deze vierde belangrijke maatschappelijke ontwikkeling wil het CWI bijdragen.

'Er is een grove overeenkomst tussen deze vier thema's en onze bestaande vier onderzoeksclusters', zegt Lenstra, 'maar het is mijn ambitie om de nieuw geformuleerde thema's duidelijker naar voren te brengen. Dat betekent natuurlijk niet dat onze onderzoekers nu alleen maar over maatschappelijke toepassingen moeten nadenken. Een instituut als het onze kun je niet op producten sturen. We zijn geen koekjesfabriek. We kunnen sturen op thema's en op personen, als ze exceptioneel goed zijn. Maar er is nog nooit iets uitgevonden omdat iemand er geld voor uitloofde.'

Zie ook de website <www.cwi.nl>

BENNIE MOLLS is freelance wetenschapsjournalist.

E-mail: <bmolls@wanadoo.nl>



Een hele nacht OR en statistiek

Het was genieten. De organisatie en de deelnemende studenten waren het eens: de Nacht van Eindhoven moet een vervolg krijgen. Volgend jaar volgt de tweede editie..

In de nacht van 18 op 19 mei vond de eerste editie van de Nacht van Eindhoven plaats, een wedstrijd toegepaste OR en statistiek. De deelnemers waren ouderejaars studenten in de richtingen wiskunde, informatica en econometrie; de organisatie was in handen van CQM. Het doel van CQM was om via dit evenement studenten enthousiast te maken voor het werk van OR of statistiek consultant. Verder is het natuurlijk interessant om goede studenten te leren kennen en hen kennis te laten maken met het werk, de sfeer en de mensen van CQM. De deelnemende teams afkomstig uit Eindhoven, Groningen, Tilburg en Utrecht konden gedurende de nacht werken aan vier opdrachten afkomstig uit de consultancy praktijk van CQM. Voor de twee beste teams was er een geldprijs. De eerste prijs werd gewonnen door het team uit Groningen van studievereniging Vesting en de tweede prijs door een van de teams uit Tilburg van TEV.

De eerste opdracht was het vinden van een optimaal ontwerp voor de buitenkant van een mobiele telefoon. De *yield* (percentage foutloos geproduceerde producten) van het productieproces van deze buitenkant is mogelijk afhankelijk van een twaalfal parameters. Door intelligente profopzetten en het efficiënt gebruikmaken van de toegestane testruns kun je dan komen tot een optimaal ontwerp met betrekking tot de *yield*.

De tweede opdracht was het vinden van een optimale route voor het rondbrengen van ijspakket-

ten, bestaande uit normale pakketten en speciale pakketten. Iedere klant had een vraag naar ijspakketten en een afstandenmatrix was gegeven. Verder was er een beperking op de capaciteit van de vrachtwagen en moest er dus regelmatig langs een depot gereden worden. Het doel was het vinden van een toegestane route met minimaal aantal kilometers.

In de derde opdracht moest een optimale distributiestructuur bepaald worden voor huishoudelijke producten in de Verenigde Staten. Gegeven was een aantal potentiële magazijnlocaties en kostenstructuren en parameters voor transport en opslag. Het doel was te bepalen welke magazijnen gebruikt zouden gaan worden, welke staten vanuit welk magazijn beleverd zouden worden en wat de totale kosteninschatting was.

De vierde opdracht was een combinatorische woordpuzzeluitdaging. Gegeven was een scrabblebord en een woordenlijst. Verder was voor iedere letter en voor ieder vakje een waarde gegeven. Het doel was het bord volgens de scrableregels te vullen zodanig dat de som van de letterwaarde maal de waarde van het vakje gemaximaliseerd werd.

Uiteindelijk slaagden drie van de zes teams erin voor alle vier de opgaven een toegestane oplossing te vinden. De andere drie teams bleven steken bij drie goede oplossingen. De oplossingen waren van hoge kwaliteit en sommige aanpakken waren ronduit verrassend. Zo pakte het informaticateam uit Utrecht de designoptimalisatie-opgave aan met een genetisch algoritme en slaagde het team uit Groningen erin de distributieopgave op te lossen met een ILP-formulering. De aanpakken bij de woordpuzzel varieerden van handmatig puzzelen via beslissingsondersteuning in Excel tot een volautomatische algoritme.

Joep Aerts (CQM)

Het verdwijnpunt van de Nederlandse getallen (en de magische cirkel van de Franse)

HANS MOORS

Het idee van deze bijdrage is heel eenvoudig: kies een natuurlijk getal, schrijf het voluit (eerst in de Nederlandse taal) en tel de letters. Dit geeft een nieuw getal waarvoor de gang van zaken herhaald wordt. De vraag is: waar eindigt dit proces?

We bekijken dus het volgende algoritme:

0. neem een (natuurlijk) getal naar keuze,
1. schrijf het voluit in (Nederlandse) letters en woorden,
2. tel het aantal letters: dit geeft een nieuw getal,
3. ga terug naar 1.

Een voorbeeld ter toelichting:

127 – honderd zevenentwintig – 21 –
eenentwintig – 12, enzovoorts.

De vraag is nu: hoe eindigt dit proces? Het antwoord luidt dat na een beperkt aantal stappen de reeks *altijd* als volgt eindigt:

4 – vier – 4 – vier – 4 –

ad infinitum. Daarom noemen we 4 het *verdwijnpunt* van de natuurlijke getallen in de Nederlandse taal. Voortzetting van de reeks hierboven die begon met 127 geeft

12 – twaalf – 6 – zes – 3 – drie – 4 – vier

en de laatste twee stappen 4 – vier worden eindeloos herhaald. Een tweede voorbeeld is:

1317 – duizend driehonderd zeventien – 27 –
zevenentwintig – 14 – veertien – 8 – acht – 4

en we zitten opnieuw in het verdwijnpunt.

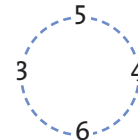
Van de andere talen is het Frans interessant. Ons eerste voorbeeld wordt:

127 – cent vingt-sept – 13 – treize – 6 – six –

3 – trois – 5 – cinq – 4 – quatre – 6 – six - ...

maar 6 – six hebben we al gehad, zodat de acht

laatste stappen steeds weer herhaald worden. Dit is *le cercle magique des nombres Français*:



Voor het tweede voorbeeld vinden we:

1317 – mille trois cents dix-sept – 22 – vingt-deux
– 9 – neuf – 4

en we zijn de magische cirkel weer binnengegaan (om daar nooit meer uit te komen).

Nu bent u natuurlijk benieuwd hoe het zit met andere talen. Van de mij bekende talen hebben Duits en Engels – net als het Nederlands – beide 4 als verdwijnpunt. Het Spaans is een geval apart: dit heeft zowel een verdwijnpunt (5) als een klein magisch cirkeltje (4 \leftrightarrow 6).

Het afleiden van deze resultaten is niet al te moeilijk. Noem f de (taalafhankelijke) funktie die de stappen 1 – 3 van het algoritme beschrijft, zodat bijvoorbeeld $f(3) = 5$ voor zowel het Frans als het Engels; definiëer voor de natuurlijke getallen n :

$$m = \max_n \{f(n): f(n) \geq n\}, \quad V = \{1, 2, \dots, m\}.$$

Voor $n > m$ geldt nu $f(n) < n$, zodat herhaald toepassen van f op den duur leidt tot een getal uit V . Daarom worden verdwijnpunten en magische cirkels geheel bepaald door de elementen van V . En gelukkig is m erg klein: 4 voor het Nederlands, 6 voor het Frans en 8 voor het Spaans.

Analyseer nu zelf een (exotische) taal die u beheerst.