

# STAtOR

---

periodiek van de VVS jaargang 6 nummer 3 november 2005

De houding tegenover etnische minderheden in  
Vlaanderen

Beschikbaar of betrouwbaar;  
Statistiek en OR in onderhoud en service

Spreiding zonder fouten; hoe de standaarddevia-  
tie tot stand kwam als maat voor verscheidenheid

Het fitten van Kriging modellen  
voor ontwerpoptimalisatie

---

## STATOR

Jaargang 6, nummer 3, november 2005

*STATOR* is een uitgave van de Vereniging voor Statistiek en Operationele Research (VVS). *STATOR* wil leden, bedrijven en overige geïnteresseerden op de hoogte houden van ontwikkelingen en nieuws over toepassingen van statistiek en operationele research. Verschijnt 4 keer per jaar.

### Redactie

Dick den Hertog (hoofdredacteur), Wies Akkermans, Martijn Berger, Han Oud, Gerrit Stemerink (eindredacteur), Fred Steutel, Marnix Zoutenbier.

### Kopij en reacties richten aan

Prof. dr. ir. D. den Hertog (hoofdredacteur), Faculteit der Economische Wetenschappen van de Universiteit van Tilburg, Postbus 90153, 5000 LE Tilburg, telefoon 013 - 466 2122, <D.denHertog@uvt.nl>.

### Bestuur van de VVS

Voorzitter: A.W. van der Vaart <aad@cs.vu.nl>  
Penningmeester: S. J. Koopman <s.j.koopman@econ.vu.nl>  
Namens de Bedrijfssectie (BDS): P. Banens <banens@cqm.nl>  
Namens de biometrische sectie (BMS):  
A. Stein <alfred.stein@wur.nl>  
Namens de economische Sectie (ECS):  
P.H.F.M. van Casteren <casteren@fee.uva.nl>;  
Namens het Ned. Genootschap voor Besliskunde (NGB):  
H. Fleuren <fleuren@uvt.nl>  
Namens de Sectie Mathematische Statistiek (SMS):  
P. Spreij <spreij@science.uva.nl>;  
Namens de Sociaal Wetenschappelijke Sectie (SWS):  
C. Glas <c.a.w.glas@edte.utwente.nl>.

### Leden- en abonnementenadministratie van de VVS

VVS, Postbus 2095, 2990 DB Barendrecht, telefoon 0180 - 623796, fax 0180 - 623670, e-mail <admin@vvs-or.nl>. Raadpleeg onze website over hoe u lid kunt worden van de VVS of een abonnement kunt nemen op *STATOR* of op een van de andere periodieken.

### VVS-website

<http://www.vvs-or.nl>

### Advertenties

Uiterlijk vier weken voor verschijnen te zenden aan Pharos, Moeflonstraat 5, 6531 JS Nijmegen, telefoon 024 - 3559214, e-mail <hootegem@xs4all.nl>. *STATOR* verschijnt in maart, juni, september en december.

### Ontwerp en opmaak

Pharos / M. van Hootegem, Nijmegen

### Uitgever

© Vereniging voor Statistiek en Operationele Research  
ISSN 1567-3383

# Inhoud

- 3** Over gemiddelden en betrouwbaarheid
- 4** De houding tegenover etnische minderheden in Vlaanderen: evolutie tussen 1989 en 2003 en een vergelijking met Nederland  
**Jaak Billiet**
- 10** Beschikbaar of betrouwbaar; Statistiek en OR in onderhoud en service  
**Joep Aerts, Kuno Huisman, Judith Lamers**
- 14** Spreiding zonder fouten; hoe de standaarddeviatie tot stand kwam als maat voor verscheidenheid  
**Kees Verduin en Willem Heiser**
- 21** Zoeken - *column*  
**Onno Boxma**
- 23** VVS-mededelingen
- 24** Het fitten van Kriging modellen voor ontwerptimalisatie  
**Alex Siem**
- 28** Tegen je verlies kunnen. Loss aversion: onzekerheid heeft zijn prijs
- 30** Vrijdag de dertiende en andere rariteiten - *column*  
**Fred Steutel**



## Over gemiddelden en betrouwbaarheid

Er zijn veel verschillende toepassingen van de statistiek. En er zijn ten minste even zoveel misverstanden rond de interpretatie van statistische begrippen. Hoe komt dit? Studenten die in hun opleiding elementaire statistiek krijgen, worden al direct vertrouwd gemaakt met begrippen als gemiddelde, spreiding en de normale verdeling. Hoewel tamelijk eenvoudig, blijven deze begrippen vooral voor niet wiskundig onderlegde studenten conceptueel moeilijk te vatten. Dat is altijd al zo geweest.

Neem het begrip gemiddelde. De Belgische wiskundige Adolphe Quetelet (1796-1874) introduceerde het begrip *l'homme moyen*, ofwel de gemiddelde mens. Dit was niet zomaar een mens van vlees en bloed, maar volgens hem een fictief wezen dat niet concreet bestond. Quetelet had dit begrip nodig bij zijn studie naar de antropometrische gegevens van de mens. In die tijd had men behoorlijk wat moeite om zich voor te stellen wat gemiddelde lengte precies betekende. Daarom verklaarde hij begrippen als de gemiddelde lengte en het gemiddelde gewicht als een eigenschap van een gemiddelde mens. Dat ook nu nog het begrip 'gemiddeld' niet altijd even correct gebruikt wordt in het dagelijks leven, blijkt wel uit de column van Fred Steutel.

Quetelet heeft zich ook bezig gehouden met de begrippen normale verdeling en spreiding van meetfouten. In de bijdrage van Kees Verduin en Willem Heiser wordt hier uitgebreid op ingegaan.

Dat deze statistische begrippen een lange ontstaansgeschiedenis met vallen en opstaan hebben, wordt in deze bijdrage verhaald.

Meetfouten in het algemeen zijn een steeds weer terugkerend probleem in de toepassing van statistiek. In de bijdrage van Jaak Billet wordt aangegeven hoe meetfouten de betrouwbaarheid van resultaten van opinieonderzoek naar asielzoekers behoorlijk kunnen verstoren.

Daarnaast heeft het begrip betrouwbaarheid in het bedrijfsleven een iets andere invulling. Hoe in diverse situaties betrouwbaarheidsberekeningen het optimaliseren van onderhoudsschema's kunnen dienen wordt in het stuk van Joep Aerts, Kuno Huisman en Judith Lamers verteld. Wanneer het begrip optimaliseren zijn intrede in de statistiek en operations research heeft gedaan is de redactie niet bekend. Maar dat dit een belangrijke term is, wordt uit de bijdrage van Alex Siem duidelijk. Als toegift van deze interessante bijdrage leert de lezer ook wat Kriging modellen precies zijn.

De redactie van STATOR is wederom erg blij met deze interessante bijdragen uit zowel de statistiek als de operations research. We wensen de lezer veel leesplezier!

De redactie



## De HOUDING tegenover etnische minderheden in Vlaanderen: evolutie tussen 1989 en 2003 en een vergelijking met Nederland

Vergelijkend onderzoek, hetzij doorheen de tijd of tussen bevolkingen in eenzelfde periode, toont aan hoe gevoelig de resultaten zijn voor meetfouten. De bevindingen van de onderzoeken door het Instituut voor Politiek en Sociaal Onderzoek (ISPO) te Leuven naar de houding tegenover migranten demonstreren dat bij elke bevinding alternatieve verklaringen mogelijk zijn ten gevolge van verschillen in de behaalde respons op de steekproeven, omwille van de verwoording van de vragen, of omdat antwoordtendenties als gevolg van collectieve normen kunnen wijzigen doorheen de tijd of over landen. Antwoorden op eenvoudige vragen als: 'Hoe wijzigt de houding in de Vlaamse bevolking zich doorheen de tijd?' en 'Verschillen Nederlanders wel van Vlamingen?' zijn alleen mogelijk in een voortdurende evaluatie van wat statistisch verantwoord is en wat de data feitelijk te bieden hebben.

In 1989 onderzochten we voor het eerst – na opvallende lokale successen van het Vlaams Blok in Antwerpen – in een toevallige steekproef van 1.800 Belgen, de houding van de Belgen tegenover migranten. De kern van het meetinstrument dat in 1989 ontwikkeld werd is nadien toegepast in de grootschalige verkiezingsonderzoeken van 1991, 1995, 1999 en 2003 van het Instituut voor Politiek en Sociaal Onderzoek (ISPO)<sup>1</sup>. Een verkorte set van de items werd eveneens gebruikt in de sinds 1995 jaarlijks gehouden sociaal-culturele surveys van de *Administratie Planning* en *Statistiek (APS)*, met name in de jaren 1998, 2001, 2002 en 2004. We beschikken bijgevolg over een periode van veertien jaar voor de bevolking van Vlaanderen over gegevens die bruikbaar zijn voor het onderzoek naar verandering. In de verkiezingsonderzoeken van 1995 en 1999 gaat het bovendien gedeeltelijk om paneldata bij 1.124 Vlaamse kiezers uit 1991.

De studie van veranderingen in houdingen doorheen de tijd staat centraal in het onderzoek naar xenofobie in Vlaanderen. Statistici weten dat het onderzoek naar verandering met behulp van crosssecties geen eenvoudige opgave is. Om na te gaan of er werkelijk iets in de opinies wijzigt moet men doorheen de tijd controleren voor relevante veranderende achtergrondkenmerken (bijvoorbeeld genoten onderwijs). Ofwel moet men de steekproeven standaardiseren door te wegen. Daarbij neemt men aan dat de non-respons bias door het wegen geneutraliseerd wordt. Een vergelijking doorheen de tijd is niet zo problematisch indien de bias stabiel blijft, maar een interactie tussen antwoord op een opinievrage, non-respons en periode is niet volledig uit te sluiten.

Naast deze statistische problemen zijn er ook meetproblemen die typisch zijn voor onderzoek naar subjectieve toestanden. De vraagverwoording moet volledig vergelijkbaar zijn doorheen de tijd. Dit kan getest worden met behulp van de

statistische techniek van structurele vergelijkingen (SEM) die de laatste jaren bijzonder populair is geworden in de sociale wetenschappen. De panelgegevens van het ISPO lenen zich heel goed voor de SEM-benadering. Meestal zijn wij immers niet geïnteresseerd in de geobserveerde indicatoren maar in de achterliggende latente variabelen die er mee gemeten worden en waar SEM zich op richt.

Een ander punt is de vergelijking met andere landen, in de eerste plaats met Nederland. Al vlug na het eerste onderzoek in 1989 werd contact gezocht met Nederland en werden items uit het Nederlands SOCON onderzoek opgenomen. Dit resulteerde in een aantal studies over de verschillen tussen Vlaanderen en Nederland in het begin van de jaren negentig. Recent bestaat dankzij het *European Social Survey* de mogelijkheid om met een aantal opinie-items na te gaan in hoever Vlamingen en Nederlanders anno 2003 nog verschillen na de ophefmakende gebeurtenissen in Nederland rond Pim Fortuyn.

Onze aandacht was tenslotte ook gericht op het opstellen en testen van verklaringsmodellen om na te gaan welke sociale achtergrondkenmerken en houdingen met de etnische vooroordelen samenhangen. Met achtergrondkenmerken en subjectieve variabelen (houdingen zoals individualisme, autoritair denken, politiek wantrouwen) samen wordt bijna 50% van de variantie in de houding tegenover immigranten verklaard. Vanzelfsprekend onderzochten we ook de houding tegenover etnische minderheden als predictor voor het stemmen voor Vlaams Blok.

### Wijzigt de houding tegenover migranten?

In 1989 vonden we dat de Belgen zich bijzonder sterk bedreigd voelden door vreemdelingen in alles wat met economische zekerheid te maken

had. De Walen bleken zich op dit vlak zelfs nog sterker bedreigd te voelen dan de Vlamingen. Dat verwondert niet, gegeven de meer ongunstige economische situatie in Wallonië. Het aantal Belgen dat van oordeel was dat de migranten een bedreiging vormden voor de eigen tewerkstelling en sociale verworvenheden was beduidend groter dan het aantal dat daar anders over dacht.

De schaal die met behulp van dit type indicatoren werd geconstrueerd bleek in 1991 de beste voorspeller te zijn van een stem voor het Vlaams Blok en dit bleef ook nog zo bij alle volgende verkiezingen in Vlaanderen waarbij deze partij telkens als overwinnaar te voorschijn kwam. In de multivariate logitmodellen bij de verschillende verkiezingsonderzoeken stijgt de stemverhouding *Vlaams Blok/niet Vlaams Blok* met gemiddeld 50% per toename van een eenheid standaardafwijking op de schaal. De achtereenvolgende studies laten ook zien dat het aantal Vlaams Blok kiezers dat spontaan het migrantenthema als reden voor hun keuze aanhaalt opvallend groot is, méér dan 50% van die kiezers in 1991 en rond 40% bij de latere verkiezingen. Het aantal kiezers dat naar de Vlaamse autonomie verwijst is met nog geen 5% opvallend laag. Dit laat ons besluiten dat het Vlaams Blok weliswaar een Vlaams Nationale partij is in haar leiding en kaders, maar dat de kiezers hoofdzakelijk omwille van het migrantenthema die partij steunen. Mogelijk is bij deze kiezers het nationalisme wat sterker geworden is, maar onze gegevens laten hierover geen stevige conclusie toe.

Is er verandering in het zich bedreigd voelen door migranten? De tweede helft van de jaren negentig werd gekenmerkt door een economische heropleving en door minder werkloosheid. Bovendien kenden we een jarenlange strijd tegen het racisme door diverse sociale groeperingen. Daarom dachten wij dat de negatieve gevoelens toen minder sterk zouden doorwegen in de bevolking. Wat de periode tot 1999 aangaat werd getest of het gemiddelde van de latente variabele

'bedreigd voelen door migranten' constant bleef. Globaal genomen bleken allochtonen in 1999 iets meer aanvaard te worden dan in 1991. Deze daling speelde zich vooral af in de generaties geboren vóór 1940 die zich gemiddeld meer bedreigd voelen dan jongeren. De kiezers geboren tussen 1940 en 1960 (de zogenoemde protestgeneratie) blijken zich het minst bedreigd te voelen door de aanwezigheid van migranten. In de bevolking die maximaal lager onderwijs had genoten bleek echter niets veranderd. De afname van het zich bedreigd voelen door migranten bleek vooral plaats gehad te hebben tussen 1995 en 1999. Dit werd bevestigd door de analyse van de panelgegevens waarin veranderingen op individueel niveau kunnen achterhaald worden.

We beschikken echter niet alleen over panelgegevens voor drie verkiezingsonderzoeken maar ook over cross-secties van APS waarin dezelfde zes indicatoren gebruikt werden. Deze hebben betrekking op het binnenhalen van gastarbeiders, op de mate van vertrouwen in migranten, op het terugsturen van gastarbeiders naar hun land van herkomst, op het gebruik dat migranten maken van de sociale zekerheid, en hun bedreiging voor 'onze' tewerkstelling en voor 'onze' cultuur en gebruiken. Alle steekproeven zijn gewogen naar sekse en leeftijdsklasse en genoten opleiding (informatie over drie variabelen tegelijk in de bevolking). In de periode van 1995 tot 2001 zijn de percentages die een negatieve houding uitdrukken het laagst. Nadien blijken ze weer toe te nemen.

### Over Vlaanderen en Nederland

Wat Nederland aangaat kunnen we met enkele indicatoren teruggaan tot de aanvang van de jaren negentig. Begin de jaren negentig werden door Billiet, Eisinga en Scheepers in het vervolgonderzoek *Sociaal-culturele ontwikkelingen in Nederland* (SOCON, 1986) enkele negatieve vooroordelen over minderheden voorgelegd aan een steekproef van

Vlamingen afkomstig uit het onderzoek van 1989. In de winter van 1990-1991 werden in Nederland 350 interviews afgenomen terwijl in Vlaanderen 444 respondenten in het voorjaar van 1991 de schriftelijke vragenlijst invulden. De steekproeven zijn gewogen met de bevolkingsgegevens naar sekse, leeftijd en burgerlijke staat. De verschillen tussen Nederlanders en Vlamingen waren aanzienlijk. Een uitspraak over de vermeende agressiviteit van Marokkanen werd door ruim 40% van de Vlaamse ondervraagden beaamd. In Nederland was dit amper 12%. De uitspraak over de gemakzucht van Turken werd door twee keer zoveel Vlamingen (26%) aanvaard dan dit bij Nederlanders het geval was. Het is geweten dat persoonlijke interviews vlugger sociaalwenselijke antwoorden uitlokken dan antwoorden op schriftelijke vragen, maar dit kan de grote verschillen niet verklaren. Voordien was ook al in internationaal onderzoek gevonden dat xenofobie in Vlaanderen tweemaal zo sterk zou voorkomen. Dit werd ook al gesignaleerd in een studie van Dekker en Van Praag uit 1990 (Sociaal Cultureel Planbureau).

Vanwaar het verschil tussen Nederlanders en Vlamingen? De volgende factoren werden geïdentificeerd: de verschillende aard van het (sub)nationalisme, verschillen in het gevoerde vreemdelingenbeleid; een andere politieke vertaling van de weerstand tegen vreemdelingen. Toch vroegen we ons in 1995 al af of de verschillen daardoor zo groot konden zijn. Uit een vergelijking van positief en negatief verwoorde uitspraken kregen we de indruk dat Vlamingen méér dan Nederlanders geneigd bleken om negatief verwoorde uitspraken te beamen, terwijl positief verwoorde uitspraken dan weer vlugger door Nederlanders werden ontkend. In onderzoeken van 1994 en 1995 beaamde ruim 28% van de Vlamingen de uitspraak 'wij zouden vreemdelingen hartelijk moeten verwelkomen om zich in Vlaanderen/Nederland te vestigen'. In Nederland was 23% het daar mee eens terwijl acht procentpunten meer Nederlanders dan Vlamingen deze

uitspraak verwierpen. De uitspraak 'culturele verschillen zijn een verrijking voor het land' werd door dubbel zoveel Nederlanders (40%) als Vlamingen (20%) afgewezen. Natuurlijk is dit nog geen bewijs van een verschillende antwoordstijl in Nederland. Toch klopt dit gegeven met andere vaststellingen die er op wijzen dat in Nederland in die tijd een stevige sociale norm aanwezig was die politiek incorrect denken verbood. Dit wordt gereflecteerd in de Nederlandse meetinstrumenten die alleen 'zachte' uitspraken over migranten bevatten zodat men zich kan afvragen of men zo wel de volledige opiniebreedte kan meten. Momenteel, na het succes van Pim Fortuyn, lijkt die vraag niet meer louter academisch.

De kwestie werd verder onderzocht met de gegevens van het onderzoek *Religion and Moral Pluralism* (RAMP) uit 1998 en met de gegevens van de eerste ronde van het *European Social Survey* (ESS) in 2002-2003. Daarin is het telkens mogelijk om de verdelingen op identieke uitspraken te vergelijken.

RAMP bevat drie uitspraken die identiek zijn in Nederland en Vlaanderen. Het zijn uitspraken die ongunstig zijn ten opzichte van immigranten en die eveneens gevoelens van (economische) dreiging uitdrukken, telkens gemeten op een 7-punt schaal. Telkens worden die uitspraken beduidend méér in Vlaanderen dan in Nederland uitgesproken beaamd (scores 6 en 7), maar de verschillen zijn minder groot dan wat we gevonden hebben bij de vooroordelen. De uitspraken dat immigranten een bedreiging vormen voor onze eigen manier van leven, of dat het land geleden heeft onder de komst van immigranten, worden door ongeveer 7% méér Vlamingen dan Nederlanders beaamd. Dat immigranten het werk zouden pikken wordt beaamd door amper 4,2% van de ondervraagde Nederlanders en door 14,9% van de ondervraagde Vlamingen. We moeten er rekening mee houden dat het hier om numerieke schalen gaat die alleen op de uitersten een label kregen. Als we

bijvoorbeeld voor de uitspraak over de bedreiging van 'onze' manier van leven de drie scores aan de eens-zijde van de schaal zouden samennemen (5, 6 en 7) dan zijn de percentages gelijk, namelijk 42%. Als we de gemiddelden van deze 7-puntschalen bekijken, dan blijkt uit de t-test het verschil in gemiddelde score voor dat item niet significant op niveau 0,01 ( $t = 2,07$ ;  $df = 1847$ ;  $p = 0,038$ ).

We hebben, alles samengenomen, de indruk dat Vlamingen in de jaren negentig in opinieonderzoek beduidend minder gunstig stonden tegenover nieuwkomers, maar het blijft nog een open vraag of dit niet mede moet toegeschreven worden aan een verschillende antwoordstijl als gevolg van een sociale norm in de samenleving. De Nederlandse steekproeven die gebruikt werden hebben een aanzienlijk hogere non-respons dan de Vlaamse. Wij weten uit onderzoek naar non-response bias dat respondenten die negatief staan tegenover vreemdelingen en die minder politiek betrokken zijn daardoor ondervertegenwoordigd zijn in de steekproeven. Alleen al door de non-response bias wordt het verschil tussen Vlaanderen en Nederland met betrekking tot opinies over immigranten overschat.

Verschillen Vlamingen werkelijk van Nederlanders? De gegevens van het ESS kunnen ons verder aan een antwoord helpen omdat daar niet alleen sets met strikt vergelijkbare uitspraken over immigratie zijn opgenomen, bovendien zijn die zowel in positieve als in negatieve richting verwoord. De steekproeven worden gewogen naar de verdeling van sekse en leeftijd en opleiding in de twee populaties. We kijken naar een set van uitspraken over asielzoekers. Dit is een bijzondere categorie van nieuwkomers waaraan ethische aspecten verbonden zijn. Het gaat om de opvang van mensen die op de vlucht zijn voor geweld.

Het oordeel dat er te veel asielzoekers in het land zijn, wordt gedeeld door een grote meerderheid van Nederlanders en van Vlamingen. De twee bevolkingsgroepen verschillen hier niet

zoveel van elkaar. Tegenover het iets hogere percentage bij deze uitspraak in Vlaanderen staat dat Vlamingen de positief verwoorde uitspraak, dat de overheid soepel moet zijn, meer beamen. Dit verschil ligt in de lijn van onze hypothese dat Nederlanders iets vlugger geneigd zijn om positieve oordelen te verwerpen. Een van de redenen van het ongunstig oordeel over de aanwezigheid van asielzoekers heeft er mee te maken dat rond 40% van de bevolking van oordeel is dat de meeste asielzoekers niet echt voor geweld in eigen land op de vlucht zijn. Ook hierin verschillen Nederland en Vlaanderen nauwelijks.

De vier volgende uitspraken zijn positief verwoord en gaan over het beleid tegenover asielzoekers. Bij twee van deze uitspraken bestaan er wél grote verschillen. De Nederlanders wijzen veel sterker gesloten centra af en ze zijn ook beduidend meer dan de Vlamingen gewonnen voor financiële steun. Dit ligt in de lijn van de bekende generositeit van de Nederlanders als het op steun voor goede doelen aan komt. Maar het is ook zo dat deze kwesties fel bediscussieerd werden in Vlaanderen en dat de overheid resoluut heeft gekozen voor het verlenen van steun in goederen in plaats van geld. De meerderheid van de bevolkingen blijkt gewonnen voor de tewerkstelling van asielzoekers, de Nederlanders méér dan de Vlamingen. Het laten overkomen van familieleden vertoont maar geringe verschillen; dit wordt lichtjes minder afgewezen in Nederland.

Het algemene beeld blijkt in elk geval genuanceerder dan in het begin van de jaren negentig werd vastgesteld. De vraag blijft open of het naar elkaar toe komen van de antwoordverdelingen te maken heeft met een grotere vergelijkbaarheid van de steekproeven inzake respons en verwoording van de vragen in het recent onderzoek (ESS) ten opzichte van de vroegere studies, of dat er werkelijk een verscherping heeft plaats gegrepen in Nederland? Op grond van deze gegevens moeten we het antwoord vooralsnog schuldig blijven.



Uitspraken	Bevolking	(Helemaal) mee eens	Niet mee eens, niet mee oneens	(Helemaal) niet mee eens	N
België* heeft verhoudingsgewijs te veel asielzoekers. $\chi^2 = 5,663$ ; df = 2; p = 0,059	Vlaanderen	73,2	15,3	11,5	1051
	Nederland	68,9	17,1	14,0	2314
De meeste asielzoekers hebben geen echte angst om vervolgd te worden in hun eigen land. $\chi^2 = 6,218$ ; df = 2; p = 0,045	Vlaanderen	41,9	28,5	29,7	988
	Nederland	39,3	33,2	27,5	2154
De overheid zou soepel moeten zijn bij het beoordelen van asielaanvragen $\chi^2 = 16,815$ ; df = 2; p = 0,0002	Vlaanderen	13,8	17,6	68,5	1093
	Nederland	10,0	14,9	75,2	2336
Tijdens de behandeling van hun aanvragen moeten asielzoekers in gesloten opvangcentra worden gehouden. $\chi^2 = 47,786$ ; df = 2; p < 0,0001	Vlaanderen	41,2	18,2	40,6	1078
	Nederland	31,2	16,5	52,3	2324
Tijdens de behandeling van hun aanvragen zou België asielzoekers financiële steun moeten geven. $\chi^2 = 293,547$ ; df = 2; p < 0,0001	Vlaanderen	19,6	19,8	60,6	1091
	Nederland	43,6	24,8	31,6	2335
Terwijl hun asielaanvragen worden behandeld, zouden zij toestemming moeten krijgen om in België te werken $\chi^2 = 17,716$ ; df = 2; p < 0,0001	Vlaanderen	63,4	11,3	25,2	1096
	Nederland	69,5	10,4	20,1	2340
Vluchtelingen die zijn toegelaten moeten het recht hebben hun naaste familieleden hierheen te brengen $\chi^2 = 9,187$ ; df = 2; p = 0,010	Vlaanderen	23,6	15,8	60,6	1094
	Nederland	26,3	18,2	55,5	2341

\* Bij het onderzoek in Nederland is overal België vervangen door Nederland

Tabel 1. Antwoordverdelingen van uitspraken over asielzoekers bij Nederlanders en Vlamingen (horizontale percentages).

#### VOETNOOT

1. <[www.kuleuven.ac.be/sociologie/onderzoek/ispo/index.htm](http://www.kuleuven.ac.be/sociologie/onderzoek/ispo/index.htm)> of <[www.kuleuven.ac.be/sociologie/onderzoek/centrsurvey/index.htm](http://www.kuleuven.ac.be/sociologie/onderzoek/centrsurvey/index.htm)> of via CV van personeelslid KU Leuven <[www.kuleuven.ac.be/cv/u0007795.htm](http://www.kuleuven.ac.be/cv/u0007795.htm)>.

#### LITERATUUR

Billiet, J., R. Eisinga & P. Scheepers (1996). Ethnocentrism in the Low Countries: a comparative perspective. *New Community*, vol. 22 (3): 401-416.  
Coffé, H., J. Billiet & B. Cambré (2002). Etnocentrisme en stemgedrag. Evolutie tussen 1991 en 1999. pp. 95-110 in

Swyngedouw, M. & J. Billiet (red.). *De kiezer heeft zijn redenen*. Leuven: Acco.

Meireman, K., B. Meuleman, J. Billiet, H. De Witte & J. Wets (2000). *Tussen aanvaarding en weerstand*. Gent: Academia Press.

JAAK BILLIET is hoogleraar in de methoden van sociologisch onderzoek aan de Faculteit der Sociale Wetenschappen, K.U. Leuven. Zijn onderzoek situeert zich in het domein van de kwaliteitsverbetering van het survey onderzoek met speciale aandacht voor modelleren van meetfouten. E-mail: <[jaak.billiet@soc.kuleuven.ac.be](mailto:jaak.billiet@soc.kuleuven.ac.be)>.



## BESCHIKBAAR OF BETROUWBAAR Statistiek en OR in Onderhoud en Service

Onderhoud is volop in het nieuws. Zo noemt het innovatieplatform, dat onder leiding staat van premier Balkenende, het vormen van een maintenance valley rondom het onderhoudsbedrijf van KLM als een van de actieplannen en is het onderhoud aan het wegennet en het wegwerken van achterstallig onderhoud aan het spoor wekelijks reden voor nieuws. Ook binnen de industrie neemt onderhoud een meer prominente plaats in. De tijd dat onderhoud slechts gezien werd als kostenpost lijkt voorbij en het belang van een goede onderhoudsstrategie wordt meer en meer onderkend. De conclusie kan alleen maar zijn dat service en onderhoud een volwaardige industrie is. In dit artikel vragen we ons af wat de mogelijkheden voor OR en statistiek zijn binnen deze industrie.

JOEP AERTS, KUNO HUISMAN, JUDITH LAMERS

Bedrijven die te maken hebben met slijtage aan hun productiemiddelen, hebben te maken met onderhoud. Hierbij kan het gaan over het onder-

houd aan machines in een productieomgeving, onderhoud aan heftrucks in een distributiecentrum, of onderhoud aan het spoorwegennet. Het

belang van onderhoud uit zich op vele fronten zoals efficiëntie, kwaliteit, betrouwbaarheid, veiligheid en duurzaamheid. Gebruik van apparatuur kan negatieve effecten hebben op kwaliteit en efficiëntie. Als voorbeeld noemen we de halfgeleiderindustrie. Bij het produceren van chips is er door slijtage een dalende *yield* (het aantal goede chips gedeeld door het totaal aantal geproduceerde chips). Zodra de *yield* te laag wordt, is onderhoud noodzakelijk om de machine weer efficiënt in te zetten. In een energiecentrale of een chloorfabriek speelt veiligheid van personeel en omgeving een grote rol en moeten met een goed onderhoudsschema alle mogelijke negatieve gevolgen van een storing voorkomen worden.

Voor het onderhoud maken bedrijven gebruik van een interne technische dienst of een externe service-organisatie, mogelijk de service-organisatie van de leverancier van de productiemiddelen, of van een combinatie van beide. Volledige uitbesteding van onderhoud zien we bijvoorbeeld bij het onderhoud aan apparatuur in ziekenhuizen en onderhoud aan heftrucks in logistieke distributiecentra. Binnen de industrie is het vaker zo dat specifieke taken worden uitbesteed of dat hiervoor monteurs worden ingehuurd. In het vervolg van dit artikel wordt aan de hand van een aantal concrete situaties de toegevoegde waarde van OR en statistiek voor zowel de interne onderhoudsorganisatie als de service-industrie beschreven.

## Onderhoudsstrategieën

Preventieve onderhoudsschema's worden vaak bepaald aan de hand van gegevens van de leverancier in combinatie met ervaring van de operators. Dit wordt dan gebruikt als startoplossing. Gedurende de operatie wordt er gemeten en preventief onderhoud gedaan. De frequentie van het preventief onderhoud kan worden aangepast als blijkt dat de frequentie te vaak leidt tot overbodige inspectie of stilstand. Het aantal inspecties kan

ook vastgelegd zijn in wetgeving, bijvoorbeeld bij productie van voedingsmiddelen. In de frequentieafweging is het belangrijk het doel goed voor ogen te houden. Is de productiefunctie op zoek naar een hoge beschikbaarheid of een hoge betrouwbaarheid? In het eerste geval moet men streven naar maximalisatie van de beschikbare productietijd, waar in het tweede geval het voorkomen van correctief onderhoud het doel is. Het laatste speelt vaak in situaties waar de *breakdown* kosten heel hoog zijn, of er aanzienlijke veiligheidsrisico's zitten aan een *breakdown*. In andere gevallen is *run to breakdown* misschien wel een betere strategie om de onderhoudskosten te minimaliseren. Het is duidelijk dat statistische methoden voor data-analyse en betrouwbaarheidsberekeningen de verschillende keuzes kwantitatief kunnen onderbouwen. Deze kwantificatie kan gebruikt worden als input voor het bepalen van optimale onderhoudsschema's.

Als het onderhoud aan machines of lijnen binnen een productieomgeving invloed heeft op de voorafgaande of op de vervolgstappen wordt het integraal plannen van onderhoud belangrijk. Met optimalisatiemodellen kan bepaald worden welke onderhoudstaken gecombineerd moeten worden en welke juist na elkaar gepland moeten worden. Vooral in gevallen waar de routing van producten complex is en de bezettingsgraad van de machines hoog, leidt dit tot een vermindering van de impact van onderhoud.

## Kwantitatief Risicomanagement

Concepten en methoden uit kwantitatief risicomanagement, zoals dynamische scenarioanalyse en reële optietheorie, kunnen uitstekend toegepast worden bij het nemen van beslissingen zoals het al dan niet uitbesteden van onderhoud, renoveren of vernieuwen, en het kiezen van de juiste onderhoudsstrategie. Naast de financiële gevolgen kunnen met deze technieken ook de

kansen op bepaalde gebeurtenissen, bijvoorbeeld het tegelijk uitvallen van twee productielijnen, inzichtelijk worden gemaakt. Daarnaast kunnen deze technieken gebruikt worden voor het berekenen en opstellen van de KPI's (kritische prestatie indicatoren) die in uitbestedingstrajecten van onderhoud worden gebruikt. Belangrijk is de beslissing wie verantwoordelijk is voor het te onderhouden object. Als de verantwoordelijkheid bij het servicebedrijf ligt zal dit bedrijf de frequentie bepalen en de afweging maken tussen preventief en correctief onderhoud. De opdrachtgever zal in deze contracten een kwantificering van de *service performance* eisen zoals de *mean time to repair* of het beschikbaarheidspercentage. Het eenduidig formuleren en analyseren hiervan is niet eenvoudig.

#### Allocatie van technici

Als gekeken wordt naar de planning van de serviceverlening, dan speelt een andere problematiek. Gegeven de contractkeuzes en de KPI's moet het servicebedrijf bepalen welke onderhoudsactiviteiten uitgevoerd gaan worden en gegeven deze taken moeten onderhoudstechnici toegewezen worden aan klanten of productgroepen. Gezien het belang van goed klantcontact wordt vaak gekozen voor een vaste koppeling van technici aan klanten. Het vinden van een optimale toewijzing van technici aan klanten, of aan te onderhouden objecten is een toewijzingsprobleem. Verschillende randvoorwaarden kunnen spelen, zoals de opleidingsniveaus van de monteurs, de reistijden en de werklastverdeling. Meestal is een servicebedrijf verantwoordelijk voor zowel preventief als correctief onderhoud. Dit betekent dat er naast een onderhoudsschema voor preventief onderhoud, ook duidelijkheid moet zijn hoe om te gaan met de planning van correctief onderhoud, waarbij snel reageren noodzakelijk is. Naast het genereren van plannings kunnen optimalisatie-



modellen ook ingezet worden voor beslissingen op tactisch niveau, zoals het aannemen of het bijscholen van monteurs.

In de alinea over kwantitatief risicomanagement werd als één van de mogelijke beslissingen onderhoud versus vernieuwen gegeven. Voor servicebedrijven of leveranciers van productiemiddelen geldt een soortgelijke beslissing: hoe lang wordt uitstaande apparatuur onderhouden? In de huidige economie volgen de nieuwe types en uitvoeringen elkaar snel op. De klanten eisen natuurlijk nog steeds een lange levensduur en dus een lange ondersteuning. Dit betekent dat de kennis en de reserveonderdelen voor een steeds grotere verzameling machines beschikbaar moeten zijn om tot een goede dienstverlening te komen. Voor een beslissing moet een afweging gemaakt worden tussen de kosten van een lange ondersteuning en de kosten van potentieel klantverlies.

#### Logistiek voor reserveonderdelen (*spare part logistics*)

Voor technische diensten en servicebedrijven speelt de vraagstelling rondom reserveonderde-



len. Waar worden deze op voorraad gehouden, hoeveel wordt op voorraad gehouden, welke lever-tijd wordt afgedwongen bij de toeleveranciers en tegen welke kosten? De vragen die hier spelen lijken natuurlijk veel op de vragen in algemene voorraadtheorie. Maar er is een aantal specifieke kenmerken bij het op voorraad houden van reserveonderdelen. Zo kan de vraag naar reserveonderdelen extreem sporadisch zijn en dus zeer moeilijk te voorspellen, kan het niet op voorraad hebben grote financiële gevolgen hebben door gederfde productie, en geldt voor servicebedrijven vaak dat de voorraad verspreid ligt over de vele stand-plaatsen van de servicemonteurs. Om te voldoen aan de doelstelling om altijd de juiste onderdelen op de juiste plaats op voorraad te hebben, worden de lokale voorraden vaak overgedimensioneerd, wat niet-verkoopbare voorraad tot gevolg heeft, zogenaamde *obsolescence*. Met behulp van OR voorraadtechnieken en goede definities van de doelstellingen van het hebben van voorraad, kan bepaald worden op welke plekken in de *supply chain* van reserveonderdelen welke voorraden noodzakelijk zijn om de gewenste servicegraad te kunnen halen.

### Tot slot

Voor het maken van dit overzicht van de mogelijkheden voor OR en statistiek in de onderhoudsindustrie zijn we bewust uitgegaan van de praktijk. We hebben een tiental interviews gehouden met onderhoudsmanagers in diverse industrietakken om een beeld te krijgen welke vragen bij hen spelen, hoe ze de vragen beantwoorden en welke hulpmiddelen ze daarbij gebruiken. De geïnterviewden gaven aan dat ze hun afdeling aansturen op basis van onderhoudsconcepten zoals TPM en RAMS (zie kader). Hierbij wordt onder andere gebruik gemaakt van statistische methoden zoals Pareto analyses en FMEA (*failure mode and effect analysis*). Het toepassen van geavanceerde OR

technieken wordt wel gezien als een mogelijkheid maar het ontbreekt de meesten aan concrete voorbeeldprojecten. Het is dus een uitdaging om in de nabije toekomst te komen tot succesvolle implementaties van OR en statistiek technieken die de efficiëntie van de onderhoudsoperatie daadwerkelijk verhogen.

*JOEP AERTS, KUNO HUISMAN en JUDITH LAMERS zijn Operations Research consultants bij het Centre for Quantitative Methods CQM B.V. in Eindhoven. E-mailadressen: <aerts@cqm.nl>, <huisman@cqm.nl> en <lammers@cqm.nl>. Kuno Huisman is tevens als onderzoeker verbonden aan het departement Econometrie en Operations Research van de Universiteit van Tilburg.*

**TPM** (*total productive maintenance*) is gestoeld op de volgende uitgangspunten. Het ontwikkelen en handhaven van een bedrijfscultuur waarin een maximale efficiëntie van het totale productiesysteem wordt bereikt. Hierbij wordt gestreefd naar geen of zo weinig mogelijk stilstand, uitval en ongevallen en naar minimale kosten van levensduur. Betrokken bij het onderhouden van het machinepark zijn alle technische afdelingen (Engineering, Maintenance en Productie) en er is commitment van alle personeelsniveaus bij deze benadering, dus van top management tot operators.

**RAMS** (*reliability, availability, maintainability, safety*) is een methode die als doel heeft het garanderen van de gespecificeerde functionaliteit van een product over zijn gehele levenscyclus, waarbij de kosten op een vooraf geaccepteerd niveau gehouden worden door het vaststellen van de relevante prestatie karakteristieken aan het begin van de cyclus en het monitoren en beheren daarvan tijdens de rest van de cyclus.

# SPREIDING ZONDER FOUTEN

## hoe de standaarddeviatie tot stand kwam als maat voor verscheidenheid

De mens ‘bemonstert’ uit religieuze en economische overwegingen al millennia lang hemel en aarde. Astronomische waarnemingen resulteerden in verbetering van de kalender en, via verbetering van klokken, in verbetering van de navigatie op zee. Landmeetkundige waarnemingen leidden tot exactere positiebepalingen op land, tot betere landgrensbepalingen en dus tot betere kaarten. Het doen van nauwkeuriger metingen vraagt om betere meetinstrumenten. Een bijproduct van de steeds betere meetinstrumenten was de constatering dat ondanks deze schijnbaar ‘perfecte’ instrumenten er nog steeds sprake was van afwijkingen tussen verschillende metingen die een observator deed aan een zelfde object.

In dit artikel bespreken de auteurs hoe astronomen en landmeters met deze meetafwijkingen omgingen en hoe meetafwijkingen in de 19de eeuw model stonden voor de beschrijving van iets heel anders, namelijk de verscheidenheid van mens en levende natuur.

KEES VERDUIN EN WILLEM HEISER

Stigler's *History of Statistics* (1986) heeft als ondertitel *The measurement of uncertainty before 1900*. In het midden van de 19de eeuw ontstaat een eerste tweedeling over wat er met die onzekerheid wordt bedoeld. Voor die tijd

gaat het alleen over meetfouten: de afwijkingen van de ‘echte’ waarde; daarna gaat het over zowel meetfouten als ook over afwijkingen van het gemiddelde in een groep. Biologen raakten geïnteresseerd in de verscheidenheid van



Frontispice van een werk van Apianus uit 1533 over cosmografie waarin de verschillende vormen van meten en waarnemen in landmeetkunde en astronomie tot uiting komen.

soorten, sociologen in de verscheidenheid van populaties, en psychologen in de verscheidenheid van menselijk gedrag. Iets minder opvallend, maar zeker niet minder belangrijk is een tweede onderscheid dat vervolgens onderkend werd: willekeurige versus systematische onzekerheid. Dit onderscheid doet zijn intrede wanneer men de relatie tussen metingen gaat onderzoeken. We zullen in het verlengde van deze tweedelingen in onzekerheid, de ontwikkeling van een aantal spreidingsmaten volgen in de 19de eeuw.

#### Voorlopers: Brahe en Galilei, en het combineren van waarnemingen

Een model voor de verdeling van de verschillen tussen metingen en werkelijkheid, zoals wij dat nu nog gebruiken, bestaat pas sinds het begin van de 19de eeuw. Daarvoor volgden astronomen en landmeetkundigen meestal de aanpak, dat ze sommige metingen als correct beschouwden en andere als fout, en deze laatste categorie vervolgens negerden. De 'correcte' waarnemingen vertoonden onderling nauwelijks of geen spreiding en waren onder optimale condities verkregen door betrouw-

bare waarnemers. Het bekleden van een kerkelijk ambt was soms al voldoende om als een betrouwbaar waarnemer te gelden. Uit meerdere 'correcte' waarnemingen selecteerde men dan de 'beste' waarneming. Voor 'foute' waarnemingen gold in het algemeen dat ze vaak wel een aanzienlijke spreiding vertoonden en meestal onder minder optimale omstandigheden waren verkregen. Uitzonderingen op deze algemene aanpak laten zien, dat waarnemers incidenteel blijk gaven van een verrassend moderne kijk op data-analyse. Hald (1990) noemt Tycho Brahe en Galileo Galilei, die eind 16de en begin 17de eeuw aangaven hoe astronomische observaties gecombineerd konden worden en welke eigenschappen de verdeling van de observatiefouten had. De Franse astronoom Jean Picard schreef in 1671 in zijn *Mesure de la Terre*, alsof het een standaard aanpak betrof: 'Chacune de ces Observations a été tirée d'un grand nombre d'autres dont on a pris le milieu, & dont l'entiere variation n'excedoit pas 5'''. (Elk van deze observaties is gebaseerd op het midden van een groot aantal andere, waarvan de totale spreiding niet meer dan 5 boogseconden bedroeg). Hoewel astronomen observaties bleven combineren en de aanpak verder onderzochten (Roger Cotes in 1722; Rudjer Josip Boscovic in 1770), waren er vooral theoretische bezwaren: wanneer je observaties met meetfouten combineert zou dat, door het samenvoegen van deze meetfouten, tot nog onnauwkeuriger resultaten leiden! Combineren werd eerder als een kunst dan een vast omschreven techniek beschouwd. Dit veranderde toen Gauss zijn bijdrage over de kleinste kwadraten methode het daglicht liet zien.

### Gauss: een verdeling van meetfouten en een maat voor hun omvang

Karl Friedrich Gauss (1777-1855) had 'zijn' kleinste kwadraten methode in 1801 al met succes toegepast om de baanelementen van de nieuw ontdekte planetoïde Ceres te bepalen. Hij publiceerde in 1809 zijn *Theoria Motus Corporum Coelestium in Sectionibus Conicis Solum Ambientum*. In het derde deel hiervan vinden we een beschouwing over meetfouten, en Gauss' keuze voor de verdeling van die fouten. De redenering is ogenschijnlijk circulair: 1. het rekenkundige gemiddelde is de meest aannemelijke waarde als meetfouten normaal verdeeld zijn; 2. het rekenkundig gemiddelde is een prima manier om waarnemingen te combineren; 3. dus meetfouten kunnen als normaal verdeeld worden beschouwd (Stigler 1986, p. 141, 143). Gauss gaf overigens toe dat hij de normaalverdeling aan Laplace had ontleend.

In de context van de normaalverdeling definieerde Gauss de 'error medius' of 'mean error' (*Theoria Motus* [...], Lib II. Sect III, §173). In latere publicaties komt Gauss terug op de error medius. Hij laat in 1816 zien, zonder een normale verdeling aan te nemen, dat een op kwadratische afwijkingen gebaseerde mean error het meest efficiënt is. In 1821 geeft hij de zuivere schatting van de mean error, wanneer men deze bepaalt op basis van de steekproef (dus deling door  $n-1$  in plaats van  $n$ ).

Bessel (in 1815) en Gauss (in 1816) maakten zich daarnaast nog sterk voor een andere maat die de spreiding in meetfouten weergeeft: *der wahrscheinliche Fehler* of *probable error* (PE). De *probable error* was in de 19de eeuw de meeste gebruikte aanduiding voor meet-onnauwkeurigheid en wordt vandaag de dag nog steeds gebruikt. Merk





De 'Borghese gladiator' – het beeld staat in het Louvre – waar Quetelet in zijn analogie aan refereert.

op dat William Gossets *Probable error of a mean* uit 1908 over een beschrijving voor de standaardfout van het gemiddelde gaat.

### Quetelet: van meetfouten naar 'productiefouten'

Wanneer Adolphe Lambert Quetelet (1796-1874) een tweede toepassing introduceert van de normaalverdeling zijn we op de boven aangekondigde eerste tweedeling aangekomen. Quetelet was opgeleid als astronoom en meteoroloog, maar trachtte een kwantitatieve sociologie te ontwikkelen. Na de introductie van het concept *l'homme moyen* in 1835 suggereert Quetelet in zijn *Lettres* (1846) dat voor veel eigenschappen de waarden van een homogene populatie een normaalverdeling volgen rond de waarde van de *l'homme moyen* van die populatie.

Andere auteurs hebben al uitgebreid beschreven dat Quetelets argumenten voor de correctheid van het gebruik van de foutenverdeling als verdeling van afwijkingen ten opzichte van het gemiddelde voornamelijk op analogieën berusten (o.a. Stigler, 1986, p. 214). Een bekend voorbeeld is de 'Gladiator' analogie die we hier parafaseren. Stel dat we duizend maal het klassieke beeld van de Gladiator opmeten, dan zullen we uiteindelijk over duizend meetwaarden beschikken waarvan een groot aantal waarschijnlijk onderling van elkaar zal afwijken. Stel nu dat duizend beeldhouwers de opdracht krijgen om het beeld van de Gladiator te kopiëren. Dat zal duizend beelden opleveren die allemaal op verschillende manieren een beetje afwijken van het origineel.

Op gelijke wijze wijken individuen af van een populatiegemiddelde: vanwege 'productiefoutjes' ten opzichte van het ideaal, *l'homme moyen*.

Ondanks (of misschien juist dankzij) dit soort argumenten, vonden Quetelets ideeën instemming in brede kring en gesteund door deze analogieën stak de normaalverdeling het kanaal over naar Engeland.

### Galton: Quetelet in een Engelse jas

Francis Galton (1822-1911) vertelt in zijn autobiografie hoe hij met de normaalverdeling in aanraking kwam:

*'My first serious interest in the Gaussian Law of Error was due to the inspiration of William Spottiswoode, who had used it long ago in a Geographical memoir for discussing the probability of the elevations of certain mountain chains being due to a common cause. He explained to me the far-reaching application of that extraordinarily beautiful law, which I fully apprehended. I had also the pleasure of making the acquaintance of Quetelet, who was the first to apply it to human measurements, in its elementary binomial form, which I used in my Hereditary Genius.'*

(Galton, 1908, p. 304).

Het artikel van Spottiswoode waarnaar Galton verwijst dateert uit 1861. Dit zou suggereren dat Galton pas na 1861 Quetelet (1849) zou hebben gelezen.

Francis Galton bestudeerde Quetelets *Lettres* (1846) in de Engelse vertaling uit 1849 *'which is a very readable octave volume, and deserves to be far better known to statisticians than it appears to be.'* (Galton, 1869). Hij vond daar wat hij noemde *'[...] the very curious law of "deviation from an average" [...]. The law is an exceedingly general one. M. de Quetelet [...] has largely used it in his inquiries.'* (Galton, 1869).

Het lijkt erop dat Quetelet weliswaar verschillen zag, maar die als willekeurige afwijkingen van het ideaal (*l'homme moyen*) beschouwde. Galton was, getuige zijn boeken *Hereditary Genius* en *Natural Inheritance*, gefascineerd door de menselijke verscheidenheid en de mate waarin kwaliteiten van generatie op generatie werden doorgegeven. Hij concentreerde zich juist op de systematische overerfde afwijkingen die maakten dat mensen uitblonken en was niet geïnteresseerd in het gemiddelde niveau van een eigenschap (of wat zich daaronder bevond) (zie bijvoorbeeld Gigerenzer et al, 1989, p. 53-55). Daarmee zijn we op de tweede tweesprong aangekomen, namelijk bij het inzicht dat spreiding ook een systematisch karakter kan hebben.

Het is wel opmerkelijk dat Galton regelmatig het gebruik van de normaalverdeling ontweek, en daarmee ook het gebruik van de mean error in zijn behandeling van meetwaarden. Hij beperkte zich tot beschrijvende rangordematen zoals de mediaan en de interkwartielafstand. Galton berekende weliswaar PE waarden, maar dan wel via  $(Q_3 - Q_1)/2 = IQR/2$ , wat voor een symmetrische verdeling redelijk overeenkomt met Bessels PE (Galton, 1888). Tevens vond hij het begrip percentiel uit, waarmee iemands positie in een verdeling kan worden aangeduid zonder dat nulpunt, meeteenheid en vorm van de verdeling er toe doen. Galton introduceerde daarnaast de maat *'Prob. Deviation'* voor het aangeven van spreiding bij categorische variabelen als *'de kleur van de ogen'* of *'houding'* (Galton, 1889, p. 58).

### Pearson: de mechanisering van Galtons wereldbeeld

Karl Pearson (1857-1936) zette in zijn publicaties vanaf 1895/96 het werk van Galton op het gebied





Galton (rechts) met Pearson (in 1909, 2 jaar voor Galtons dood).

van verdeling en correlatie van eigenschappen voort, maar nu in eerste instantie op basis van normaal verdeelde variabelen en de mean error als maat voor afwijking van het gemiddelde.

Pearson had behoefte aan erkenning, en maakte in zijn werk gebruik van concepten uit de mechanica voor zijn invulling van het nog jonge veld van de statistiek. Een mogelijke verklaring

hiervoor is zijn benadering van de wetenschap als een geheel zoals dat blijkt uit zijn *Grammar of Science*. Mogelijk ook gebruikte Pearson de concepten uit de mechanica als brug naar het meer natuurkundig georiënteerde lezerspubliek van de *Philosophical Transactions* van de Royal Society. Misschien was dit lenen van mechanica termen zelfs niet meer dan logisch aangezien Pearson aan het University College in Londen een leerstoel bezette met als leeropdracht de toegepaste wiskunde en mechanica.

Maar hij had ook een voorliefde voor nieuwe terminologie. Er moest een nieuwe naam komen om de omvang van de spreiding van eigenschappen uit te drukken, in welke verdeling dan ook. Pearson introduceerde de naam standaarddeviatie tijdens een college op 31 januari 1893 ter vervanging van de omslachtige, door de verwijzing naar fouten beladen, term 'root mean square error', en ook van oudere termen als 'error of mean square' en Gauss' 'mean error' (Eisenhart, 1974). Hiermee was het inzegenen van één der hoekstenen van de statistiek een feit.

In onderstaande drie citaten kunnen we zien hoe Pearson in zijn werk een verbinding probeerde te leggen tussen nieuwe toepassingen en oude concepten uit de mechanica. De aan de mechanica ontleende termen *swing radius* en *radius of gyration* (spin radius) zouden wel eens een aannemelijke verklaring kunnen zijn voor Pearson's gebruik van  $\sigma$  als symbool voor de standaarddeviatie:

*'It seems to me better to take as the measure of skewness the ratio of the distance between the maximum ordinate and the centroid to the length of the swing radius of the curve about the centroid vertical, i.e. the quantity  $d/\sqrt{\mu_2}$ .'*  
(Pearson, 1895, p. 370)

'or,  $S$  denoting summation, since  $\sigma_1^2 = S(x^2)/n$ ,  $\sigma_2^2 = S(y^2)/n$ , the chance varies as

$$\frac{1}{(1-r^2)^{1/2n}} e^{-\frac{\lambda^2}{1-r^2}}$$

where  $\lambda$  is written for  $S(xy)/(n\sigma_1\sigma_2)$  and  $S(xy)$  corresponds to the product-moment of dynamics, as  $S(x^2)$  to the moment of inertia'

(Pearson, 1896, p. 265)

'Just as  $\sigma_1, \sigma_2$  are radii of gyration (and independent of any special law of error)'

(Pearson, 1896, p. 279)

## Besluit

Het zetten van de stappen om (a) tot een onderscheid tussen meetfouten en afwijkingen van het gemiddelde (willekeurige variatie) te komen en (b) binnen afwijkingen van het gemiddelde een onderscheid tussen willekeurige en systematische variatie te maken heeft de nodige moeite gekost en vroeg ook om een nieuwe visie. We zien dat Quetelet een geconstateerde normaalverdeling nog beschouwde als het resultaat van een groot aantal onafhankelijke Bernoulli-processen. Galton en Pearson zagen in hun erfelijkheidsstudies de processen die aan een normaalverdeling ten grondslag liggen noodzakelijkerwijs als gecorreleerd, en namen populatieverdelingen als het uitgangspunt voor de biometrie en de statistiek.

Vanuit een behoefte om populaties te beschrijven (Quetelet) en om de invloed van erfelijkheid op de populaties te onderzoeken (Galton, Pearson) werden vragen gesteld en methoden ontwikkeld die in de tijd van Gauss nog niet aan de orde waren. Alleen door zich los te maken van het nauwe kader van de meetfouten kon de statistiek tot wasdom komen.

## LITERATUUR

- Eisenhart, C. (1974). Karl Pearson. In C. C. Gillispie (Ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, 447-473, New York: Charles Scribners and Sons.
- Galton, F. (1869) *Hereditary genius: An Inquiry into its Laws and Consequences*. London: Macmillan.
- Galton, F. (1888). Co-relations and their measurement, chiefly from anthropometric data. *Proceedings of the Royal Society of London*, 45: 135-145.
- Galton, F. (1889) *Natural Inheritance*. London: Macmillan.
- Galton, F. (1908) *Memories of My Life*. London: Methuen.
- Gigerenzer, G., Swijtink, Z., Porter, Th., Daston, L., Beatty, J., Krüger, L. (1989,1995) *The Empire of Chance: How prob-ability changed science and everyday life*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hald, A. (1990) *A History of Probability and Statistics and their Applications before 1750* New York, Wiley.
- Herschel, J. F. W. (1850) "Quetelet on Probabilities." *Edinburgh Review*, 92; 1-57.
- Pearson, K. (1895) Contributions to the mathematical theory of evolution, II: skew variation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London (A)*, 186; 343-414.
- Pearson, K. (1896) Mathematical contributions to the theory of evolution, III: regression, heredity and panmixia. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London (A)*, 187; 253-318.
- Quetelet, A. (1846) *Lettres à S.A.R. le Duc Régnant de Saxe-Coburg et Gotha, sur la théorie des probabilités, appliquée aux sciences morales et politiques*. Bruxelles: M. Hayez.
- Quetelet, A. (1849) *Letters Addressed to H. R. H. the Grand Duke of Saxe-Coburg and Gotha, on the Theory of Probabilities, as applied to the Moral and Political Sciences*. Translated by Olinthus Gregory Downes. London: Charles & Edwin Layton.
- Stigler, S.M. (1986) *The History of Statistics: the measurement of uncertainty before 1900*. Cambridge, Massachusetts: The Belknap Press of Harvard University Press.

KEES VERDUIN is docent verbonden aan de sectie Methoden en technieken van Psychologisch Onderzoek van de Universiteit Leiden.  
E-mail: <verduin@fsw.leidenuniv.nl>.

WILLEM HEISER is hoogleraar verbonden aan de sectie Methoden en technieken van Psychologisch Onderzoek van de Universiteit Leiden. E-mail: <heiser@fsw.leidenuniv.nl>.

# ZOEKEN

ONNO BOXMA

Onlangs gaf een familielid me twee puzzels op:

- (i) Weet je waarom een olifant gele klompjes draagt?  
 (ii) Twee gehele getallen,  $m$  en  $n$ , zijn gekozen.

Beide zijn ongelijk aan 1 en de som van beide is minder dan 100. Het product,  $m \times n$ , wordt aan wiskundige P gegeven. De som,  $m+n$ , wordt aan wiskundige S gegeven. Vervolgens voeren P en S het volgende gesprek:

P: 'Ik heb geen idee wat jouw som is, S.'

S: 'Je vertelt me niks nieuws. Ik wist al dat je het niet wist.'

P: 'Aha! Maar dan weet ik wat jouw som moet zijn, S!'

S: 'En nu weet ik ook wat jouw product is, P!'

## De vraag: Wat zijn $m$ en $n$ ?

De ervaring heeft me geleerd dat ik de oplossing van zulke puzzels zelf niet zal bedenken. Tegenwoordig hoeft dat ook niet meer. De wonderwereld van het WWW doet ons beschikken over fabelachtige zoekmiddelen. Ik ging bij Google naar 'geavanceerd zoeken', vroeg naar *olifant gele klompjes* bij 'met de exacte woordcombinatie' en had het antwoord op vraag (i). Vraag (ii) bleek nauwelijks lastiger.

Een flard exacte tekst had direct gewerkt, maar die had ik eerst niet bij de hand; *wiskundige puzzel EN som EN product* gaf 280 hits in 0.57 seconde, met bovenaan [www.puzzlesite.nl](http://www.puzzlesite.nl) met de uitwerking

Ook bij het werk helpen de zoekmachines. Gisteren zocht ik een artikel over de kansverde-

ling van de overschrijding van niveau K door een reflecterend Lévy-proces. Vroeger had ik daarvoor uren in de bibliotheek moeten grasduinen. Nu ging ik naar de website van MathSciNet ([ams.mathematik.uni-bielefeld.de](http://ams.mathematik.uni-bielefeld.de)), probeerde wat trefwoorden, vond Bertoin's artikel in de *Annals of Applied Probability* uit 1997 en haalde de pdf-file ervan op bij [projecteuclid.org](http://projecteuclid.org).

Zoals zoveel heb ik ook dit geleerd van promovendi, die waarschijnlijk inmiddels al weer veel betere zoekmethoden hebben ontdekt.

## Google

Het zoekproces dat door zoekmachines als Google wordt uitgevoerd bestaat uit twee stappen.<sup>1</sup> De eerste is het opzoeken van de pagina's die de juiste trefwoorden (zoals wiskundige puzzel) bevatten. Gezien de huidige omvang van het web (Google's index bevat meer dan 4.3 miljard pagina's) is de snelheid waarmee dat gebeurt bijna verbijsterend. De tweede stap maakt dat de resulterende lijst door een ranking hanteerbaar wordt voor de gebruiker.

Google gebruikt PageRank, dat in 1998 werd ontwikkeld door twee inmiddels buitengewoon rijke promovendi van Stanford: Sergey Brin en Larry Page.<sup>2,3</sup> De vector van pageranks van alle webpagina's is in feite de evenwichtsverdeling van een enorme Markovketen.

De hyperlinkstructuur van het web wordt omgezet in overgangskansen. De Markovketen



bevat allerlei absorberende toestanden, maar PageRank neemt aan dat een gebruiker met kans  $\alpha = 0.85$  van een pagina naar een volgende pagina doorklikt, en met kans  $1-\alpha$  een willekeurig nieuw URL-adres intikt. Dit laatste maakt dat de – eendige en aperiodieke – Markovketen niet-reduceerbaar wordt, zodat een unieke evenwichtsverdeling bestaat. Die evenwichtsverdeling kan numeriek worden bepaald door oplossing van een stelsel lineaire vergelijkingen. De enorme omvang van de toestandsruimte zorgt voor opslag- en numerieke problemen, maar het *sparse* karakter van de matrix helpt. De keus van  $\alpha \approx 6/7$  is een gelukkige vanuit numeriek oogpunt.

Even terzijde: mensen die me goed kennen begrijpen dat ik de verleiding niet kan weerstaan op te merken dat  $6/7 \approx 0.857142$  en  $1/7 \approx 0.142857$  prachtige getallen zijn;  $142857$  is o.a. het  $11^e$

Kaprekar getal, dankzij de eigenschap dat  $142857^2 = 20408122449$  opgebroken kan worden in  $20408$  en  $122449$ , met als som ...  $142857$ . Geweldig toch?

Wat doet Google met de evenwichtsverdeling van de reusachtige Markovketen, oftewel de vector van pageranks? Op de Google toolbar wordt de pagerank omgezet in een geheel getal tussen 1 en 10; hoe hoger, hoe belangrijker. Met een hoge pagerank komt jouw pagina hoog te staan als iemand een trefwoord intikt dat daarop voorkomt. Sommige instellingen proberen hun PR zo goed mogelijk te behartigen door hun PR-waarde kunstmatig op te hogen; er zijn bedrijfjes die je daarbij kunnen helpen. Het verhogen van je pagerank-waarde is op zich een leuk optimaliseringsprobleem; één van de vele problemen op het vakgebied van *STATOR* waartoe zoekprocessen op het web aanleiding kunnen geven.

## Verloren romantiek

De opkomst van mogelijkheden zoals Google is fascinerend, en biedt wetenschappers een prachtig hulpmiddel. Keerzijde van de medaille: er gaat ook wel weer wat romantiek verloren. Veel van de mooiste uren van mijn studietijd in Delft bracht ik door op de overloop van de wiskundebibliotheek, tussen de kansrekening- en statistiekboeken.

Deze zomer moest ik daaraan terugdenken. Met het gezin bezochten we de bibliotheek van het Trinity College in Dublin. Met een collectie van vier miljoen boeken is dat één van de grootste onderzoekbibliotheken ter wereld. Het is in acht gebouwen gehuisvest, waaronder *The Old Library*. Dat gebouw bevat niet alleen het *Book of Kells*, een beroemd Iers middeleeuws evangelie-handschrift, maar ook *The Long Room*. Als u van boeken houdt, is dit een vertrek om van te watertanden. Bijna 65 meter lang, plaats biedend aan 200.000 boeken. In het middenpad liggen oude manuscripten uitgespreid: Darwins *On the Origin of Species*, boeken van Euclides, Galilei, Newton. Aan beide kanten zijn de boeken tot aan het plafond gestapeld, met in elke alkoof een trappetje om ook de hoogste boeken te kunnen bereiken. Google lijkt hier even heel ver weg. Op de vorige bladzijde ziet u trouwens naast een foto van *The Long Room* de kloon *The Jedi Archives*, uit een Star Wars film. 'Long Room' op Google geeft dit als eerste hit, nog voor de website van het Trinity College zelf.

### LITERATUUR

1. A.N. Langville en C.D. Meyer (2005). Deeper inside PageRank. *Internet Mathematics* 1, 335-380.
2. S. Brin en L. Page (1998). The anatomy of a large-scale hypertextual web search engine. *Computer Networks and ISDN Systems* 33, 107-117.
3. S. Brin, L. Page, R. Motwami en T. Winograd (1998). *The PageRank citation ranking: Bringing order to the web*. Technical Report, Computer Science Department, Stanford University.

**ONNO BOXMA** is hoogleraar *Stochastische Besliskunde* bij de *Faculteit Wiskunde en Informatica* van de *TU Eindhoven* en *wetenschappelijk directeur* van *EURANDOM*. E-mail: <boxma@win.tue.nl>



### Statistische Dag op 14 juni 2006

De Dag voor Statistiek en OR zal in 2006 plaatsvinden op 14 juni aan de Erasmus Universiteit in Rotterdam. De jaarvergadering van de VVS-OR zal in het vroege voorjaar van 2006 plaatsvinden.

### VVS-OR scriptieprijs 2006

De inschrijving voor de VVS-OR scriptieprijs 2006 staat open. De scriptieprijs 2006 wordt toegewezen in twee categorieën: Bachelors en Masters scripties. Docenten en begeleiders wordt verzocht de VVS-OR scriptieprijs bij hun afstudeerders onder de aandacht te brengen. Zie voor reglement, aanmeldingsformulier en tijdschema de website [www.vvs-or.nl](http://www.vvs-or.nl).

### Outliers: najaarsbijeenkomst SWS

Op 9 december 2005 zal in Tilburg de najaarsbijeenkomst van de Sociaal Wetenschappelijke Sectie plaatsvinden. Het thema is 'Outliers'. Alle geïnteresseerden zijn welkom. Het programma is te vinden op <[www.vvs-or.nl/sws/sws.htm](http://www.vvs-or.nl/sws/sws.htm)>.

### Multivariate Statistiek en Missing Data Analyse

Van 30 januari tot 3 februari 2006 vindt in Utrecht de vijfdaagse cursus Multivariate Statistiek en Missing Data Analyse in de Praktijk plaats, bedoeld voor mensen die onderzoeksgegevens willen analyseren met behulp van multivariate technieken. Zie <[www.fss.uu.nl/ms/hhoijtink/cursus.htm](http://www.fss.uu.nl/ms/hhoijtink/cursus.htm)>.

### International Conference on Teaching Statistics

ICOTS-7 duurt van 2 tot 7 juli 2006 en wordt gehouden in de kustplaats Salvador in Brazilië. Voor informatie zie <[www.maths.otago.ac.nz/icots7](http://www.maths.otago.ac.nz/icots7)>.

### ISCB 2006

Van 27-31 augustus 2006 vindt in Genève de 27ste conferentie van de International Society for Clinical Biostatistics (ISCB) plaats. Zie <[www.iscb2006](http://www.iscb2006)>.

Figuur 1: Elektronenkanon van een tv. Bron F&GA report; Philips Components, 1995..



## Het fitten van Kriging modellen voor ontwerpoptimalisatie

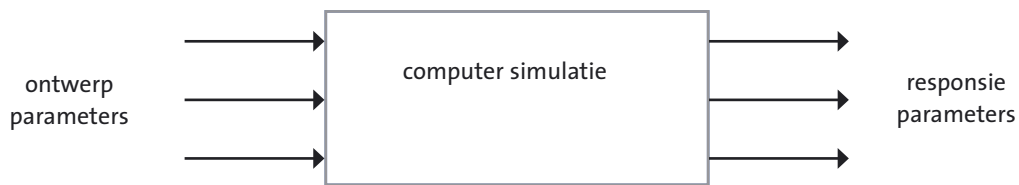
Alex Siem studeerde in juli 2003 af in de Technische Wiskunde aan de Technische Universiteit Delft. Zijn afstudeerwerk aan het Centre for Quantitative Methods (CQM) werd bekroond met een eervolle vermelding bij de uitreiking van de VVS-scriptieprijs voor 2004. In dit artikel geeft hij een samenvatting van zijn scriptie. Hierin wordt ingegaan op het snel en numeriek stabiel fitten van Kriging modellen. Deze Kriging modellen worden gebruikt als metamodel bij het vinden van optimale ontwerpen.

### ALEX SIEM

Product- en procesontwikkelaars van uiteenlopende producten, zoals tv's, mobiele telefoons, helikopters en auto's, worden vaak geconfronteerd met ontwerpproblemen. Ze zijn op zoek naar

de optimale instellingen voor een (groot) aantal ontwerpparameters. De keuze van de instelling van de ontwerpparameters bepaalt de product- of proceskarakteristieken. Deze karakteristieken





Figuur 2: Schematische weergave van ontwerp- en responsieparameters en computersimulatie.

worden ook wel responsieparameters genoemd. De waarden van deze responsieparameters worden gebruikt om de kwaliteit van het ontwerp te bepalen. In figuur 2 is het één en ander schematisch weergegeven.

Een voorbeeld van zo'n ontwerpoptimalisatieprobleem dient zich voor bij het ontwerpen van een elektronenkanon; zie figuur 1. Elektronenkanonnen worden gebruikt in televisies om een beeld op het beeldscherm te krijgen. De elektronenbundels worden gericht door middel van metalen *grids*. De geometrie van deze *grids* en de elektrische spanning waaronder deze *grids* staan, bepalen de actie van het elektronenkanon en zijn bepalend voor de kwaliteit van het elektronenkanon. In dit voorbeeld zijn dit dus de ontwerpparameters. De belangrijkste kwaliteitskarakteristieken van het elektronenkanon zijn de 'kathodelading' en de zogeheten 'spot'-groottes. Dit zijn de responsieparameters.

Vóór de komst van de computer werden de instellingen van de ontwerpparameters bepaald door uitvoering van fysische experimenten. Deze manier van ontwerpen is echter tijdrovend en bovendien erg duur. Sinds de jaren zeventig wordt steeds meer gebruik gemaakt van computersimulaties om instellingen van ontwerpparameters door te rekenen. De computersimulaties waar het hier om gaat zijn deterministische simulaties, dat wil zeggen dat herhaling van een simulatie

met dezelfde ontwerpparameter-waarden exact dezelfde responsieparameter-waarden geeft.

Ondanks de komst van computersimulaties is het voor ontwerpers nog altijd lastig om de optimale ontwerpparameter-instellingen te vinden. Vaak zijn de computersimulaties nog altijd tijdrovend. Het doorrekenen van één simulatie kan uren of soms zelfs dagen duren. Dikwijls gebruiken ontwerpers hun intuïtie en ervaring in combinatie met het uitvoeren van een aantal computersimulaties en kiezen de ontwerpparameter-instellingen van die simulatie die de beste responsieparameter-waarden heeft gegeven. Deze aanpak kan worden verbeterd met behulp van metamodellen, ook wel compacte modellen genoemd. Deze aanpak is geïmplementeerd in het softwarepakket COMPACT van CQM; zie bijvoorbeeld Stehouwer en Den Hertog (1999).

### De aanpak van COMPACT

Het idee achter de aanpak van COMPACT, zoals in een eerdere editie van *STATOR* al beschreven door Husslage (2004), is dat de tijdrovende computersimulaties per responsieparameter worden benaderd door wiskundige functies. Zo'n benadering wordt een compact model genoemd. De aanpak van COMPACT bestaat uit vier stappen: 'probleemspecificatie', 'simulatie schema', 'compacte modelering' en 'ontwerpoptimalisatie'.

In de 'probleemspecificatie' worden de ontwerp- en responsieparameters gedefinieerd. Tevens worden de constraints waaraan deze parameters moeten voldoen gespecificeerd. Hiermee wordt de toegelaten ontwerpruimte gedefinieerd. Verder wordt in deze stap de doelfunctie gespecificeerd.

In de tweede stap wordt er een zogeheten 'simulatieschema' gemaakt. Dit wordt ook wel een *Design of Experiments* genoemd. Aangezien de simulaties tijdrovend zijn, kan er maar een beperkt aantal simulaties worden doorgerekend. Daarom moeten deze zo slim mogelijk gekozen worden. Hiervoor worden vaak *space filling Latin Hypercube* designs gebruikt.

In de derde stap worden er compacte modellen geconstrueerd. Dit zijn wiskundige functies die de computersimulaties benaderen. In de praktijk worden er verschillende soorten compacte modellen gebruikt, zoals Kriging modellen, polynomen, rationale functies, radiale basis functies en splines.

In de vierde stap, 'ontwerptoptimalisatie', wordt met behulp van de compacte modellen meer inzicht verkregen in de relatie tussen de ontwerp- en responsieparameters. Tevens kunnen de compacte modellen worden gebruikt in combinatie met technieken uit de mathematische programmering om de doelfunctie te optimaliseren. Verder wordt in deze stap gekeken naar de robuustheid van de oplossing. Een ontwerp is robuust wanneer, als we een kleine verstoring aanbrengen in de ontwerpparameter waarden, dit slechts een kleine verandering in het ontwerp geeft. Monte Carlo simulatie wordt gebruikt om de robuustheid van een ontwerp te analyseren.

### Kriging modellen

Kriging modellen worden vaak gebruikt als compacte modellen. Met name bij zeer niet-lineair gedrag van de computersimulatie. Kriging is een interpolatiemethode. Dat wil zeggen dat de waar-

de van de Kriging functie in de datapunten gelijk is aan de corresponderende responsieparameter waarden. Kriging modellen zijn genoemd naar de geostatisticus D. Krige. Kriging modellen komen oorspronkelijk ook uit de geostatistiek, maar worden tegenwoordig dus ook gebruikt als metamodel voor deterministische computer simulaties; zie Sacks et al (1989). Zo heeft CQM Kriging modellen gebruikt voor het optimaliseren van elektronenkanonnen in tv's.

De te benaderen functie wordt verondersteld een realisatie te zijn uit een stationair Gaussisch stochastisch proces. De waarde van de Kriging functie in de niet-datapunten is een lineaire combinatie van de responsieparameter-waarden in de datapunten, waarbij de gewichten optellen tot één. Deze gewichten zijn afhankelijk van de ontwerpparameter-waarde. De gewichten worden zo gekozen dat de *Mean Squared Error* van de predictor wordt geminimaliseerd. Ook zijn de gewichten afhankelijk van de procesparameters van het stochastisch proces. Het fitten van een Kriging model bestaat uit het schatten van de procesparameters van dit Gaussisch stochastisch proces, namelijk het gemiddelde, de variantie en de correlatie. Een veelgebruikte methode voor het schatten van de procesparameters is Maximum Likelihood.

Dit Maximum Likelihood probleem is echter geen eenvoudig maximaliseringsprobleem. De doelfunctie is niet-convex, bovendien bevat het een correlatiematrix die voor bepaalde waarden van de correlatieparameters zeer slecht geconditioneerd kan zijn. Dit laatste kan ernstige numerieke problemen geven. Een ander probleem is dat het oplossen van het maximaliseringsprobleem voor grote datasets lang kan duren. Dit komt doordat er voor elke functie-evaluatie die de optimaliserings-solver aanroept een determinant van een correlatiematrix berekend moet worden en deze matrix tevens geïnverteerd moet worden. Een derde probleem dat de optimalisatie lastig maakt, is het feit dat het probleem niet-convex

is. Mogelijkerwijs heeft de doelfunctie meerdere lokale optima. We zullen deze drie problemen hieronder bespreken en oplossingen voor deze problemen geven.

### Numerieke stabiliteit van de correlatiematrix

De numerieke instabiliteit van de correlatiematrix kan een grote numerieke fout in de inverse van de correlatiematrix veroorzaken. Aangezien deze inverse in de uitdrukking van de Kriging functie voorkomt en we deze tevens nodig hebben voor het oplossen van het Maximum Likelihood probleem kan de numerieke instabiliteit van deze correlatiematrix grote gevolgen hebben.

Tijdens het afstuderen is gebleken dat wanneer we aan het Gaussisch stochastisch proces een zeer kleine meetfout toevoegen, de conditie van de correlatiematrix aanzienlijk beter wordt. Door deze verandering wordt er bij de diagonaal-elementen van de correlatiematrix een klein getal opgeteld. De prijs die hiervoor betaald wordt, is dat de Krigingfunctie niet meer precies door de datapunten heen gaat. De fout die hierbij gemaakt wordt, is echter zo klein dat deze verwaarloosd kan worden.

### Snelheid van het fitten

Aangezien er in de likelihood functie de inverse en de determinant van de correlatiematrix berekend worden, willen we het aantal functie-evaluaties dat we moeten doen voor het maximaliseren van de likelihood zoveel mogelijk beperken. Tot nu toe worden er meestal nulde-orde zoekmethoden gebruikt, omdat de expliciete uitdrukkingen voor de afgeleides niet bekend waren. Tijdens het afstuderen is gebleken dat deze afgeleides toch wel expliciet uit te rekenen zijn. Door het gebruik van eerste-orde zoekmethoden in plaats van nulde-orde zoekmethoden wordt het aantal benodigde functie-evaluaties verminderd. Een

nulde-orde zoekmethode moet de juiste zoekrichtingen zelf verkennen, maar een eerste-orde zoekmethode zoals de gegeneraliseerde gereduceerde gradiëntenmethode krijgt deze informatie door het berekenen van de eerste-orde partiële afgeleiden. Het gebruik van een eerste-orde zoekmethode ten opzichte van een nulde-orde zoekmethode blijkt aanzienlijke versnellingen op te leveren, variërend van een factor twee tot zelfs tien!

### Globale optimalisatie van de likelihood

Het is gebleken dat bij het oplossen van het maximum likelihood probleem de oplossing die verkregen is met behulp van een lokale solver niet altijd optimaal is in globale zin. Daarom is het zinvol om de likelihood functie globaal te optimaliseren. Eén van de manieren om de kans te verkleinen om een lokaal optimum te vinden dat niet globaal optimaal is, is een multi-start benadering. Dit houdt in dat de (lokale) optimalisatie meerdere keren herhaald wordt met verschillende startpunten. Deze startpunten kunnen random gekozen worden, maar het is slimmer om deze over de zoekruimte verspreid te kiezen. In de afstudeerscriptie blijkt dat globale maximalisatie van de likelihood in sommige gevallen daadwerkelijk betere schattingen voor de procesparameters kan opleveren.

#### LITERATUUR

- B.G.M. Husslage (2004). Compact modelleren voor multi-component producten, *STATOR*, 5, 22-26.  
J. Sacks, W.J. Welch, T.J. Mitchell en H.P. Wynn (1989). Design and analysis of computer experiments. *Statistical Science*, 4, 409-435.  
P. Stehouwer en D. den Hertog (1999). *Simulation-based design optimization: Methodology and applications*. In Proceedings of the First ASMO UK/ISSMO Conference on Engineering Design Optimization, Ilkly, UK.

ALEX SIEM is als promovendus verbonden aan het departement Econometrie & Operations Research van de Universiteit van Tilburg (UVT). E-mail: <a.y.d.siem@uvt.nl>.



## TEGEN JE VERLIES KUNNEN

Loss aversion: onzekerheid heeft zijn prijs

Iedereen moet wel eens keuzes maken, met uitlopende kansen op een positief of negatief resultaat. Veel mensen gaan daarbij van nature risicomijdend te werk. De kans op een verlies ligt voor het gevoel zwaarder op de maag dan dat een mogelijk te behalen winst als positief wordt ervaren. Hoewel de mate van risicomijdendheid per persoon verschilt, is het fenomeen bij vrijwel iedereen sterk te beïnvloeden. Gebeurtenissen die aan het besluit voorafgaan, spelen daarbij een grote rol

**Beter één vogel in de hand...**

Risicomijdend gedrag is goed geïllustreerd door het volgende onderzoek. Een groep moest kiezen uit twee mogelijkheden:

- A** 80% kans op € 4000 winst, 20% kans op niets
- B** Zeker € 3.000 winst

Van de mensen koos 80% voor de zekerheid in B. Uit de voor dit onderzoek gehanteerde gegevens blijkt dat voor deze mensen zekerheid kennelijk € 200 aan verwachtingswaarde mag kosten. Dit bedrag wordt dan ook het *certainty equivalence*

## Ever noticed that people never say 'it's only a game' when they're winning *Ivern Ball*

genoemd. Laat men het bedrag toenemen dat bij A gewonnen kan worden, dan zal het percentage A-stemmers stijgen. Het is van de persoonlijke risicomijdendheid afhankelijk bij welk bedrag hij of zij de onzekerheid van A zal prefereren boven de zekere uitkomst B. Men is kennelijk bereid om voor zekerheid te 'betalen', maar niet elke prijs.

Merk op dat dit fenomeen zich manifesteert bij besluitvorming op de meest uiteenlopende gebieden: van politieke tot en met investeringsbeslissingen, en van het bepalen van de richting waarin een onderzoek verder zal gaan tot en met de keuze voor een bepaalde productietechnologie. Een belangrijke factor hierin is het feit dat zekerheid – ook achteraf – veelal gemakkelijker te verantwoorden is.

Als beide opties onzekerheid met zich meebrengen, blijkt de keuze te veranderen. Want toen men gevraagd werd om te kiezen uit onderstaande mogelijkheden C en D, koos 65% van de deelnemers voor optie C.

**C** 20% kans op € 4.000 winst

**D** 25% kans op € 3.000 winst

De mate van onzekerheid is van ondergeschikt belang. Er wordt nu gekozen op basis van de hoogste verwachtingswaarde. Opmerkelijk is het scherpe omslagpunt van zekerheid naar onzekerheid. Want zelfs als de kans een verandering ondergaat van 100% naar 99%, is het bovenstaande effect al merkbaar!

### Waaghalzerij

De situatie waarin iemand met een bepaalde kans een mogelijk verlies kan voorkomen, kan zorgen voor een omslag van risicomijdend naar risicozoekend gedrag. Kijk maar eens naar de uitkomsten van het volgende onderzoek.

Als gekozen moet worden tussen:

**E** 80% kans op € 4000 verlies, 20% kans op quitte

**F** Zeker € 3000 verlies

kiest 92% voor E, ondanks de naar verwachting slechtere uitkomst. Het vermijden van verlies is opnieuw het motief. De kleine kans op quitte bij mogelijkheid E brengt de overgrote meerderheid ertoe voor deze optie te kiezen.

### Scherp beeld, helder inzicht?

Begin jaren zestig nam Sony een licentie op de Chromatron beeldbuistechnologie. Beide oprichters van Sony, Masura Ibuka en Akio Morita, waren onder de indruk van de scherppte en helderheid van deze beeldbuis voor televisies. In september 1964 lukte het Ibuka's team om één prototype te ontwikkelen. Maar een commercieel aantrekkelijke en voldoende robuuste productietechnologie ontbrak. Ondanks dat kondigde Ibuka het nieuwe product van Sony aan, en toonde het in de showroom. Hij maakte de Chromatron technologie tot Sony's top-prioriteit. Met 150 mensen aan de productielijn, werd initieel gewerkt met een uitvalpercentage van ruim 99,7%: slechts 2 tot 3 bruikbare beeldbuisen per 1000 geproduceerde exemplaren! Alle Sony Chromatron kleuren TV's – uiteindelijk werden het er 13.000 – zijn met groot verlies verkocht. In de top heerste grote onenigheid over de voortzetting van dit project. Morita wilde het beëindigen, maar Ibuka weigerde dat. Hij zette door en probeerde met nóg meer *effort* de productieproblemen op te lossen. Pas toen de financiële managers in november 1966 Sony's faillissement aankondigden, stemde Ibuka in met het beëindigen van dit project.

### Plussen en minnen

Risicomijdendheid kan worden getemperd als iemand de kans krijgt een geleden verlies direct te compenseren. De volgende onderzoeken laten dit zien:

Iemand die zojuist € 30 heeft gewonnen, wordt voor een keuze gesteld:

**A** het nemen van een *fifty-fifty* kans op € 9 winst of € 9 verlies óf

## Vrijdag de dertiende en andere rariteiten

FRED STEUTEL

De statistiek komt soms via onverwachte wegen bij je langs, bijvoorbeeld onbedoeld in dag- en weekbladen. Vrijdagen de dertiende, het universitaire wiskundeonderwijs en overlijdensadvertenties in *NRC Handelsblad* hebben op het eerste gezicht weinig met statistiek te maken, maar schijn bedriegt. Het gaat over getallen en mogelijke verbanden daartussen.

### Vrijdag de dertiende

Onlangs begon een artikelje in het Eindhovens universiteitsblad *Cursor* als volgt: 'Gemiddeld eens per jaar is het oppassen: vrijdag de 13de.' 'Gemiddeld eens per jaar?', dacht ik. Hoe zou de auteur daaraan gekomen zijn? Het is natuurlijk niet waar, en dat kun je eenvoudig uitrekenen: het is elk jaar twaalf keer de dertiende van de maand, en één op de zeven zal wel een vrijdag zijn; gemiddeld dus  $12/7 = 1,71$  keer per jaar. Je kunt het ook omdraaien: het is per jaar ruim 52 keer vrijdag en één op de ruim dertig keer valt dat op de dertiende; gemiddeld dus  $52/30 = 1,73$ . Je kunt ook nog redeneren als 'er zijn 365 dagen in een jaar, één op de zeven is een vrijdag en één op de 30 is een 'dertiende'. Dus, het gemiddeld aantal vrijdagen de dertiende per jaar is 365 gedeeld door 7 maal 30, dus 1,74. Misschien kun je uit het voorafgaande concluderen dat de gebeurtenissen 'vrijdag' en 'de dertiende' onafhankelijk

**B** niets doen, dus geen verdere winsten of verliezen

In deze situatie blijkt 70% van de deelnemers voor A te kiezen. Met de € 30 winst nog in gedachten, komt men tot een worst case scenario waarin men nog steeds winst heeft, in dit geval € 21.

Hetzelfde experiment wordt gedaan met mensen die zojuist € 30 hebben verloren. Dan kiest nog maar 40% voor A. Keuze A is nu minder attractief omdat er een substantiële kans bestaat dat er nog meer verloren zal gaan, terwijl in het beste geval nog altijd een verliespositie resulteert.

Wederom de vraag aan de groep die zojuist € 30 verloren heeft:

**C** het nemen van een 33% kans op € 30, en 67% kans op niets óf

**D** met zekerheid € 10 toucheren

Nu kiest 60% voor C. Hoewel de verwachte uitkomsten van C en D gelijk zijn, maakt de mogelijkheid om het eerdere verlies volledig te compenseren deze optie blijkbaar attractiever.

Het blijkt dus dat veel mensen na een verlies meer risicomijdend worden, tenzij hen de kans geboden wordt het geleden verlies volledig te compenseren. In dat geval slaat risicomijdend gedrag zelfs om in risicozoekend!

Afhankelijk van hoe men in de situatie verzeild is geraakt, kan de preferentie tot risico-inschatting veranderen. Zakelijke beslissers moeten zich daarvan voortdurend bewust zijn. Want als er bijvoorbeeld vanuit één divisie een fikse tegenslag wordt gerapporteerd en direct daarna over een volledig andere divisie een investeringsoordeel moet worden geveld, moet rekening gehouden worden met het feit dat bovengenoemde effecten de beslissing kunnen beïnvloeden.

Met toestemming overgenomen uit de publicatie *Beslissen = menselijk; besluitvormingsprocessen vanuit het perspectief van behavioural finance*, uitgebracht door Cardano Risk Management (Rotterdam, 2003), <[www.cardano.nl](http://www.cardano.nl)>.



zijn. Hoe dan ook, per jaar zijn er gemiddeld ongeveer 1,72 vrijdagen de dertiende. Dit verschijnsel is natuurlijk tot op het bot onderzocht. Het is bekend, ook bij Google, dat de dagen en data van de week periodiek zijn met een periode van 400 jaar. Dan zijn alle schrikkeljaren en niet-schrikkeljaren netjes verdisconteerd, en de 400 jaren bestaan keurig uit een geheel aantal weken. Het blijkt dan dat in die vierhonderd jaar precies 688 vrijdagen de dertiende voorkomen, gemiddeld dus  $688/400 = 1,72$ ; elk jaar minstens één en hoogstens drie. Tenslotte, het volgende model zou goed moeten werken: het aantal vrijdagen de dertiende per jaar is een stochastische grootte die met kansen  $3/7$ ,  $3/7$  en  $1/7$  de waarden één, twee en drie aanneemt; gemiddelde dus  $12/7$ , variantie  $24/49$ ; aantallen in verschillende jaren zijn grofweg (maar natuurlijk niet echt) onafhankelijk.

### Wiskundeonderwijs

In *NRC Handelsblad* van zaterdag 23 april stond een noodkreet over de universitaire wiskunde. Ik was het grotendeels met het stuk eens, maar de kwalificatie 'het wiskundeonderwijs is een veredelde opleiding tot hoogleraar', kon ik niet plaatsen. De getallen, in het stuk zelf geleverd, leken dat tegen te spreken: er zijn in Nederland (nog maar) 75 hoogleraarsplaatsen en er studeren (maar) 100 wiskundigen af per jaar. Hoeveel van die afgestudeerden zullen ooit hoogleraar worden? Wat moet je nog meer weten om die vraag enigszins te kunnen beantwoorden? In ieder geval moet je weten hoe lang hoogleraren blijven zitten; ik denk zo'n 25 jaar. Dit betekent dat er gemiddeld drie hoogleraarsplaatsen wiskunde per jaar vacant komen. Moeten we ook nog iets weten over de afgestudeerden, bijvoorbeeld over de periode dat ze 'professorabel' zouden zijn? Eigenlijk wel; als die periode heel kort zou zijn, dan lukt het zelfs niet om de paar vrijkomende plaatsen te bezetten. Verder doet het er niet zo veel toe: als alle plaatsen telkens bezet kunnen worden, dan worden gemiddeld drie van de honderd afgestudeerden hoogleraar. Te wei-

nig om te kunnen spreken van een 'hoogleraarsopleiding', veredeld of niet. Het is verder niet duidelijk of meer mensen wiskunde zouden gaan studeren als er meer uitzicht was op een hoogleraarschap. Eerlijkheidshalve moet ik hieraan toevoegen dat de 'veredelde opleiding tot hoogleraar' meer te maken had met de (te) theoretische aard van het onderwijs dan met de grote aantallen hoogleraren die zouden worden opgeleid. Ik ben het overigens ook niet eens met de stelling dat het universitaire wiskundeonderwijs te theoretisch zou zijn; eerder het tegendeel, ook in de statistiek.

### Modjokerto, 1923.

Het is opvallend hoeveel overlijdensadvertenties in *NRC Handelsblad* over mensen gaan die in Nederlands Oost-Indië zijn geboren. Ik schat ongeveer één op de tien. Kunnen we hieruit concluderen dat één op de tien Nederlanders boven de zestig in Indië is geboren? Nee natuurlijk; net zo min als een steekproef onder de leden van een golfclub een goed beeld zou geven van de inkomensverdeling in Nederland; in iets mindere mate geldt dat ook voor de abonnees van de *NRC*. Wat we misschien wel kunnen zeggen is dat de mensen die in Indië zijn geboren, gemiddeld vrij goed terecht zijn gekomen: hun overlijdensberichten staan immers in de *NRC* en in veel mindere mate in andere kranten. Kunnen we nog meer zeggen? Misschien dat 10% van het aantal abonnee's van *NRC Handelsblad* familie heeft die in Indië zijn geboren. Zelf had ik tweemaal in Indië, de één officier, de ander leraar; ze heetten allebei Henk. Deze details en het cijfermateriaal uit de rouwadvertenties heeft statistisch misschien niet veel om het lijf, maar ik blijf het fascinerend vinden om bijna zestig jaar na 'Lingadjadi' namen als Batavia, Buitenzorg, Balikpapan en Modjokerto in de krant tegen te komen. Dat kan gelukkig nog jaren zo blijven.

FRED STEUTEL is emeritus hoogleraar kansrekening aan de TU Eindhoven; hij is redacteur van *STATOR*.  
E-mail: <f.w.steutel@tue.nl>.